Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử ?

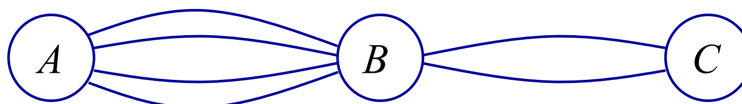
A. 24. **B.** 720. **C.** 840. **D.** 35.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $A_7^4 = \frac{7!}{3!} = 840$.

Câu 2: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Các thành phố A, B, C được nối với nhau bởi các con đường như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ thành phố A đến thành phố C mà qua thành phố B chỉ một lần?



A. 8. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Hai giai đoạn

- Chọn đường từ A đến B: có 4 cách

- Chọn đường từ B đến C: có 2 cách

KL: vậy theo quy tắc nhân có tất cả $4 \times 2 = 8$ cách

Câu 3: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Công thức tính số tổ hợp là:

A. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Từ thành phố A tới thành phố B có 3 con đường, từ thành phố B tới thành phố C có 4 con đường. Hỏi có bao nhiêu cách đi từ A tới C qua B ?

A. 24. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Từ A đến B có 3 cách chọn đường đi, từ B đến C có 4 cách chọn đường đi.

Vậy số cách chọn đường đi từ A đến C phải đi qua B là : $3.4 = 12$ cách.

Câu 5: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào **sai**?

A. Không gian mẫu là tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

B. Gọi $P(A)$ là xác suất của biến cố A ta luôn có $0 < P(A) \leq 1$.

C. Biến cố là tập con của không gian mẫu.

D. Phép thử ngẫu nhiên là phép thử mà ta không biết được chính xác kết quả của nó nhưng ta có thể biết được tập hợp tất cả các kết quả có thể xảy ra của phép thử.

Lời giải

Chọn B

"Biến cố không thể" $\varnothing$ có $P(\varnothing) = 0$ nên $0 \leq P(A) \leq 1$.

Câu 6: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **C.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn C

Câu hỏi lí thuyết.

Câu 7: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Số hạng tổng quát trong khai triển của $(1-2x)^{12}$ là:

A. $(-1)^k C_{12}^k 2x^k$. **B.** $-C_{12}^k 2^k x^k$. **C.** $(-1)^k C_{12}^k 2^k x^k$. **D.** $C_{12}^k 2^k x^{12-k}$.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát trong khai triển $(a+b)^n$ có dạng: $C_n^k a^{n-k} b^k$.

Do đó số hạng tổng quát trong khai triển của $(1-2x)^{12}$ là: $C_{12}^k (-1)^{12-k} (2x)^k = (-1)^k C_{12}^k 2^k x^k$.

Câu 8: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Có bao nhiêu số có bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5$?

A. A_5^4. **B.** P_5. **C.** C_5^4. **D.** P_4.

Lời giải

Chọn A (giống câu 47)

Số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5$ là một chỉnh hợp chập 4 của 5 phần tử

Vậy có A_5^4 số cần tìm.

Câu 9: (THPT Nguyễn Đức Thuận-Nam Định-lần 1-năm 2017-2018) Có bao nhiêu số có 4 chữ số khác nhau được tạo thành từ các số $1,2,3,4,5$?

A. C_5^4. **B.** P_4. **C.** A_5^4. **D.** P_5.

Lời giải

Chọn C (Giống câu 40)

Mỗi số cần tìm là 1 chỉnh hợp chập 4 của 5. Do đó có A_5^4 số thỏa mãn đề bài.

Câu 10: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Danh sách lớp của bạn Nam đánh số từ 1 đến 45. Nam có số thứ tự là 21. Chọn ngẫu nhiên một bạn trong lớp để trực nhật. Tính xác suất để chọn được bạn có số thứ tự lớn hơn số thứ tự của Nam.

A. $\dfrac{7}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{45}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{24}{45}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 45$.

Gọi A: "Bạn được chọn có số thứ tự lớn hơn 21".

Khi đó $n(A) = 24$.

Vậy $p = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{24}{45}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Một tổ có 6 học sịnh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có đúng 2 học sinh nam?

A. $C_6^2+C_9^4$. **B.** $C_6^2C_{13}^4$. **C.** $A_6^2A_9^4$. **D.** $C_6^2C_9^4$.

Lời giải

Chọn D

Chọn 2 học sinh nam, có C_6^2 cách.

Chọn 4 học sinh nữ, có C_9^4 cách.

Vậy có $C_6^2C_9^4$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Các phương án A, B, C, D chỉ gõ mò nên không được chính xác do ảnh mờ quá không nhìn rõ được.
Đề được thêm từ "có đúng" để được chặt chẽ hơn.

Câu 12: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Từ các chữ số 1; 2; 3; 4 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 12. **B.** 24. **C.** 42. **D.** 4^4.

Lời giải

Chọn B

Mỗi số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được tạo thành từ các chữ số 1; 2; 3; 4 là một hoán vị của 4 phần tử. Vậy số các số cần tìm là: $4!=24$ số.

Câu 13: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Trong các khai triển sau, khai triển nào **sai**?

A. $(1+x)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^kx^{n-k}$. **B.** $(1+x)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^kx^k$.

C. $(1+x)^n=\sum_{k=1}^{n}C_n^kx^k$. **D.** $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+\ldots+C_n^nx^n$.

Lời giải

Chọn C

Ta có khai triển ở đáp án C là sai vì k phải chạy từ 0 trở đi.

Câu 14: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n+k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)}$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 15: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của M là

A. A_{10}^8. **B.** A_{10}^2. **C.** C_{10}^2. **D.** 10^2.

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 2 phần tử của M là số cách chọn 2 phần tử bất kì trong 10 phần tử của M. Do đó số tập con gồm 2 phần tử của M là C_{10}^{2}.

Câu 1: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Một hình lập phương có cạnh $4\,\text{cm}$. Người ta sơn đỏ mặt ngoài của hình lập phương rồi cắt hình lập phương bằng các mặt phẳng song song với các mặt của hình lập phương thành 64 hình lập phương nhỏ có cạnh $1\,\text{cm}$. Có bao nhiêu hình lập phương có đúng một mặt được sơn đỏ?

A. 16. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 96.

Lời giải

Chọn C

Mỗi mặt có 4 hình được sơn một mặt. Vậy, có: $6.4 = 24$ (hình).

Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Lớp 12A có 20 bạn nữ, lớp 12B có 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn một bạn nữ lớp 12A và một bạn nam lớp 12B để dẫn chương trình hoạt động ngoại khóa?

A. 36. **B.** 320. **C.** 1220. **D.** 630.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn một bạn nữ từ 20 bạn nữ lớp 12A: 20 cách.

Số cách chọn một bạn nam từ 16 bạn nam lớp 12B: 16 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn thỏa đề bài là: $20.16 = 320$.

Câu 3: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** $4!$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Số cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là $5!$.

Câu 4: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Một câu lạc bộ có 25 thành viên. Số cách chọn một ban quản lí gồm 1 chủ tịch, 1 phó chủ tịch và 1 thư kí là:

A. 13800. **B.** 5600. **C.** Một kết quả khác. **D.** 6900.

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách chọn 3 người ở 3 vị trí là một chỉnh hợp chập 3 của 25 thành viên.

Số cách chọn là: $A_{25}^3 = 13800$.

Câu 5: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Tính số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử?

A. 720. **B.** 35. **C.** 840. **D.** 24.

Lời giải

Chọn C

Số chỉnh hợp chập 4 của 7 phần tử là $A_7^4 = 840$.

Câu 6: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món, 1 loại quả tráng miệng trong 5 loại quả tráng miệng và một nước uống trong 3 loại nước uống. Có bao nhiêu cách chọn thực đơn.

A. 25. **B.** 75. **C.** 100. **D.** 15.

Lời giải

Chọn B

Theo quy tắc nhân ta có: $5.5.3 = 75$ cách chọn thực đơn.

Câu 7: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Cho khai triển $(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x_{20}$. Giá trị của $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20}$ bằng:

A. 1. **B.** 3^{20}. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

$(1-2x)^{20} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x_{20}$ (1).

Thay $x=1$ vào (1) ta có: $a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{20} = (-1)^{20} = 1$.

Câu 8: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Cho $A = \{1,2,3,4\}$. Từ A lập được bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 32. **B.** 24. **C.** 256. **D.** 18.

Lời giải

Chọn B

Mỗi số tự nhiên tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập A là hoán vị của 4 phần tử.

Vậy có $4! = 24$ số cần tìm.

Câu 9: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) **Cho A và B là hai biến cố độc lập với nhau. $P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,3$. Khi đó $P(AB)$ bằng**

A. $0,58$. **B.** $0,7$. **C.** $0,1$. **D.** $0,12$.

Lời giải

Chọn D

Do A và B là hai biến cố độc lập với nhau nên $P(AB) = P(A).P(B) = 0,4.0,3 = 0,12$.

Câu 10: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Từ các chữ số 1; 2; 3 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đôi một?

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách sắp thứ tự ba số 1; 2; 3 cho ta 1 số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau đôi một.
Vậy số các chữ số thỏa yêu câu bài toán là $3! = 6$ cách.

Câu 11: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một?

A. 60. **B.** 120. **C.** 24. **D.** 48.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mỗi cách lập số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau đôi một hoán vị của 5 phần tử.
Vậy có $5! = 120$ số cần tìm.

Câu 12: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Có bao nhiêu số hạng trong khai triển nhị thức $(2x-3)^{2018}$

A. 2019. **B.** 2017. **C.** 2018. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Trong khai triển nhị thức $(a+b)^n$ thì số các số hạng là $n+1$ nên trong khai triển $(2x-3)^{2018}$ có 2019 số hạng.

Câu 13: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) $C_n^3=10$ thì n có giá trị là :

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_5^3=10$.

Câu 14: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau:

A. 120. **B.** 720. **C.** 16. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Mỗi số tự nhiên gồm 5 chữ số khác nhau được lập từ các số 1, 2, 3, 4, 5 là một hoán vị của 5 phần tử đó. Nên số các số thỏa mãn yêu cầu bài toán là $P_5=5!\ =120$ (số).

Câu 15: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ngẫu nhiên một học sinh của tổ đó đi trực nhật.

A. 20. **B.** 11. **C.** 30. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên một học sinh từ 11 học sinh, ta có 11 cách chọn.

Câu 16: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Số số hạng trong khai triển $(x+2)^{50}$ là

A. 49. **B.** 50. **C.** 52. **D.** 51.

Lời giải

Chọn D

Số số hạng trong khai triển là: $n+1=50+1=51$.

Câu 17: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Có 10 cái bút khác nhau và 8 quyển sách giáo khoa khác nhau. Một bạn học sinh cần chọn 1 cái bút và 1 quyển sách. Hỏi bạn học sinh đó có bao nhiêu cách chọn?

A. 80. **B.** 60. **C.** 90. **D.** 70.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 1 cái bút có 10 cách, số cách chọn 1 quyển sách có 8 cách.

Vậy theo quy tắc nhân, số cách chọn 1 cái bút và 1 quyển sách là: $10.8=80$ cách.

Câu 18: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Đội thanh niên xung kích của trường THPT Chuyên Biên Hòa có 12 học sinh gồm 5 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 3 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để làm nhiệm vụ mỗi buổi sáng. Tính xác suất sao cho 4 học sinh được chọn thuộc không quá hai khối.

A. $\frac{5}{11}$. **B.** $\frac{6}{11}$. **C.** $\frac{21}{22}$. **D.** $\frac{15}{22}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^4=495$.

Số cách chọn ra 4 học sinh thuộc cả ba khối là: $C_5^2.C_4^1.C_3^1+C_5^1.C_4^2.C_3^1+C_5^1.C_4^1.C_3^2=270$

Số cách chọn ra 4 học sinh thuộc không quá hai khối là $C_{12}^4-270=225$

Xác suất để chọn ra 4 học sinh thuộc không quá hai khối là $P=\dfrac{225}{495}=\dfrac{5}{11}$.

Câu 19: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học của lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi một số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng và có tổng bằng 10. Học sinh B chỉ nhớ được chi tiết 3 nút tạo thành dãy số tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng để nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại.

A. $\dfrac{631}{3375}$. **B.** $\dfrac{189}{1003}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{1}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=A_{10}^3=720$.

Gọi A là biến cố cần tính xác suất. Khi đó: các bộ số có tổng bằng 10 và khác nhau là:

$$\{(0;1;9);(0;2;8);(0;3;7);(0;4;6);(1;2;7);(1;3;6);(1;4;5);(2;3;5)\}.$$

TH1: Bấm lần thứ nhất là đúng luôn thì xác suất là $\dfrac{8}{C_{10}^3}=\dfrac{8}{120}$.

TH2: Bấm đến lần thứ hai là đúng thì xác suất là: $\left(1-\dfrac{8}{120}\right).\dfrac{8}{119}$ (vì trừ đi lần đâu bị sai nên không gian mẫu chỉ còn là $120-1=119$).

TH3: Bấm đến lần thứ ba mới đúng thì xác suất là: $\left(1-\dfrac{8}{120}\right)\left(1-\dfrac{8}{119}\right)\dfrac{8}{118}$.

Vậy xác suất cần tìm là: $\dfrac{8}{120}+\left(1-\dfrac{8}{120}\right).\dfrac{8}{119}+\left(1-\dfrac{8}{120}\right)\left(1-\dfrac{8}{119}\right)\dfrac{8}{118}=\dfrac{189}{1003}$.

Câu 1: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Cho đa giác lồi n đỉnh $(n>3)$. Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là

A. A_n^3. **B.** C_n^3. **C.** $\frac{C_n^3}{3!}$. **D.** $n!$.

Lời giải

Chọn B

Số tam giác có 3 đỉnh là 3 đỉnh của đa giác đã cho là số tổ hợp chập 3 của n phần tử.

Số tam giác lập được là C_n^3.

Câu 2: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

A. $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$. **B.** $y=\mathrm{e}^x$. **C.** $y=\log_2 x$. **D.** $y=\pi^x$.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y=a^x$, $y=\log_a x$ nghịch biến trên tập xác định khi $0<a<1$.

Do đó hàm số $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ nghịch biến trên tập xác định của nó.

Câu 3: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Xét một phép thử có không gian mẫu Ω và A là một biến cố của phép thử đó. Phát biểu nào dưới đây là **sai** ?

A. $P(A)=0$ khi và chỉ khi A là chắc chắn. **B.** $P(A)=1-P(\overline{A})$.

C. Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}$. **D.** $0\le P(A)\le 1$.

Lời giải

Chọn A

Khẳng định A sai vì A là biến cố chắc chắn thì $P(A)=1$.

Câu 4: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $C_n^k=\frac{k!}{n!(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\frac{k!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 5: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Số tập hợp con có 3 phần tử của một tập hợp có 7 phần tử là

A. A_7^3. **B.** C_7^3. **C.** 7. **D.** $\frac{7!}{3!}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn ba phần tử trong tập hợp bảy phần tử để tạo thành một tập hợp mới là tổ hợp chập ba của bảy phần tử C_7^3.

Câu 6: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Số tập con của tập hợp gồm 2017 phần tử là

A. 2017. **B.** 2^{2017}. **C.** 2017^2. **D.** 2.2017.

Lời giải

Chọn B

Số tập con của tập hợp có 2017 phần tử là 2^{2017}.

Câu 7: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Số hoán vị của n phần tử là

A. $n!$. **B.** $2n$. **C.** n^2. **D.** n^n.

Lời giải

Chọn A

Sô hoán vị của tập có n phần tử bằng $n!$.

Câu 8: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau?

A. $5!$. **B.** 9^5. **C.** C_9^5. **D.** A_9^5.

Lời giải

Chọn D

Mỗi số tự nhiên có 5 chữ số, các chữ số khác 0 và đôi một khác nhau là một chỉnh hợp chập 5 của 9 phần tử.

Vậy số các số tự nhiên thỏa đề bài là A_9^5 số.

Câu 9: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Trong một buổi khiêu vũ có 20 nam và 18 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đôi nam nữ để khiêu vũ?

A. C_{38}^2. **B.** A_{38}^2. **C.** $C_{20}^2C_{18}^1$. **D.** $C_{20}^1C_{18}^1$.

Lời giải

Chọn D

Chọn một nam trong 20 nam có C_{20}^1 cách.

Chọn một nữ trong 18 nữ có C_{18}^1 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách chọn một đôi nam nữ là $C_{20}^1C_{18}^1$.

Câu 10: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2C_{20}^2$. **B.** $2A_{20}^2$. **C.** C_{20}^2. **D.** A_{20}^2.

Lời giải

Chọn C

Số tập con có hai phần tử của A là C_{20}^2.

Câu 11: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$. **B.** $P(A\cup B)=P(A).P(B)$.

C. $P(A\cup B)=P(A)-P(B)$. **D.** $P(A\cap B)=P(A)+P(B)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$.

Vì A, B là hai biến cố xung khắc nên $A\cap B=\varnothing$. Từ đó suy ra $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

Câu 12: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Kí hiệu A_n^k là số các chỉnh hợp chập k của n phần tử $(1\le k\le n)$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n+k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n+k)!}$. **C.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết.

Câu 13: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Cho 8 điểm trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà ba đỉnh của nó được chọn từ 8 điểm trên?

A. 336. **B.** 56. **C.** 168. **D.** 84.

Lời giải

Chọn B

Có $C_8^3=56$ tam giác.

Câu 14: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Giả sử $(1+x)(1+x+x^2)...(1+x+x^2+...+x^n)=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_mx^m$. Tính $\sum_{r=0}^{m}a_r$

A. 1. **B.** n. **C.** $(n+1)!$. **D.** $n!$.

Lời giải

Chọn C

Cho $x=1$ ta có $2.3.4.5...(n+1)=a_0+a_1+...+a_m$

Vậy $\sum_{r=0}^{m}a_r=1.2.3...(n+1)=(n+1)!$.

Câu 15: Một hộp đựng hai viên bi màu vàng và ba viên bi màu đỏ. Có bao nhiêu cách lấy ra hai viên bi trong hộp?

A. 10. **B.** 20. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Số cách lấy ra hai viên bi là $C_5^2=10$.

Câu 16: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho k, n $(k<n)$ là các số nguyên dương. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $A_n^k=k!.C_n^k$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!.(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=C_n^{n-k}$. **D.** $A_n^k=n!.C_n^k$.

Lời giải

Chọn D

Theo định nghĩa về tổ hợp, chỉnh hợp và hoán vị, $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}=k!\cdot\dfrac{n!}{k!(n-k)!}=k!C_n^k\ne n!C_n^k$.

Câu 17: **(THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Lớp 11B có 25 đoàn viên trong đó 10 nam và 15 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại ngày 26 tháng 3. Tính xác suất để 3 đoàn viên được chọn có 2 nam và 1 nữ.

A. $\frac{3}{115}$. **B.** $\frac{7}{920}$. **C.** $\frac{27}{92}$. **D.** $\frac{9}{92}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{25}^{3}$.

Gọi A là biến cố: "3 đoàn viên được chọn có $=-7$ nam và 1 nữ" thì $n(A)=C_{10}^{2}.C_{15}^{1}$

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{27}{92}$.

Câu 18: Trong một đa giác lồi n cạnh, số đường chéo của đa giác là

A. C_n^2. **B.** A_n^2. **C.** A_n^2-n. **D.** C_n^2-n.

Lời giải

Chọn D

Số đường chéo của đa giác là C_n^2-n.

Câu 19: **(THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là

A. 50. **B.** 100. **C.** 120. **D.** 45.

Lời giải

Chọn D

Số giao điểm tối đa của 10 đường thẳng phân biệt là $C_{10}^{2}=45$.

Câu 20: **(THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018)** Cho A, B là hai biến cố xung khắc. Biết $P(A)=\frac{1}{3}$, $P(B)=\frac{1}{4}$. Tính $P(A\cup B)$.

A. $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{1}{7}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)=\frac{7}{12}$.

Câu 21: **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho số tự nhiên n thỏa mãn $C_n^2+A_n^2=9n$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. n chia hết cho 7. **B.** n chia hết cho 5. **C.** n chia hết cho 2. **D.** n chia hết cho 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $n\in\mathbb{N}$, $n\ge 2$.

$$C_n^2+A_n^2=9n \Leftrightarrow \frac{n!}{2!(n-2)!}+\frac{n!}{(n-2)!}=9n \Leftrightarrow \frac{(n-1)n}{2}+(n-1)n=9n \Leftrightarrow 3(n-1)=18 \Leftrightarrow n=7.$$

Vậy n chia hết cho 7.

Câu 22: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Cho đa giác đều có 20 đỉnh. Số tam giác được tạo nên từ các đỉnh này là

A. A_{20}^{3}. **B.** $3!C_{20}^{3}$. **C.** 10^{3}. **D.** C_{20}^{3}.

Lời giải

Chọn D

Số tam giác bằng với số cách chọn 3 phần tử trong 20 phần tử. Do đó có C_{20}^{3} tam giác.

Câu 23: Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là

A. $10!$. **B.** 10^{2}. **C.** 2^{10}. **D.** 10^{10}.

Câu 24: (THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho tập hợp X gồm 10 phần tử. Số các hoán vị của 10 phần tử của tập hợp X là

A. $10!$. **B.** 10^{2}. **C.** 2^{10}. **D.** 10^{10}.

Lời giải

Chọn A

Số các hoán vị của 10 phần tử: $10!$.

Câu 25: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Một người vào cửa hàng ăn, người đó chọn thực đơn gồm 1 món ăn trong 5 món ăn, 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống. Hỏi có bao nhiêu cách chọn thực đơn?

A. 75. **B.** 12. **C.** 60. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Có 5 cách chọn 1 món ăn trong 5 món ăn, 4 cách chọn 1 loại quả tráng miệng trong 4 loại quả tráng miệng và 3 cách chọn 1 loại nước uống trong 3 loại nước uống.
Theo quy tắc nhân có $5.4.3=60$ cách chọn thực đơn.

Câu 26: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Cho tập hợp S có 10 phần tử. Tìm số tập con gồm 3 phần tử của S.

A. A_{10}^{3}. **B.** C_{10}^{3}. **C.** 30. **D.** 10^{3}.

Lời giải

Chọn B

Số tập con gồm 3 phần tử được lấy ra từ tập hợp gồm 10 phần tử ban đầu là tổ hợp chập 3 của 10. Đáp án C_{10}^{3}.

Câu 27: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong trận chung kết bóng đá phải phân định thắng thua bằng đá luân lưu 11 mét. Huấn luyện viên của mỗi đội cần trình với trọng tài một danh sách sắp thứ tự 5 cầu thủ trong 11 cầu thủ để đá luân lưu 5 quả 11 mét. Hỏi huấn luyện viên của mỗi đội sẽ có bao nhiêu cách chọn?

A. 55440. **B.** 120. **C.** 462. **D.** 39916800.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn của huấn luyện viên của mỗi đội là $A_{11}^{5}=55440$.

Câu 28: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tập hợp $S=\left\{1;2;3;4;5;6\right\}$. Có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau lấy từ tập hợp S?

A. 360. **B.** 120. **C.** 15. **D.** 20.

Lời giải

Chọn A

Từ tập S lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số khác nhau.

Câu 29: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Phương trình $2\sin x - \sqrt{3} = 0$ có các nghiệm là

A. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

B. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

C. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

D. $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $2\sin x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{array}\right., k \in \mathbb{Z}$.

Câu 30: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Rút ngẫu nhiên cùng lúc ba con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con thì $n(\Omega)$ bằng bao nhiêu?

A. 140608. **B.** 156. **C.** 132600. **D.** 22100.

Lời giải

Chọn D

Ta có $n(\Omega) = C_{52}^3 = 22100$.

Câu 31: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cần phân công ba bạn từ một tổ có 10 bạn để làm trực nhật. Hỏi có bao nhiêu cách phân công khác nhau?

A. 720. **B.** 10^3. **C.** 120. **D.** 210.

Lời giải

Chọn C

Số cách phân công là $C_{10}^3 = 120$.

Câu 32: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Hai bạn lớp A và hai bạn lớp B được xếp vào 4 ghế sắp thành hàng ngang. Xác suất sao cho các bạn cùng lớp không ngồi cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Có $4!$ cách xếp bất kỳ 4 bạn thành hàng ngang.

Có $2.2!2!$ cách xếp 4 bạn sao cho các bạn cùng lớp không ngồi cạnh nhau.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{2.2!2!}{4!} = \frac{1}{3}$.

Câu 33: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Số chỉnh hợp chập 2 của 5 phần tử bằng

A. 10. **B.** 120. **C.** 20. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $A_5^2 = 20$.

Câu 34: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tập $M = \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là.

A. $4!$. **B.** A_9^4. **C.** 4^9. **D.** C_9^4.

Lời giải

Chọn B

Số các số tự nhiên gồm 4 chữ số phân biệt lập từ M là A_9^4.

Câu 35: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là

A. C_5^3. **B.** A_5^3. **C.** $3!$. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 3 học sinh từ 5 học sinh là C_5^3.

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Cho A và B là hai biến cố xung khắc. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P(A)+P(B)=1$.

B. Hai biến cố A và B không đồng thời xảy ra.

C. Hai biến cố A và B đồng thời xảy ra.

D. $P(A)+P(B)<1$.

Lời giải

Chọn B

Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên hai biến cố này không đồng thời xảy ra.

Câu 2: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Một tổ học sinh có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên 2 người trong 10 người có C_{10}^2 cách chọn.

Hai người được chọn đều là nữ có C_4^2 cách.

Xác suất để hai người được chọn đều là nữ là: $\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$.

Câu 3: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Tính tổng các hệ số trong khai triển $(1-2x)^{2018}$.

A. -1. **B.** 1. **C.** -2018. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển $(1-2x)^{2018}=C_{2018}^0-2x.C_{2018}^1+(-2x)^2.C_{2018}^2+(-2x)^3.C_{2018}^3+...+(-2x)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

Tổng các hệ số trong khai triển là: $S=C_{2018}^0-2.C_{2018}^1+(-2)^2.C_{2018}^2+(-2)^3.C_{2018}^3+...+(-2)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

Cho $x=1$ ta có: $(1-2.1)^{2018}=C_{2018}^0-2.1.C_{2018}^1+(-2.1)^2.C_{2018}^2+(-2.1)^3.C_{2018}^3+...+(-2.1)^{2018}.C_{2018}^{2018}$

$\Leftrightarrow(-1)^{2018}=S\Leftrightarrow S=1$

Câu 4: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho tập hợp M có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của M là

A. C_{30}^5. **B.** A_{30}^5. **C.** 30^5. **D.** A_{30}^4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số tập con gồm 5 phần tử của M là C_{30}^5.

Câu 5: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 6: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất, xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là

A. 1. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Không gian mẫu $\Omega=\{1,2,3,4,5,6\}$ suy ra $n(\Omega)=6$

Gọi biến cố A: "Con súc sắc có số chấm chẵn xuất hiện" hay $A=\{2;4;6\}$ suy ra $n(A)=3$

Từ đó suy ra $p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$

Vậy xác suất để mặt có số chấm chẵn xuất hiện là $\frac{1}{2}$.

Câu 7: Một hình chóp có tất cả 2018 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu đỉnh?

A. 1009. **B.** 2018.

C. 2017. **D.** 1008.

Câu 8: Một hình chóp có tất cả 2018 mặt. Hỏi hình chóp đó có bao nhiêu đỉnh?

A. 1009. **B.** 2018. **C.** 2017. **D.** 1008.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số đỉnh của đa giác đáy của hình chóp là n $(n\ge 3)$ thì đa giác đáy sẽ có n cạnh.

Do đó, số mặt bên của hình chóp là n.

Theo bài ra ta có phương trình

$n+1=2018 \Leftrightarrow n=2017$.

Do đó, số đỉnh của hình chóp là 2018.

Câu 9: Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là.

A. A_{15}^3. **B.** $15!$. **C.** C_{15}^3. **D.** 15^3.

Câu 10: Trong mặt phẳng cho 15 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là.

A. A_{15}^3. **B.** $15!$. **C.** C_{15}^3. **D.** 15^3.

Lời giải

Chọn C

Số tam giác có đỉnh là 3 trong số 15 điểm đã cho là: C_{15}^3.

Câu 11: Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. **B.** 3×10. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^3.

Câu 12: Một nhóm học sinh có 10 người. Cần chọn 3 học sinh trong nhóm để làm 3 công việc là tưới cây, lau bàn và nhặt rác, mỗi người làm một công việc. Số cách chọn là

A. 10^3. **B.** 3×10. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^3.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 3 em học sinh là số cách chọn 3 phần tử khác nhau trong 10 phần tử có phân biệt thứ tự nên số cách chọn thỏa yêu cầu là A_{10}^3.

Câu 13: Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số và 3 chữ số đó đôi một khác nhau?

A. $A_{10}^3+A_9^3$. **B.** A_9^3. **C.** A_{10}^3. **D.** $9\times9\times8$.

Câu 14: Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số và 3 chữ số đó đôi một khác nhau?

A. $A_{10}^3+A_9^3$. **B.** A_9^3. **C.** A_{10}^3. **D.** $9\times9\times8$.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần lập là $\overline{abc}$.

$a\neq0$ nên a có 9 cách chọn

$b\neq a$ nên b có 9 cách chọn

$c\neq a$ và $c\neq b$ nên c có 8 cách chọn

Vậy có $9\times9\times8$ cách chọn.

Câu 15: Từ tập $A=\{1;2;3;4;5;6;7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau

A. $5!$. **B.** C_7^5. **C.** A_7^5. **D.** 7^5.

Câu 16: Từ tập $A=\{1;2;3;4;5;6;7\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau

A. $5!$. **B.** C_7^5. **C.** A_7^5. **D.** 7^5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau có thể lập được là: A_7^5 số.

Câu 17: Số tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp có 10 phần tử là

A. C_{10}^3. **B.** A_{10}^3. **C.** 3^{10}. **D.** 10^3.

Câu 18: Số tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp có 10 phần tử là

A. C_{10}^3. **B.** A_{10}^3. **C.** 3^{10}. **D.** 10^3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp có 10 phần tử là C_{10}^3.

Câu 19: Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử

A. 3^{12}. **B.** 12^3. **C.** A_{12}^3. **D.** C_{12}^3.

Câu 20: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam.

A. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\frac{C_5^4}{C_8^4}$. **C.** $\frac{A_5^4}{A_{13}^4}$. **D.** $\frac{A_5^4}{A_8^4}$.

Câu 21: Có bao nhiêu cách lấy ra 3 phần tử tùy ý từ một tập hợp có 12 phần tử

A. 3^{12}. **B.** 12^3. **C.** A_{12}^3. **D.** C_{12}^3.

Lời giải

Chọn D

Mỗi cách lấy ra là một tổ hợp chập 3 của 12 phần tử.

Tổng số cách lấy ra là C_{12}^3.

Câu 22: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam.

A. $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\frac{C_5^4}{C_8^4}$. **C.** $\frac{A_5^4}{A_{13}^4}$. **D.** $\frac{A_5^4}{A_8^4}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=C_{13}^4$. Số cách chọn 4 người sao cho đều là nam là C_5^4. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Câu 23: Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

A. 170. **B.** 160. **C.** 190. **D.** 360.

Câu 24: Cho A là tập hợp gồm 20 điểm phân biệt. Số đoạn thẳng có hai đầu mút phân biệt thuộc tập A là

A. 170. **B.** 160. **C.** 190. **D.** 360.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số đoạn thẳng là $C_{20}^2=190$.

Câu 25: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

Câu 26: Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

Lời giải

Chọn C

Số các số tự nhiên thỏa yêu cầu là một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử. Do đó, số các số tự nhiên cần tìm bằng $A_6^4=360$.

Câu 27: Hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là:

A. 820. **B.** 210. **C.** 792. **D.** 220.

Câu 28: Hệ số của x^5 trong khai triển $(1+x)^{12}$ là:

A. 820. **B.** 210. **C.** 792. **D.** 220.

Lời giải

Chọn C

Công thức số hạng tổng quát của khai triển trên là $C_{12}^k x^k$.

Ta có x^5 tương ứng với $k=5$ nên hệ số của x^5 là $C_{12}^5 = 729$.

Câu 29: Cho $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $C_n^5 = 2002$. Tính A_n^5.

A. 2007. **B.** 10010. **C.** 40040. **D.** 240240.

Câu 30: Cho $n \in \mathbb{N}^*$ thỏa mãn $C_n^5 = 2002$. Tính A_n^5.

A. 2007. **B.** 10010. **C.** 40040. **D.** 240240.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A_n^5 = C_n^5.5! = 240240$.

Câu 31: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có 2 học sinh nam?

A. $C_6^2 + C_9^4$. **B.** $C_6^2.C_9^4$. **C.** $A_6^2.A_9^4$. **D.** $C_9^2 C_6^4$.

Câu 32: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó có 2 học sinh nam?

A. $C_6^2 + C_9^4$. **B.** $C_6^2.C_9^4$. **C.** $A_6^2.A_9^4$. **D.** $C_9^2 C_6^4$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 4 học sinh nữ có C_9^4 cách, chọn 2 học sinh nam có C_6^2 cách.

Có $C_6^2.C_9^4$ cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó 2 học sinh nam.

Câu 33: Có bao nhiêu cách xếp 6 bạn A, B, C, D, E, F vào một ghế dài sao cho bạn A, F ngồi ở 2 đầu ghế?

A. 120. **B.** 720. **C.** 24. **D.** 48.

Câu 34: Có bao nhiêu cách xếp 6 bạn A, B, C, D, E, F vào một ghế dài sao cho bạn A, F ngồi ở 2 đầu ghế?

A. 120. **B.** 720. **C.** 24. **D.** 48.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Có $2!$ cách xếp bạn A, F ngồi ở 2 đầu ghế

Có $4!$ cách xếp 4 bạn vào 4 vị trí còn lại

Vậy: Có $2!.4! = 48$ (cách xếp).

Câu 35: Một lớp học có 19 bạn nữ và 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 bạn, trong đó có một bạn nam và một bạn nữ?

A. 595 cách. **B.** 1190 cách. **C.** 304 cách. **D.** 35 cách.

Câu 36: Một lớp học có 19 bạn nữ và 16 bạn nam. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 bạn, trong đó có một bạn nam và một bạn nữ?

A. 595 cách. **B.** 1190 cách. **C.** 304 cách. **D.** 35 cách.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn một bạn nam từ 16 bạn nam và một bạn nữ từ 19 bạn nữ là: $C_{16}^1.C_{19}^1 = 304$ cách.

Câu 37: . Trong khai triển $(a+b)^n$, số hạng tổng quát của khai triển?

A. $C_n^{k-1}a^{n+1}b^{n-k+1}$. **B.** $C_n^k a^{n-k}b^k$. **C.** $C_n^{k+1}a^{n-k+1}b^{k+1}$. **D.** $C_n^k a^{n-k}b^{n-k}$.

Câu 38: . Trong khai triển $(a+b)^n$, số hạng tổng quát của khai triển?

A. $C_n^{k-1}a^{n+1}b^{n-k+1}$. **B.** $C_n^k a^{n-k}b^k$. **C.** $C_n^{k+1}a^{n-k+1}b^{k+1}$. **D.** $C_n^k a^{n-k}b^{n-k}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k}b^k$.

Vậy số hạng tổng quát trong khai triển là $C_n^k a^{n-k}b^k$.

Câu 39: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3.

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 40: Trong khai triển nhị thức Niutơn của $(1+3x)^9$, số hạng thứ 3 theo số mũ tăng dần của x là

A. $180x^2$. **B.** $120x^2$. **C.** $4x^2$. **D.** $324x^2$.

Câu 41: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho 3.

A. 1. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega) = 6$ và $n(A) = 2$. Vậy $P(A) = \frac{1}{3}$.

Câu 42: Trong khai triển nhị thức Niutơn của $(1+3x)^9$, số hạng thứ 3 theo số mũ tăng dần của x là

A. $180x^2$. **B.** $120x^2$. **C.** $4x^2$. **D.** $324x^2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(1+3x)^9 = \sum_{k=0}^{9} C_9^k (3x)^k = \sum_{k=0}^{9} C_9^k 3^k x^k$. Do đó số hạng thứ 3 theo số mũ tăng dần của x ứng với $k = 2$, tức là $C_9^2 3^2 x^2 = 324x^2$.

Câu 43: Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

A. 46656. **B.** 4320. **C.** 720. **D.** 360.

Câu 44: Có bao nhiêu cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc?

A. 46656. **B.** 4320. **C.** 720. **D.** 360.

Lời giải

Chọn C

Số cách sắp xếp 6 học sinh theo một hàng dọc là số hoán vị của 6 phần tử.

Vậy có $P_6 = 6! = 720$ cách.

Câu 45: Cho tập hợp gồm 7 phần tử. Mỗi tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp S là

A. Số chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử. **B.** Số tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.
C. Một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử. **D.** Một tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.

Câu 46: Cho tập hợp gồm 7 phần tử. Mỗi tập hợp con gồm 3 phần tử của tập hợp S là

A. Số chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử. **B.** Số tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.
C. Một chỉnh hợp chập 3 của 7 phần tử. **D.** Một tổ hợp chập 3 của 7 phần tử.

Lời giải

Chọn D

Sử dụng định nghĩa tổ hợp.

Câu 47: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4\}$. Có bao nhiêu tập con của A có hai phần tử:

A. 8. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 48: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam ?

A. $C_9^2.C_6^3$. **B.** $C_6^2+C_9^3$. **C.** $A_6^2.A_9^3$. **D.** $C_6^2.C_9^3$.

Câu 49: Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4\}$. Có bao nhiêu tập con của A có hai phần tử:

A. 8. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Số tập con có 2 phần của tập hợp A là: $C_2^4=6$.

Câu 50: Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam ?

A. $C_9^2.C_6^3$. **B.** $C_6^2+C_9^3$. **C.** $A_6^2.A_9^3$. **D.** $C_6^2.C_9^3$.

Lời giải

Chọn D

Cách chọn 5 học sinh đi lao động trong đó có 2 học sinh nam là $C_6^2.C_9^3$.

Câu 51: Cho các số nguyên k, n thỏa $0<k\le n$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{k!n!}{(n-k)!}$.

Câu 52: Cho các số nguyên k, n thỏa $0<k\le n$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{k!n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 53: Số cách sắp xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài có 5 ghế là:

A. $4!$. **B.** 5. **C.** 1. **D.** $5!$.

Câu 54: Số cách sắp xếp 5 học sinh ngồi vào một bàn dài có 5 ghế là:

A. $4!$. **B.** 5. **C.** 1. **D.** $5!$.

Lời giải

Chọn D

Số cách sắp xếp là hoán vị của 5 phần tử $\to$ $5!$.

Câu 55: Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

Câu 56: Có bao nhiêu số có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$?

A. C_9^3. **B.** 9^3. **C.** A_9^3. **D.** 3^9.

Lời giải

Chọn C

Số tự nhiên có ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số đó thuộc tập hợp $\{1;2;3;...;9\}$ là A_9^3.

Câu 57: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số cách chọn ra hai phần tử của M và sắp xếp thứ tự hai phần tử đó là.

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** $C_{10}^2+2!$. **D.** $A_{10}^2+2!$.

Câu 58: Cho tập hợp M có 10 phần tử. Số cách chọn ra hai phần tử của M và sắp xếp thứ tự hai phần tử đó là.

A. C_{10}^2. **B.** A_{10}^2. **C.** $C_{10}^2+2!$. **D.** $A_{10}^2+2!$.

Lời giải

Chọn B

Mỗi cách chọn 2 phần tử từ 10 phần tử và sắp xếp theo một thứ tự là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử.

Vậy có A_{10}^2 cách chọn.

Câu 59: Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 60: Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là:

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số tổ hợp chập k của n phần tử là $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Trong khai triển biểu thức $(x+y)^{21}$, hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^{8}$ là:

A. 116280. **B.** 293930. **C.** 203490. **D.** 1287.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát thứ $k+1$: $T_{k+1}=C_{21}^{k}x^{21-k}y^{k}$ $\left(0\le k\le 21;k\in\mathbb{N}\right)$.

Ứng với số hạng chứa $x^{13}y^{8}$ thì $k=8$.

Vậy hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^{8}$ là $a_8=C_{21}^{8}=203490$.

Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Trong kho đèn trang trí đang còn 5 bóng đèn loại I, 7 bóng đèn loại II, các bóng đèn đều khác nhau về màu sắc và hình dáng. Lấy ra 5 bóng đèn bất kỳ. Hỏi có bao nhiêu khả năng xảy ra số bóng đèn loại I nhiều hơn số bóng đèn loại II?

A. 246. **B.** 3480. **C.** 245. **D.** 3360.

Lời giải

Chọn A

Có 3 trường hợp xảy ra:

TH1: Lấy được 5 bóng đèn loại I: có 1 cách

TH2: Lấy được 4 bóng đèn loại I, 1 bóng đèn loại II: có $C_5^4.C_7^1$ cách

TH3: Lấy được 3 bóng đèn loại I, 2 bóng đèn loại II: có $C_5^3.C_7^2$ cách

Theo quy tắc cộng, có $1+C_5^4.C_7^1+C_5^3.C_7^2=246$ cách

Câu 3: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ "HIỀN", "TÀI", "LÀ", "NGUYÊN", "KHÍ", "QUỐC", "GIA". Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ "HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA".

A. $\dfrac{1}{25}$. **B.** $\dfrac{1}{5040}$. **C.** $\dfrac{1}{24}$. **D.** $\dfrac{1}{13}$.

Lời giải

Chọn B

Xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa có $7!=5040$ (cách xếp) $\Rightarrow n(\Omega)=5040$.

Đặt A là biến cố "xếp được chữ HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA". Ta có $n(A)=1$.

Vậy $P(A)=\dfrac{1}{5040}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x)=(x+1)^6+(x+1)^7+...+(x+1)^{12}$.

A. 1715. **B.** 1711. **C.** 1287. **D.** 1716.

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển $(x+1)^6$ thấy ngay số hạng chứa x^5 có hệ số là: C_6^1.

Tương tự các khai triển còn lại ta lần lượt có C_7^2, C_8^3, … , C_{12}^7.

Do đó hệ số cần tìm là $C_6^1+C_7^2+...+C_{12}^7=1715$.

Câu 5: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Đội văn nghệ của nhà trường gồm 4 học sinh lớp 12A, 3 học sinh lớp 12B và 2 học sinh lớp 12C. Chọn ngẫu nhiên

5 học sinh từ đội văn nghệ để biểu diễn trong lễ bế giảng. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho lớp nào cũng có học sinh được chọn?

A. 120. **B.** 98. **C.** 150. **D.** 360.

Lời giải

Chọn B

✎ Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh C_9^5 cách.

✎ Số cách chọn 5 học sinh chỉ có 2 lớp: $C_7^5 + C_6^5 + C_5^5$

Vậy số cách chọn 5 học sinh có cả 3 lớp là $C_9^5 - \left(C_7^5 + C_6^5 + C_5^5\right) = 98$.

Câu 6: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Có bao nhiêu số chẵn mà mỗi số có 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 2520. **B.** 50000. **C.** 4500. **D.** 2296.

Lời giải

Chọn D

✎ Số có 4 chữ số khác nhau đôi một: $9.A_9^3$.

✎ Số có 4 chữ số lẻ khác nhau đôi một: $5.8.A_8^2$.

Vậy số có 4 chữ số chẵn khác nhau đôi một: $9.A_9^3 - 5.8.A_8^2 = 2296$.

Câu 7: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^{21}$, $\left(x \neq 0,\ n \in \mathbb{N}^*\right)$.

A. $2^7 C_{21}^7$. **B.** $2^8 C_{21}^8$. **C.** $-2^8 C_{21}^8$. **D.** $-2^7 C_{21}^7$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^k a^{n-k} b^k = C_{21}^k x^{21-k}.\left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = \left(-2\right)^k C_{21}^k x^{21-3k}$.

Theo yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 21 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 7$. Vậy hệ số cần tìm là $-2^7 C_{21}^7$.

Câu 8: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau?

A. 15. **B.** 4096. **C.** 360. **D.** 720.

Lời giải

Chọn C

Để được một số có 4 chữ số theo yêu cầu đề bài, ta chọn 4 chữ số trong 6 chữ số đã cho và xếp theo một thứ tự nào đó, nghĩa là ta được một chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

Vậy số các số cần thành lập là $A_6^4 = 360$.

Câu 9: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.

A. $\frac{4615}{5236}$. **B.** $\frac{4651}{5236}$. **C.** $\frac{4615}{5263}$. **D.** $\frac{4610}{5236}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 4 học sinh lên bảng: $n\left(\Omega\right) = C_{35}^4$.

Số cách chọn 4 học sinh chỉ có nam hoặc chỉ có nữ: $C_{20}^4 + C_{15}^4$.

Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ: $1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{C_{35}^4} = \frac{4615}{5236}$

Câu 10: [1D2- 3] (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên thỏa mãn ?

A. **B.** **C.** **D.**

Lời giải

Chọn C

Điều kiện (*).

Với điều kiện (*) phương trình đã cho .

.

** (thỏa mãn điều kiện (*)). Vậy .**

Câu 11: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Giải phương trình $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x$.

A. Một số khác. **B.** $x = 6$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 4$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: ĐK: $x \in \mathbb{Z}; x \geq 3$.

Có $A_x^3 + C_x^{x-2} = 14x \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) + \frac{x(x-1)}{2} = 14x \Leftrightarrow 2(x-1)(x-2) + (x-1) = 28$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 5x - 25 = 0 \Leftrightarrow x = 5; x = -\frac{5}{2}$.

Kết hợp điều kiện thì $x = 5$.

Cách 2: Lần lượt thay các đáp án B, C, D vào đề bài ta được $x = 5$.

Câu 12: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Một cái hộp chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{7}{24}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^1.C_9^1$.

Gọi A là biến cố: " Viên bi được lấy lần thứ 2 là bi xanh".

- Trường hợp 1: Lần 1 lấy viên đỏ, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_6^1.C_4^1$ cách chọn
- Trường hợp 2: Lần 1 lấy viên xanh, lần 2 lấy viên xanh: Có $C_4^1.C_3^1$ cách chọn

$n(A) = C_6^1.C_4^1 + C_4^1.C_3^1$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24+12}{10.9} = \frac{2}{5}$.

Câu 13: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Gieo ngẫu nhiên 2 con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: " Hiệu số chấm xuất hiện trên 2 con xúc sắc bằng 1".

A. $\frac{2}{9}$. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=6.6=36$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$A=\{(1;\,2),\ (2;\,1),\ (3;\,2),\ (2;\,3),\ (3;\,4),\ (4;\,3),\ (4;\,5),\ (5;\,4),\ (5;\,6),\ (6;\,5)\}$ nên $n(A)=10$.

Vậy $P(A)=\dfrac{10}{36}=\dfrac{5}{18}$.

Câu 14: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Tổng $C_{2016}^{1}+C_{2016}^{2}+C_{2016}^{3}+...+C_{2016}^{2016}$ bằng

A. 4^{2016}. **B.** $2^{2016}+1$. **C.** $4^{2016}-1$. **D.** $2^{2016}-1$.

Lời giải

Chọn D

$C_{2016}^{1}+C_{2016}^{2}+...+C_{2016}^{2016}=C_{2016}^{0}+C_{2016}^{1}+C_{2016}^{2}+...+C_{2016}^{2016}-1=(1+1)^{2016}-1=2^{2016}-1$.

Câu 15: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 5 có thể lập được bao nhiêu số gồm 4 chữ số khác nhau và không chia hết cho 5?

A. 72. **B.** 120. **C.** 54. **D.** 69.

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần tìm dạng: $\overline{abcd}$, $(a\neq 0)$.

- Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau: $4.A_4^3=96$ số.
- Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau chia hết cho 5: $A_4^3+3.A_3^2=42$.
- Vậy số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau không chia hết cho 5 là: $96-42=54$ số.

Câu 16: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Có 10 tấm bìa ghi 10 chữ "NƠI", "NÀO", "CÓ", "Ý", "CHÍ", "NƠI", "ĐÓ", "CÓ", "CON", "ĐƯỜNG". Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ " NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG".

A. $\dfrac{1}{40320}$. **B.** $\dfrac{1}{10}$. **C.** $\dfrac{1}{3628800}$. **D.** $\dfrac{1}{907200}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=10!$

Gọi A là biến cố xếp các tấm bìa được dòng chữ "NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG".

Chú ý rằng có hai chữ "NƠI" và hai chữ "CÓ", nên để tính $n(A)$, ta làm như sau:

- Có C_2^1 cách chọn một chữ "NƠI" và đặt vào đầu câu
- Có C_2^1 cách chọn một chữ "CÓ" và đặt vào vị trí thứ ba
- Các vị trí còn lại chỉ có một cách đặt chữ

Vậy $n(A)=C_2^1.C_2^1.1=4$, nên $P(A)=\dfrac{4}{10!}=\dfrac{4}{3628800}=\dfrac{1}{907200}$.

Câu 17: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Một lô hàng gồm 30 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

A. $\dfrac{135}{988}$. **B.** $\dfrac{3}{247}$. **C.** $\dfrac{244}{247}$. **D.** $\dfrac{15}{26}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Chọn ra ba sản phẩm tùy ý có $C_{40}^{3}=9880$ cách chọn.

Do đó $n(\Omega)=9880$.

Gọi A là biến cố có ít nhất 1 sản phẩm tốt. Khi đó $\overline{A}$ là biến cố 3 sản phẩm không có sản phẩm tốt.

$n(\overline{A})=C_{10}^{3}=120$.

Vậy xác suất cần tìm là $\mathbb{P}(A)=1-\mathbb{P}(\overline{A})=1-\dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=1-\dfrac{120}{9880}=\dfrac{244}{247}$.

Câu 18: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Có 5 nhà toán học nam, 3 nhà toán học nữ và 4 nhà vật lý nam. Lập một đoàn công tác gồm 3 người cần có cả nam và nữ, có cả nhà toán học và vật lý thì có bao nhiêu cách.

A. 120. **B.** 90. **C.** 80. **D.** 220.

Lời giải

Chọn B

Ta có các trường hợp sau:

TH1: Chọn được 1 nhà vật lý nam, hai nhà toán học nữ có $C_4^1C_3^2=12$ cách chọn.

TH2: Chọn được 1 nhà vật lý nam, một nhà toán học nữ và một nhà toán học nam có $C_4^1C_3^1C_5^1=60$ cách chọn.

TH3: Chọn được 2 nhà vật lý nam, một nhà toán học nữ có $C_4^2C_3^1=18$ cách chọn.

Vậy, có $12+60+18=90$ cách chọn thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 19: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển $x^3(1-x)^8$

A. -28. **B.** 70. **C.** -56. **D.** 56.

Lời giải

Chọn C

- Số hạng tổng quát của khai triển là: $x^3.C_8^k(-x)^k=C_8^k(-1)^k x^{k+3}$

- Số hạng chứa x^6: khi $k+3=6\Leftrightarrow k=3$

- *KL:* hệ số cần tìm là $C_8^3(-1)^3=-56$.

Câu 20: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Trong trò chơi "Chiếc nón kỳ diệu" chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 6 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

A. $\dfrac{5}{36}$. **B.** $\dfrac{5}{9}$. **C.** $\dfrac{5}{54}$. **D.** $\dfrac{1}{36}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_6^1C_6^1C_6^1=6^3$

Gọi A là biến cố "trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe dừng lại ở ba vị trí khác nhau"

Số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=C_6^1C_5^1C_4^1$

Vậy xác suất của biến cố A là $\mathbb{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_6^1C_5^1C_4^1}{C_6^1C_6^1C_6^1}=\dfrac{5}{9}$

Câu 21: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu?

A. $67,6\%$. **B.** $29,5\%$. **C.** $32,4\%$. **D.** $70,5\%$.

Lời giải

Chọn D

Tổng số bi trong thùng là $4+5+6=15$ (bi).

Số kết quả có thể khi lấy ra 2 viên bi bất kì từ 15 viên bi là $C_{15}^2=105$.

Số kết quả thuận lợi khi lấy ra hai bi khác màu là $C_4^1C_5^1+C_5^1C_6^1+C_4^1C_6^1=74$.

Gọi A là biến cố lấy ra hai viên bi khác màu. Xác suất xảy ra A là $P(A)=\dfrac{74}{105}\simeq 70,5\%$.

Câu 22: (THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Có 3 bạn nam và 3 bạn nữ được xếp vào một ghế dài có 6 vị trí. Hỏi có bao nhiêu cách xếp sao cho nam và nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau?

A. 48. **B.** 72. **C.** 24. **D.** 36.

Lời giải

Chọn B

1	2	3	4	5	6

Giả sử ghế dài được đánh số như hình vẽ.

Có hai trường hợp: Một nữ ngồi ở vị trí số 1 hoặc một nam ngồi ở vị trí số 1. Ứng với mỗi trường hợp sắp xếp 3 bạn nam và 3 bạn nữ ngồi xen kẽ lẫn nhau có $3!.3!$.

Vậy có $2.3!.3!=72$.

Câu 23: [12D1-4](THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018) Cho x, y thỏa mãn $\sqrt{2x+3}+\sqrt{y+3}=4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của

$$P=\sqrt{x+2}+\sqrt{y+9}$$

A. $\sqrt{\dfrac{1}{2}}+\sqrt{21}$. **B.** $\sqrt{6}+\sqrt{\dfrac{17}{2}}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{3\sqrt{10}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Đặt $a=\sqrt{2x+3}$, $b=\sqrt{y+3}$. Ta có: $a+b=4$ và $0\le a$, $b\le 4$.

Khi đó, ta có: $P=\sqrt{\dfrac{a^2+1}{2}}+\sqrt{b^2+6}\Leftrightarrow \sqrt{2}P=\sqrt{a^2+1}+\sqrt{2b^2+12}$.

Suy ra: $\sqrt{2}P=\sqrt{(4-b)^2+1}+\sqrt{2b^2+12}=f(b)$, với $b\in[0;4]$.

Ta có: $f'(b)=\dfrac{b-4}{\sqrt{(4-b)^2+1}}+\dfrac{2b}{\sqrt{2b^2+12}}=0\Leftrightarrow (4-b)\sqrt{2b^2+12}=2b\sqrt{(4-b)^2+1}$

$\Leftrightarrow (4-b)^2(2b^2+12)=4b^2\left((4-b)^2+1\right)\Leftrightarrow (b-2)(b^3-6b^2+48)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=2\\ b^3-6b^2+48=0\end{array}\right.$.

Vì $b^3-6b^2+48=b(b-3)^2+9(4-b)+12>0$ với mọi $b\in[0;4]$ nên $f'(b)=0\Leftrightarrow b=2$.

Ta có: $f(0)=\sqrt{17}+2\sqrt{3}$, $f(4)=1+2\sqrt{11}$, $f(2)=3\sqrt{5}$.

Vì $f(2)<f(0)$, $f(2)<f(4)$ nên $\min\left(\sqrt{2}P\right)=f(2)=3\sqrt{5}$ khi $a=b=2$.

Vậy $\min P = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ khi $x = \frac{1}{2}, y = 1$.

Cách 2: Tương tự đổi biến như cách 1, ta có:

$$P = \sqrt{\frac{a^2+1}{2}} + \sqrt{b^2+6}\text{, với } a+b=4 \text{ và } 0 \le a\text{, } b \le 4.$$

Ta có: $\sqrt{\frac{a^2+1}{2}} = \sqrt{\left(\frac{4}{10}+\frac{1}{10}\right)\left(a^2+1\right)} \ge \frac{2}{\sqrt{10}}.a + \frac{1}{\sqrt{10}}.1$.

$$\sqrt{b^2+6} = \sqrt{\left(b^2+6\right)\left(\frac{4}{10}+\frac{6}{10}\right)} \ge b.\frac{2}{\sqrt{10}} + \sqrt{6}.\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}}.$$

Suy ra: $P \ge \frac{2a}{\sqrt{10}} + \frac{1}{\sqrt{10}} + \frac{2b}{\sqrt{10}} + \sqrt{6}.\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}}(a+b) + \frac{7}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chi khi $a = b = 2$.

Vậy $\min P = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ khi $x = \frac{1}{2},\ y = 1$.

Cách 3: Ta có: $P = \sqrt{\frac{2x+3}{2}+\frac{1}{2}} + \sqrt{y+3+6} = \sqrt{\frac{\left(\sqrt{2x+3}\right)^2}{2}+\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}}} + \sqrt{\frac{\left(\sqrt{y+3}\right)^2}{1}+\frac{9}{\frac{3}{2}}}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy – Schwarz dạng Engel ta có:

$$\frac{\left(\sqrt{2x+3}\right)^2}{2}+\frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} \ge \frac{\left(\sqrt{2x+3}+\frac{1}{2}\right)^2}{2+\frac{1}{2}} = \frac{2\left(\sqrt{2x+3}+\frac{1}{2}\right)^2}{5},$$

$$\frac{\left(\sqrt{y+3}\right)^2}{1}+\frac{9}{\frac{3}{2}} \ge \frac{\left(\sqrt{y+3}+3\right)^2}{1+\frac{3}{2}} = \frac{2\left(\sqrt{y+3}+3\right)^2}{5}.$$

Suy ra: $P \ge \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{2x+3}+\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{2}\left(\sqrt{y+3}+3\right)}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{2x+3}+\sqrt{y+3}+\frac{7}{2}\right) = \frac{3\sqrt{10}}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x = \frac{1}{2},\ y = 1$.

Vậy $\min P = \frac{3\sqrt{10}}{2}$ khi $x = \frac{1}{2},\ y = 1$.

Câu 24: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Xác suất 2 người được chọn đều là nữ là $\frac{C_3^2}{C_{10}^2} = \frac{1}{15}$.

Câu 25: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $A_n^3 = 20n$ là:

A. $n=6$. **B.** $n=5$. **C.** $n=8$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải:

Chọn A

[phương pháp tự luận]

Điều kiện: $n\ge 3$, $n\in\mathbb{N}$.

$$A_n^3=20n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!}=20n \Leftrightarrow (n-2)(n-1)n=20n \Leftrightarrow n\left(n^2-3n-18\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=6 \\ n=-3 \\ n=0 \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện, ta được $n=6$.

[phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào máy tính vế trái trừ đi vế phải:



CALC lần lượt các đáp án, ta được đáp án A thỏa mãn vế trái trừ vế phải bằng 0.

Câu 26: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Trong khai triển $\left(x+\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, hệ số của $x^3,\ (x>0)$ là:

A. 60. **B.** 80. **C.** 160. **D.** 240.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát của khai triển: $T_{k+1}=C_6^k x^{6-k}.\left(\frac{2}{\sqrt{x}}\right)^k =C_6^k 2^k.x^{6-\frac{3}{2}k}$.

Số hạng chứa x^3 ứng với $6-\frac{3}{2}k=3 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của x^3 là: $C_6^2.2^2=60$.

Câu 27: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249. **B.** 1500. **C.** 3204. **D.** 2942.

Lời giải

Chọn B

Chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4 nên ta có thể có 154 hoặc 451

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ (các chữ số khác nhau từng đôi một và a, b, c thuộc $\{0,2,3,6,7,8,9\}$), sau đó ta chèn thêm 154 hoặc 451 để có được số gồm 6 chữ số cần tìm.

TH1: $a\ne 0$, số cách chọn a là 6, số cách chọn b và c là A_6^2, sau đó chèn 154 hoặc 451 vào 4 vị trí còn lại nên có $6.A_6^2.4.2$ cách

TH2: $a=0$, số cách chọn a là 1, số cách chọn b và c là A_6^2, sau đó chèn 154 hoặc 451 vào vị trí trước a có duy nhất 1 cách nên có $A_6^2.2$ cách

Vậy có $6.A_6^2.4.2+A_6^2.2=1500$ (số).

Câu 28: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn đều là nữ.

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{1}{5}$.

Lời giải

Chọn A

Xác suất 2 người được chọn đều là nữ là $\dfrac{C_3^2}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{15}$.

Câu 29: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Nghiệm của phương trình $A_n^3=20n$ là:

A. $n=6$. **B.** $n=5$. **C.** $n=8$. **D.** Không tồn tại.

Lời giải:

Chọn A

[phương pháp tự luận]

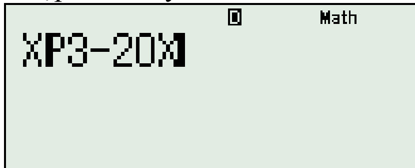
Điều kiện: $n\ge 3$, $n\in\mathbb{N}$.

$$A_n^3=20n \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-3)!}=20n \Leftrightarrow (n-2)(n-1)n=20n \Leftrightarrow n\left(n^2-3n-18\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=6 \\ n=-3 \\ n=0 \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện, ta được $n=6$.

[phương pháp trắc nghiệm]

Nhập vào máy tính vế trái trừ đi vế phải:



CALC lần lượt các đáp án, ta được đáp án A thỏa mãn vế trái trừ vế phải bằng 0.

Câu 30: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018) Trong khai triển $\left(x+\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^6$, hệ số của $x^3,(x>0)$ là:

A. 60. **B.** 80. **C.** 160. **D.** 240.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát của khai triển: $T_{k+1}=C_6^k x^{6-k}.\left(\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^k=C_6^k 2^k.x^{6-\frac{3}{2}k}$.

Số hạng chứa x^3 ứng với $6-\dfrac{3}{2}k=3 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của x^3 là: $C_6^2.2^2=60$.

Câu 31: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Biết hệ số của x^2 trong khai triển biểu thức $(1+4x)^n$ là 3040. Số nguyên n bằng bao nhiêu?

A. 24. **B.** 26. **C.** 20. **D.** 28.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của khai triển $(1+4x)^n$ là $C_n^k.4^k.x^k$ $\left(n,k\in\mathbb{Z};\ 0\le k\le n\right)$.

Ta có $\begin{cases} k=2 \\ C_n^k.4^k=3040 \end{cases} \Rightarrow C_n^2.4^2=3040 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!}=190 \Leftrightarrow n(n-1)=380 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=20(n) \\ n=-19(l) \end{array}\right.$.

Câu 32: (THPT Yên Lạc 2-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Một túi chứa 6 bi xanh, 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất để lấy được cả hai bi đều màu đỏ?

A. $\frac{4}{15}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{7}{45}$.

Giải

Chọn B

Không gian mẫu là tập tất cả cách lấy hai viên bi từ túi có 10 viên bi. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^{2}$.

Gọi A: "lấy được hai viên bi đều màu đỏ". Số phần tử có lợi cho biến cố A là $n(A)=C_4^2$.

Xác suất của biến cố A là : $P(A)=\frac{C_4^2}{C_{10}^2}=\frac{2}{15}$.

Câu 33: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên nhỏ hơn 1000 được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4?

A. 125. **B.** 120. **C.** 100. **D.** 69.

Lời giải

Chọn A

Các số tự nhiên nhỏ hơn 1000 bao gồm các số tự nhiên có 1, 2, 3 chữ số.

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ $\left(a,b,c\in\{0;1;2;3;4\}\right)$ (không nhất thiết các chữ số đầu tiên phải khác 0).

a có 5 cách chọn.

b có 5 cách chọn.

c có 5 cách chọn.

Vậy có $5.5.5=125$ số tự nhiên thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 34: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Hệ số x^6 trong khai triển $(1-2x)^{10}$ thành đa thức là:

A. -13440. **B.** -210. **C.** 210. **D.** 13440.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(1-2x)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}1^k(-2x)^{10-k}=\sum_{k=0}^{10}(-2)^{10-k}C_{10}^{k}(x)^{10-k}$.

Để $(-2)^{10-k}C_{10}^{k}$ là hệ số của x^6 thì $10-k=6\Leftrightarrow k=4$.

Vậy hệ số x^6 là: $(-2)^{10-4}C_{10}^{4}=13440$.

Câu 35: (THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số?

A. 5040. **B.** 4536. **C.** 10000. **D.** 9000.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tự nhiên cần tìm là $n=\overline{abcd}$, trong đó $a,b,c,d\in\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ và $a\neq 0$.

Ta có a có 9 cách chọn ; b,c,d mỗi số có 10 cách chọn.

Vậy có cả thảy $9.10^3 = 9000$ số cần tìm.

Câu 36: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có 6 câu đại số và 4 câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{1}{30}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{29}{30}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên 3 câu hỏi trong 10 câu hỏi thì số phần tử của không gian mẫu: $n\left(\Omega\right) = C_{10}^3$.

Gọi A: " chọn ít nhất có một câu hình học", suy ra $\overline{A}$: " không chọn được câu hình".

Có $n\left(\overline{A}\right) = C_6^3$ suy ra $P\left(A\right) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \frac{C_6^3}{C_{10}^3} = \frac{5}{6}$.

Câu 37: **(THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018)** Cho x là số thực dương. Khai triển nhị thức Niu tơn của biểu thức $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ ta có hệ số của một số hạng chứa x^m là 495. Tìm tất cả các giá trị m?

A. $m = 4$, $m = 8$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 0$, $m = 12$. **D.** $m = 8$.

Lời giải

Chọn C

Có số hạng tổng quát của khai triển là $C_{12}^k x^{24-3k}$ do đó hệ số của mỗi số hạng là C_{12}^k.

Thấy ngay $C_{12}^4 = C_{12}^8 = 495$ nên $m = 24 - 3k$ suy ra $m = 0, m = 12$.

Câu 38: **(THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $\left(3 - 2x\right)^{15}$.

A. $C_{15}^7 3^8 2^7$. **B.** $-C_{15}^7 3^7 2^8$. **C.** $-C_{15}^7 3^8 2^7$. **D.** $C_{15}^7 3^7 2^8$.

Lời giải

Chọn C

Công thức số hạng tổng quát của khai triển nhị thức Niu tơn:

$$T_{k+1} = C_{15}^k 3^{15-k}\left(-2x\right)^k = \left(-1\right)^k C_{15}^k 3^{15-k} 2^k x^k.$$

Để số hạng chứa x^7 thì $k = 7$. Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 là $-C_{15}^7 3^8 2^7$.

Câu 39: **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** An muốn qua nhà Bình để cùng bình đến chơi nhà Cường. Từ nhà An đến nhà Bình có 4 con đường đi, từ nhà Bình tới nhà Cường có 6 con đường đi. Hỏi An có bao nhiêu cách chọn đường đi đến nhà Cường?

A. 6. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

Công việc được chia làm hai bước:
* Bước 1: Đi từ nhà An tới nhà Bình, có 4 cách.
* Bước 2: Đi từ nhà Bình tới nhà Cường, có 6 cách.
Áp dụng quy tắc nhân ta có số cách thực hiện công việc là: $4\times 6=24$.

Câu 40: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\sqrt{5-x^2}$ trên đoạn $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$.

A. 5. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 6. **D.** Một đáp án khác.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{5-x^2}}$.

$y'=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{x}{\sqrt{5-x^2}}=0\Leftrightarrow \sqrt{5-x^2}=x\Leftrightarrow \begin{cases} x\ge 0 \\ x=\pm\sqrt{\dfrac{5}{2}} \end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{\dfrac{5}{2}}$.

Xét $y\left(-\sqrt{5}\right)=-\sqrt{5}$, $y\left(\sqrt{5}\right)=\sqrt{5}, y\left(\sqrt{\dfrac{5}{2}}\right)=\sqrt{10}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng $\sqrt{10}$.

Câu 41: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+40$ trên đoạn $\left[-5;5\right]$ lần lượt là:

A. $45;-115$. **B.** $13;-115$. **C.** $45;13$. **D.** $115;45$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-6x-9$.

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Xét $y\left(-1\right)=45, y\left(3\right)=13, y\left(5\right)=45, y\left(-5\right)=-115$.

Vậy giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt là $45;-115$.

Câu 42: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Tìm m để đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số $\left(C\right): y=x^4-8x^2+3$ tại 4 điểm phân biệt:

A. $-\dfrac{13}{4}<m<\dfrac{3}{4}$. **B.** $m\le\dfrac{3}{4}$. **C.** $m\ge-\dfrac{13}{4}$. **D.** $-\dfrac{13}{4}\le m\le\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-16x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\frac{13}{4}$	↗	$\frac{3}{4}$	↘	$-\frac{13}{4}$	↗	$+\infty$

Quan sát bảng biến thiên ta có hai đồ thị cắt nhau tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-\frac{13}{4} < m < \frac{3}{4}$.

Câu 43: (THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018) Cho một đa giác đều có 18 đỉnh nội tiếp trong một đường tròn tâm O. Gọi X là tập các tam giác có các đỉnh là các đỉnh của đa giá trên. Tính xác suất để chọn được một tam giác từ tập X là tam giác cân nhưng không phải là tam giác đều.

A. $\frac{23}{136}$. **B.** $\frac{3}{17}$. **C.** $\frac{144}{136}$. **D.** $\frac{7}{816}$.

Lời giải

Chọn A

Số các tam giác bất kỳ là $n(\omega) = C_{18}^3$

Số các tam giác đều là $\frac{18}{3} = 6$

Có 18 cách chọn một đỉnh của đa giác,mỗi đỉnh có 8 các chọn 2 đỉnh còn lại để được một tam giác đều.

Số các tam giác cân là: $18.8 = 144$

Số các tam giác cân không đều là: $144 - 6 = 138 \Rightarrow n(A) = 138$

Xác suất $\Rightarrow P(A) = \frac{138}{C_{18}^3} = \frac{23}{136}$

Câu 44: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Có bao nhiêu số có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ với $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ sao cho $a < b < c$.

A. 30. **B.** 20. **C.** 120. **D.** 40.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét $a, b, c \in \{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ (không lấy giá trị 0)

Số các số tự nhiên thỏa mãn bài ra bằng số các tổ hợp chập 3 của 6 phần tử thuộc tập hợp $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

Vậy có $C_6^3 = 20$ số.

Câu 45: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Tính tổng $S = C_{10}^0 + 2.C_{10}^1 + 2^2.C_{10}^2 + ... + 2^{10}.C_{10}^{10}$.

A. $S = 2^{10}$. **B.** $S = 4^{10}$. **C.** $S = 3^{10}$. **D.** $S = 3^{11}$.

Lời giải

Chọn C

Xét khai triển nhị thức $(x+2)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^{10-k} 2^k = C_{10}^0 x^{10} + 2C_{10}^1 x^9 + 2^2 C_{10}^2 x^8 + ... + 2^{10} C_{10}^{10}$

Cho $x=1$, ta được $3^{10}=(1+2)^{10}=C_{10}^{0}+2C_{10}^{1}+2^2C_{10}^{2}x^8+...+2^{10}C_{10}^{10}$.

Câu 46: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Trong trò chơi "Chiếc nón kì diệu" chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong 7 vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.

A. $\frac{5}{49}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{30}{343}$. **D.** $\frac{30}{49}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega)=7^3$.

Gọi A: " Trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe dừng lại ở 3 vị trí khác nhau".

Suy ra $n(A)=7.6.5=210$. Vậy $P(A)=\frac{210}{7^3}=\frac{30}{49}$.

Câu 47: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 2-năm 2017-2018) Tìm tất cả các số a sao cho trong khai triển của $(1+ax)(1+x)^4$ có chứa số hạng $22x^3$.

A. $a=5$. **B.** $a=-3$. **C.** $a=3$. **D.** $a=2$.

Lời giải

Chọn C

$(1+ax)(1+x)^4=(1+x)^4+ax.(1+x)^4$

Xét khai triển $(x+1)^4=x^4+4x^3+6x^2+4x+1$.

Suy ra số hạng chứa x^3 là $4x^3$.

Xét khai triển $ax(x+1)^4=ax(x^4+4x^3+6x^2+4x+1)=ax^5+4ax^4+6ax^3+4ax^2+ax$.

Suy ra số hạng chứa x^3 là $6ax^3$.

Suy ra số hạng chứa x^3 trong cả khai triển là $(6a+4)x^3$.

Theo đề ra $6a+4=22\Rightarrow a=3$.

Câu 48: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0\ \forall x\in(0;+\infty)$. Biết $f(1)=2$. Khẳng định nào dưới đây có thể xảy ra?

A. $f(2)=1$. **B.** $f(2017)>f(2018)$.

C. $f(-1)=2$. **D.** $f(2)+f(3)=4$.

Lời giải

Chọn C

Vì $f'(x)>0$, $\forall x\in(0;+\infty)$. Ta có bảng biến thiên của $y=f(x)$ trên $(0;+\infty)$ như sau:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	2	$f(1)$	$+\infty$

Do đó hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên ta có $f(1)=2<f(2)<f(3)$; $f(2)+f(3)>4$; $f(2017)<f(2018)$. Vậy loại A, B và D.

Câu 49: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Hệ số của x^6 trong khai triển $\left(\frac{1}{x}+x^3\right)^{10}$ bằng:

A. 792. **B.** 210. **C.** 165. **D.** 252.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là: $T=C_{10}^k\left(x^3\right)^{10-k}.\left(\frac{1}{x}\right)^k=C_{10}^k x^{30-4k}$

Để chứa số hạng x^6 khi $30-4k=6 \Leftrightarrow k=6$

Vậy hệ số của x^6 trong khai triển trên là: $C_{10}^6=210$.

Câu 50: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Trong hộp có 5 quả cầu đỏ và 7 quả cầu xanh kích thước giống nhau. Lấy ngẫu nhiên 5 quả cầu từ hộp. Hỏi có bao nhiêu khả năng lấy được số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh.

A. 3360. **B.** 246. **C.** 3480. **D.** 245.

Lời giải

Chọn B

Số khả năng lấy được số quả cầu đỏ nhiều hơn số quả cầu xanh là: $C_5^5+C_5^4.C_7^1+C_5^3.C_7^2=246$.

Câu 51: (THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\mathrm{e}^{2x}$ trên đoạn $[0;1]$.

A. $\max\limits_{x\in[0;1]} y=\mathrm{e}^2$. **B.** $\max\limits_{x\in[0;1]} y=2\mathrm{e}$. **C.** $\max\limits_{x\in[0;1]} y=1$. **D.** $\max\limits_{x\in[0;1]} y=\mathrm{e}^2+1$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=x+\mathrm{e}^{2x}$ trên đoạn $[0;1]$, ta có: $y'=1+2\mathrm{e}^{2x}>0\ \forall x\in(0;1)$.

Suy ra hàm số đã cho là hàm số đồng biến trên $[0;1]$.

Khi đó $\max\limits_{x\in[0;1]} y=y(1)=\mathrm{e}^2+1$.

Câu 52: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Gọi X là tập các số tự nhiên có 10 chữ số được lập từ các chữ số 1, 2, 3. Chọn một số thuộc X. Tính xác suất để số được chọn có đúng 5 chữ số 1; 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3?

A. $\frac{280}{6561}$. **B.** $\frac{13}{2130}$. **C.** $\frac{157}{159}$. **D.** $\frac{20}{31}$.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có 10 chữ số được lập từ các chữ số $1,2,3$ là: 3^{10} số.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=3^{10}$.

Gọi biến cố A: "số được chọn có đúng 5 chữ số 1; 2 chữ số 2 và 3 chữ số 3".

Số kết quả thuận lợi cho biến cố A là: $n(A)=\frac{10!}{5!.2!.3!}=2520$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{280}{6561}$.

Câu 53: (THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho các số tự nhiên $0 \le p \le m$. A_m^p, C_m^p, P_m lần lượt là số lượng chỉnh hợp chập p của m phần tử, số lượng tổ hợp chập p của m phần tử và số lượng hoán vị của m phần tử. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $A_m^p = m(m-1)(m-2)\ ...\ (m-p)$.
B. $C_m^p = p!A_m^p$.
C. $A_m^0 = P_m$.
D. $A_m^m = P_m$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $A_m^p = \dfrac{m!}{(m-p)!} = m(m-1)(m-2)\ ...\ (m-p+1)$ nên A. sai.

$C_m^p = \dfrac{m!}{p!(m-p)!} = \dfrac{A_m^p}{p!}$ nên B. sai

$A_m^0 = 1 \ne m! = P_m$ nên C. sai.

$A_m^m = \dfrac{m!}{1!} = m! = P_m$. Phương án D. đúng

Câu 54: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Trong mặt phẳng có 2017 đường thẳng song song với nhau và 2018 đường thẳng song song khác cùng cắt nhóm 2017 đường thẳng đó. Đếm số hình bình hành nhiều nhất được tạo thành có đỉnh là các giao điểm nói trên.

A. 2017.2018.
B. $C_{2017}^4 + C_{2018}^4$.
C. $C_{2017}^2.C_{2018}^2$.
D. $2017 + 2018$.

Lời giải

Chọn C

Mỗi hình bình hành tạo thành từ hai cặp cạnh song song nhau. Vì vậy số hình bình hành tạo thành chính là số cách chọn 2 cặp đường thẳng song song trong hai nhóm đường thẳng trên.

Chọn 2 đường thẳng song song từ 2017 đường thẳng song song có C_{2017}^2 (cách).

Chọn 2 đường thẳng song song từ 2018 đường thẳng song song có C_{2018}^2 (cách).

Vậy có $C_{2017}^2.C_{2018}^2$ (hình bình hành).

Câu 55: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Trên một bàn cờ vua kích thước 8×8 người ta đặt số hạt thóc theo cách như sau đây: Ô thứ nhất đặt một hạt thóc, ô thứ hai đặt hai hạt thóc, các ô tiếp theo đặt số hạt thóc gấp đôi ô đứng liền kề trước nó. Hỏi phải tối thiểu từ ô thứ bao nhiêu để tổng số hạt thóc từ ô đầu tiên đến ô đó lớn hơn 20172018 hạt thóc.

A. 26.
B. 23.
C. 24.
D. 25.

Lời giải

Chọn D

Số hạt thóc trong các ô lập thành một cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = 1$ và công bội $q = 2$.

Gọi n là số ô tối thiểu thỏa đề bài, khi đó ta phải có: $S_n = u_1 + u_2 + ... + u_n > 20172018$.

$$S_n > 20172018 \Leftrightarrow \frac{u_1\left(1-q^n\right)}{1-q} > 20172018 \Leftrightarrow \frac{1.\left(1-2^n\right)}{1-2} > 20172018 \Leftrightarrow 2^n > 20172019.$$

Cách 1: Sử dụng máy tính cầm tay bấm:

$2^{23} = 8388608$; $2^{24} = 16777216$; $2^{25} = 33554432$; $2^{26} = 67108864$.

Ta thấy $n = 25$ thỏa đề bài.

Cách 2: $2^n > 20172019 \Leftrightarrow n > \log_2 20172019 \Leftrightarrow n > 24,26585$. Vậy tối thiểu $n = 25$.

Câu 56: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Tính số cách xếp 5 quyển sách Toán, 4 quyển sách Lý và 3 quyển sách Hóa lên một giá sách theo từng môn.

A. $5!.4!.3!$. **B.** $15!+4!+3!$. **C.** $5!.4!.3!.3!$. **D.** $5.4.3$.

Lời giải

Chọn C

Các bước thực hiện:

* Bước 1: Chọn vị trí cho từng môn học $\Rightarrow$ Có $3!$ cách.

* Bước 2: Xếp sách toán vào $\Rightarrow$ Có $5!$ cách.

* Bước 3: Xếp sách toán vào $\Rightarrow$ Có $4!$ cách.

* Bước 4: Xếp sách toán vào $\Rightarrow$ Có $3!$ cách.

Áp dụng quy tắc nhân ta có tổng số cách xếp là: $5!.4!.3!.3!$ cách.

Câu 57: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Tìm tập nghiệm của phương trình $C_x^2 + C_x^3 = 4x$.

A. $\{0\}$. **B.** $\{-5;5\}$. **C.** $\{5\}$. **D.** $\{-5;0;5\}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x \geq 3$, $x \in \mathbb{N}$.

Ta có $C_x^2 + C_x^3 = 4x \Leftrightarrow \dfrac{x!}{2!(x-2)!} + \dfrac{x!}{3!(x-3)!} = 4x$

$$\Leftrightarrow 3x(x-1) + x(x-1)(x-2) = 24x \Leftrightarrow x^3 - 25x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 5 \\ x = -5 \end{array}\right..$$

Đối chiếu điều kiện, phương trình có nghiệm $x = 5$.

Câu 58: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Tìm hệ số h của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(x^2 + \dfrac{2}{x}\right)^7$.

A. $h = 84$. **B.** $h = 672$. **C.** $h = 560$. **D.** $h = 280$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức nhị thức Niu-tơn, ta có $\left(x^2 + \dfrac{2}{x}\right)^7 = \sum\limits_{k=0}^{7} C_7^k.x^{2k}\left(\dfrac{2}{x}\right)^{7-k}$.

Số hạng tổng quát là $C_7^k.x^{2k}\left(\dfrac{2}{x}\right)^{7-k} = C_7^k.2^{7-k}.x^{3k-7}$

Do hệ số của x^5 nên ta có $3k - 7 = 5 \Leftrightarrow k = 4$. Vậy hệ số của x^5 là $C_7^4.2^3 = 280$.

Câu 59: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Lập được bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau chọn từ tập $A = \{1;2;3;4;5\}$ sao cho mỗi số lập được luôn có mặt chữ số 3

A. 72. **B.** 36. **C.** 32. **D.** 48.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tạo thành có dạng $x=\overline{abc}$, với a, b, c đôi một khác nhau và lấy từ A.
Chọn một vị trí a,b hoặc c cho số 3 có 3 cách chọn.

Chọn hai chữ số khác 3 từ A và sắp xếp vào hai vị trí còn lại của x có A_4^2 cách.

Theo quy tắc nhân có $3.A_4^2=36$ cách.

Mỗi cách sắp xếp như trên cho ta một số thỏa yêu cầu.
Vậy có 36 số cần tìm.

Câu 60: (THPT Chuyên Lê Hồng Phong-Nam Định-lần 2 năm 2017-2018) Cho các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ các chữ số đã cho lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có 4 chữ số và các chữ số đôi một bất kỳ khác nhau.

A. 160. **B.** 156. **C.** 752. **D.** 240.

Lời giải

Chọn B

Gọi số cần tìm là: $\overline{abcd}$ (với $b,c,d\in\{0;1;2;3;4;5\}$, $a\in\{1;2;3;4;5\}$).

- **Trường hợp 1:**

  Chọn $d=0$, nên có 1 cách chọn.

  Chọn $a\in\{1,2,3,4,5\}$ nên có 5 cách chọn.

  Chọn b có 4 cách chọn.

  Chọn c có 3 cách chọn.

  Suy ra, có $1.5.4.3=60$ số.

- **Trường hợp 2:**

  Chọn $d\in\{2,4\}$, nên có 2 cách chọn.

  Chọn $a\neq 0$ nên có 4 cách chọn.

  Chọn b có 4 cách chọn.

  Chọn c có 3 cách chọn.

  Suy ra, có $2.4.4.3=96$ số.

Vậy có tất cả: $60+96=156$ số.

Câu 61: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ quanh một bàn tròn. Xác suất để các học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau là:

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{12}$. **C.** $\frac{5}{32}$. **D.** $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Chọn B

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh quanh một bàn tròn có $9!=362880$ cách.

$\Rightarrow n\left(\Omega\right)=362880$.

Gọi A là biến cố 3 học sinh nữ luôn ngồi cạnh nhau

Gộp 3 nữ thành một nhóm, cùng với 7 nam có $7!$ cách xếp; hoán vị 3 nữ trong nhóm có $3!$ cách.

$\Rightarrow n\left(A\right)=7!.3!=30240$.

$\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{30240}{362880}=\dfrac{1}{12}$.

Chú ý:

Hoán vị vòng n phần tử là một cách xếp n phần tử quanh một bàn tròn(một dãy kín).

Số hoán vị vòng n phần tử là $\left(n-1\right)!$.

Câu 62: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Một tổ có 6 học sinh nam và 9 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 6 học sinh đi lao động, trong đó 2 học sinh nam?

A. $C_6^2+C_9^4$. **B.** $C_6^2.C_9^4$. **C.** $A_6^2.A_9^4$. **D.** $C_9^2.C_6^4$.

Lời giải

Chọn B

Để chọn được 6 học sinh theo yêu cầu ta cần chọn liên tục 2 học sinh nam và 4 học sinh nữ.

❖ Chọn 2 học sinh nam có C_6^2 cách.

❖ Chọn 4 học sinh nữ có C_9^4 cách.

❖ Theo quy tắc nhân, ta có $C_6^2.C_9^4$ cách chọn thỏa yêu cầu.

Câu 63: (THPT Lê Văn Thịnh-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(1-2x+2015x^{2016}-2016x^{2017}+2017x^{2018}\right)^{60}$?

A. $-C_{60}^3$. **B.** C_{60}^3. **C.** $8.C_{60}^3$. **D.** $-8.C_{60}^3$.

Lời giải

Chọn D

Có $\left(1-2x+2015x^{2016}-2016x^{2017}+2017x^{2018}\right)^{60}$

$=\left[\left(1-2x\right)+x^{2016}\left(2015-2016x+2017x^2\right)\right]^{60}$

$=C_{60}^0\left(1-2x\right)^{60}+C_{60}^1\left(1-2x\right)^{59}\left[x^{2016}\left(2015-2016x+2017x^2\right)\right]$

$+\ldots+C_{60}^{60}\left[x^{2016}\left(2015-2016x+2017x^2\right)\right]^{60}$.

Chỉ số hạng $C_{60}^0\left(1-2x\right)^{60}$ có chứa x^3 và hệ số là $C_{60}^0C_{60}^3\left(-2\right)^3=-8C_{60}^3$.

Câu 64: [1D2–1] (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Mệnh đề nào đúng trong các mệnh đề sau:

A. . **B.** . **C.** . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Ta có: .

Câu 65: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Gieo hai con súc sắc 6 mặt. Tính xác suất để tổng số chấm xuất hiện bằng 12

A. $p=\frac{2}{C_6^2}$. **B.** $p=\frac{1}{12}$. **C.** $p=\frac{1}{6}$. **D.** $p=\frac{1}{36}$.

Lời giải

Chọn D

* Không gian mẫu $\Omega=\{(i;j)/i;j=1,\,2,\,3,\,4,\,5,\,6\}\Rightarrow n(\Omega)=36$.

* Gọi A là biến cố cần tìm, ta có $A=\{(6;6)\}$, suy ra $n(A)=1$.

* Vậy $p(A)=\frac{1}{36}$.

Câu 66: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 6 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để chọn ra 2 quả cầu cùng màu bằng

A. $\frac{5}{22}$. **B.** $\frac{6}{11}$. **C.** $\frac{5}{11}$. **D.** $\frac{8}{11}$.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ 11 quả cầu là $C_{11}^2=55$.

Số cách chọn ra 2 quả cầu cùng màu là $C_5^2+C_6^2=25$.

Xác suất để chọn ra 2 quả cầu cùng màu bằng $\frac{25}{55}=\frac{5}{11}$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Xác suất bắn trúng mục tiêu của một vận động viên khi bắn một viên đạn là $0,6$. Người đó bắn hai viên đạn một cách độc lập. Xác suất để một viên trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu là

A. $0,45$. **B.** $0,4$. **C.** $0,48$. **D.** $0,24$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A_1, A_2, X lần lượt là biến cố bắn trúng mục tiêu của viên đạn thứ nhất, viên đạn thứ hai, một viên đạn trúng mục tiêu và một viên trượt mục tiêu.

Khi đó $X = A_1\overline{A_2} + \overline{A_1}A_2$.

Xác suất cần tìm $P(X) = P\left(A_1\overline{A_2}\right) + P\left(\overline{A_1}A_2\right) = 0,6.0.4 + 0,4.0,6 = 0,48$.

Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Cho tập $A = \{1,2,3,5,7,9\}$. Từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau ?

A. 720. **B.** 360. **C.** 120. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Tập A gồm có 6 phần tử là những số tự nhiên khác 0.

Từ tập A có thể lập được $A_6^4 = 360$ số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau.

Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Một tổ công nhân có 12 người. Cần chọn 3 người, một người làm tổ trưởng, một tổ phó và một thành viên. Hỏi có bao nhiêu cách chọn?

A. 220. **B.** $12!$. **C.** 1320. **D.** 1230.

Lời giải

Chọn C.

Số cách chọn 3 người, một người làm tổ trưởng, một tổ phó và một thành viên là

$C_{12}^1 C_{11}^1 C_{10}^1 = 1320$ (cách chọn)

Câu 4: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x^2}\right)^6$, $x \neq 0$.

A. 15. **B.** 240. **C.** -240. **D.** -15.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển là $T_{k+1} = C_6^k.(2x)^k.\left(-\frac{1}{x^2}\right)^{6-k} = C_6^k 2^k.(-1)^{6-k}.x^{3k-12}$.

$3k - 12 = 0 \Rightarrow k = 4$.

Số hạng không chứa x là $T_5 = C_6^4.2^4.(-1)^2 = 240$.

Câu 5: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Một hộp chứa 20 thẻ được đánh số từ 1 đến 20.Lấy ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp đó. Tính xác suất thẻ lấy được ghi số lẻ và chia hết cho 3.

A. $0,3$. **B.** $0,5$. **C.** $0,2$. **D.** $0,15$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $n(\Omega) = C_{20}^1 = 20$.

Gọi A là biến cố lấy được một tấm thẻ ghi số lẻ và chia hết cho $3 \Rightarrow A = \{3;9;15\}$.

Do đó $n(A)=3 \Rightarrow P(A)=\frac{3}{20}=0,15$.

Câu 6: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là $0,3$ và Nam thắng Việt là $0,4$. Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.

A. $0,12$. **B.** $0,7$. **C.** $0,9$. **D.** $0,21$.

Lời giải

Chọn D

Ván 1: Xác suất Việt và Nam hòa là $1-(0,3+0,4)=0,3$.

Ván 2: Xác suất Việt thắng hoặc thắng là $0,3+0,4=0,7$.

Xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ là: $P=0,3.0,7=0,21$.

Câu 7: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Bình A chứa 3 quả cầu xanh, 4 quả cầu đỏ và 5 quả cầu trắng. Bình B chứa 4 quả cầu xanh, 3 quả cầu đỏ và 6 quả cầu trắng. Bình C chứa 5 quả cầu xanh, 5 quả cầu đỏ và 2 quả cầu trắng. Từ mỗi bình lấy ra một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để cuối cùng được 3 quả có màu giống nhau.

A. 180. **B.** 150. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Chọn A

Trường hợp 1: Lấy được 3 quả cầu xanh từ 3 bình: Số cách lấy: $C_3^1C_4^1C_5^1=60$ (cách)

Trường hợp 2: Lấy được 3 quả cầu đỏ từ 3 bình: Số cách lấy: $C_4^1C_3^1C_5^1=60$ (cách)

Trường hợp 3: Lấy được 3 quả cầu trắng từ 3 bình: Số cách lấy: $C_5^1C_6^1C_2^1=60$ (cách)

Vậy có $60.3=180$ cách lấy được 3 quả cùng màu từ 3 bình.

Câu 8: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Tìm số hạng chứa x^3y^3 trong khai triển $(x+2y)^6$ thành đa thức.

A. $160x^3y^3$. **B.** $120x^3y^3$. **C.** $20x^3y^3$. **D.** $8x^3y^3$.

Lời giải

Chọn A

Sô hạng tổng quát của khai triển $C_6^k x^{6-k}(2y)^k = C_6^k 2^k x^{6-k} y^k$.

Số hạng chứa x^3y^3 ứng với $k=3$.

Vậy số hạng cần tìm là: $C_6^3 2^3 x^3 y^3 = 160x^3y^3$.

Câu 9: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x-\frac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n.

A. $n=32$. **B.** $n=30$. **C.** $n=31$. **D.** $n=33$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng công thức nhị thức Niu Tơn, ta có $\left(x-\frac{1}{4}\right)^n=\sum_{k=0}^{n} C_n^k x^{n-k}\left(-\frac{1}{4}\right)^k$.

Hệ số của x^{n-2} nên ta có $x^{n-2}=x^{n-k} \Leftrightarrow k=2$. Ta có $C_n^2\left(-\frac{1}{4}\right)^2=31 \Leftrightarrow C_n^2=496 \Leftrightarrow n=32$.

Câu 10: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Tính xác suất để trong bốn người được chọn có ít nhất ba nữ.

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{56}{143}$. **D.** $\frac{87}{143}$.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu $n(\Omega)=C_{13}^4=715$ (cách chọn).

Gọi A là biến cố "Bốn người được chọn có ít nhất ba nữ".

Ta có $n(A)=C_8^3C_5^1+C_8^4=350$ (cách chọn).

Suy ra $P(A)=\frac{350}{715}=\frac{70}{143}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018) Cho hai đường thẳng song song d_1; d_2. Trên d_1 có 6 điểm phân biệt được tô màu đỏ. Trên d_2 có 4 điểm phân biết được tô màu xanh. Xét tất cả các tam giác được tạo thành khi nối các điểm đó với nhau. Chọn ngẫu nhiên một tam giác, khi đó xác suất để thu được tam giác có hai đỉnh màu đỏ là:

A. $\frac{5}{32}$. **B.** $\frac{5}{8}$. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** $\frac{5}{7}$.

Lời giải

Chọn B

* Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_6^2.C_4^1+C_6^1.C_4^2=96$.

* Gọi A là biến cố: "Tam giác được chọn có 2 đỉnh màu đỏ"

Để tạo thành tam giác có 2 đỉnh màu đỏ thì thực hiện như sau:

+ Lấy 2 đỉnh màu đỏ từ 6 đỉnh màu đỏ trên đường thẳng d_1: Có C_6^2 cách lấy.

+ Lấy 1 đỉnh còn lại từ 4 đỉnh trên đường thẳng d_2: Có 4 cách lấy.

Theo qui tắc nhân: $n(A)=4.C_6^2=60$.

Vậy xác suất để thu được tam giác có 2 đỉnh màu đỏ là: $P(A)=\frac{60}{96}=\frac{5}{8}$.

Câu 12: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho tập $A=\{0;1;2;3;4;5;6\}$ từ tập A có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số và chia hết cho 2?

A. 1230. **B.** 2880. **C.** 1260. **D.** 8232.

Lời giải

Chọn D

Gọi số có 5 chữ số cần tìm là $x=\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$; $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\in A$; $a_1\neq 0$; $a_5\in\{0;2;4;6\}$.

Công việc thành lập số x được chia thành các bước:

- Chọn chữ số a_1 có 6 lựa chọn vì khác 0.

- Chọn các chữ số a_2, a_3, a_4, mỗi chữ số có 7 lựa chọn.

- Chọn chữ số a_5 có 4 lựa chọn vì số tạo thành chia hết cho 2.

Số số thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $6.7^3.4=8232$ (số).

Câu 13: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{14}$ với $x>0$ là

A. $2^8C_{14}^6$. **B.** $2^6C_{14}^6$. **C.** $2^6C_{14}^8$. **D.** $-2^8C_{14}^8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(\sqrt[3]{x}-\dfrac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{14}=\sum\limits_{k=0}^{14}C_{14}^{k}.\left(\sqrt[3]{x}\right)^{14-k}.\left(-\dfrac{2}{\sqrt[4]{x}}\right)^{k}=\sum\limits_{k=0}^{14}\left(-1\right)^{k}C_{14}^{k}.2^{k}.x^{\frac{14-k}{3}-\frac{k}{4}}=\sum\limits_{k=0}^{14}\left(-1\right)^{k}C_{14}^{k}.2^{k}.x^{\frac{56-7k}{12}}$

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với $\dfrac{56-7k}{12}=0\Leftrightarrow 7k=56\Leftrightarrow k=8$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là $2^{8}C_{14}^{6}$.

Câu 14: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Ba xạ thủ cùng bắn vào một tấm bia, xác suất trúng đích lần lượt là $0,5$; $0,6$ và $0,7$. Xác suất để có đúng 2 người bắn trúng bia là:

A. $0,29$. **B.** $0,44$. **C.** $0,21$. **D.** $0,79$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố người thứ nhất bắn trúng.

$\overline{A}$ là biến cố người thứ nhất bắn trượt.

Vậy $P\left(A\right)=0,5$; $P\left(\overline{A}\right)=0,5$.

Gọi B là biến cố người thứ hai bắn trúng.

Gọi C là biến cố người thứ nhất bắn trúng.

Tương tự có $P\left(B\right)=0,6$; $P\left(\overline{B}\right)=0,4$; $P\left(C\right)=0,7$; $P\left(\overline{C}\right)=0,4$.

Để hai người bắn trúng bia có các khả năng sau xảy ra:

TH1. Người thứ nhất và thứ hai bắn trúng, người thứ ba bắn trượt.

Xác suất xảy ra TH1 là: $P\left(A\right).P\left(B\right).P\left(\overline{C}\right)=0,5.0,6.0,3=0,09$.

TH2: Người thứ nhất và thứ ba bắn trúng, người thứ hai bắn trượt.

Xác suất xảy ra TH2 là: $P\left(A\right).P\left(\overline{B}\right).P\left(C\right)=0,5.0,4.0,7=0,14$.

TH3: Người thứ hai và thứ ba bắn trúng, người thứ nhất bắn trượt.

Xác suất xảy ra TH2 là: $P\left(\overline{A}\right).P\left(B\right).P\left(C\right)=0,5.0,6.0,7=0,21$.

Vậy xác suất để hai người bắn trúng bia là: $0,09+0,14+0,21=0,44$.

Câu 15: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 9 viên bi màu đỏ, 6 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu.

A. $\dfrac{9}{38}$. **B.** $\dfrac{29}{38}$. **C.** $\dfrac{82}{95}$. **D.** $\dfrac{183}{190}$.

Lời giải

Chọn B

Lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 viên bi có tất cả C_{20}^{3} cách. Lấy 3 viên bi đủ cả ba màu có $9.6.5=270$ cách. Vậy lấy ra 3 viên bi không quá hai màu có $C_{20}^{3}-270=870$ cách.

Suy ra xác suất suất để 3 viên bi lấy ra có không quá 2 màu là: $\dfrac{870}{C_{20}^{3}}=\dfrac{29}{38}$.

Câu 16: **(THPT Đoàn Thượng-Hải Dương-lần 2 năm 2017-2018)** Trên một giá sách có 9 quyển sách Văn, 6 quyển sách Anh. Lấy lần lượt 3 quyển và không để lại vào giá. Xác suất để lấy được 2 quyển đầu sách Văn và quyển thứ ba sách Anh là

A. $\frac{72}{455}$. **B.** $\frac{73}{455}$. **C.** $\frac{74}{455}$. **D.** $\frac{71}{455}$.

Lời giải

Chọn A

Số các kết quả của việc lấy ra 3 quyển sách trên giá có 15 quyển sách là : $n(\Omega)=A_{15}^{3}=2730$.

Gọi A là biến cố "lấy được 2 quyển đầu sách Văn và quyển thứ ba sách Anh". Ta có 9 cách lấy quyển Văn thứ nhất, 8 cách lấy quyển Văn thứ hai, 6 cách lấy quyển thứ ba là Anh.

Áp dụng quy tắc nhân ta có: $n(A)=9.8.6=432$.

Khi đó : $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{432}{2730}=\frac{72}{455}$.

Câu 17: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Một nhóm học sinh gồm 4 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp 9 học sinh trên thành 1 hàng dọc sao cho nam nữ đứng xen kẽ?

A. 5760. **B.** 2880. **C.** 120. **D.** 362880.

Lời giải

Chọn B

Xếp 4 học sinh nam thành hàng dọc có $4!$ cách xếp.

Giữa 4 học sinh nam có 5 khoảng trống ta xếp các bạn nữ vào vị trí đó nên có $5!$ cách xếp.

Theo quy tắc nhân có $4!5!=2880$ cách xếp thoả mãn bài ra.

Câu 18: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Tổ 1 lớp 11A có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn ra 4 học sinh của tổ 1 để lao động vệ sinh cùng cả trường. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 4 học sinh trong đó có ít nhất một học sinh nam?

A. 600. **B.** 25. **C.** 325. **D.** 30.

Lời giải

Chọn C

Trường hợp 1: Chọn 1 nam và 3 nữ.
Trường hợp 2: Chọn 2 nam và 2 nữ.
Trường hợp 3: Chọn 3 nam và 1 nữ.
Trường hợp 4: Chọn 4 nam.
Số cách chọn cần tìm là $C_6^1C_5^3+C_6^2C_5^2+C_6^3C_5^1+C_6^4=325$ cách chọn.

Câu 19: **(THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^{12}$ ($x\neq 0$) là

A. $2^4.C_{12}^5$. **B.** C_{12}^8. **C.** $2^4.C_{12}^4$. **D.** $2^8.C_{12}^8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số hạng tổng quát $T_{k+1}=C_{12}^k.\left(x^2\right)^{12-k}.\left(\frac{2}{x}\right)^k=C_{12}^k.2^k.x^{24-3k}$.

Số hạng không chứa $x \Leftrightarrow x^{24-3k}=x^0 \Leftrightarrow 24-3k=0 \Leftrightarrow k=8$.
Vậy số hạng không chứa x là $C_{12}^8.2^8$.

Câu 20: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Một bình đựng 8 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Xác suất để có được ít nhất hai viên bi xanh là bao nhiêu?

A. $\frac{41}{55}$. **B.** $\frac{14}{55}$. **C.** $\frac{28}{55}$. **D.** $\frac{42}{55}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{12}^{3}=220$ (cách chọn).

Gọi A là biến cố " Lấy được ít nhất hai viên bi xanh ".

Ta có $n(A)=C_8^2C_4^1+C_8^3C_4^0=168$ (cách chọn).

Vậy xác suất $P(A)=\frac{168}{220}=\frac{42}{55}$.

Câu 21: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 lấy 5 điểm phân biệt, trên d_2 lấy 7 điểm phân biệt. Hỏi có bao nhiêu tam giác mà các đỉnh của nó được lấy từ các điểm trên hai đường thẳng d_1 và d_2.

A. 220. **B.** 175. **C.** 1320. **D.** 7350.

Lời giải

Chọn B

TH1: Hai đỉnh thuộc d_1 và một đỉnh thuộc d_2: Có $C_5^2C_7^1$ tam giác.

TH2: Hai đỉnh thuộc d_2 và một đỉnh thuộc d_1: Có $C_7^2.C_5^1$ tam giác.

Vậy số tam giác được tạo thành là $C_5^2C_7^1+C_7^2.C_5^1=175$.

Câu 22: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{40}$ là

A. $C_{40}^{2}x^{31}$. **B.** $C_{40}^{3}x^{31}$. **C.** $C_{40}^{4}x^{31}$. **D.** $-C_{40}^{37}x^{31}$.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển $\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{40}=\sum_{k=0}^{40}C_{40}^{k}x^{40-k}.\left(\frac{1}{x^2}\right)^{k}\Leftrightarrow\left(x+\frac{1}{x^2}\right)^{40}=\sum_{k=0}^{40}C_{40}^{k}x^{40-3k}$

Số hạng chứa x^{31} tương ứng với $40-3k=31\Leftrightarrow k=3$.

Vậy số hạng chứa x^{31} là $C_{40}^{3}x^{31}$.

Câu 23: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 7 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn từ đó ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam.

A. 245. **B.** 3480. **C.** 336. **D.** 251.

Lời giải

Chọn D

Chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ trong 13 học sinh tùy ý có C_{13}^{3} cách.

Chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ trong 7 học sinh nữ có C_7^3 cách.

Vậy chọn ra 3 học sinh tham gia văn nghệ sao cho luôn có ít nhất một học sinh nam có $C_{13}^{3}-C_7^3=251$.

Câu 24: **(THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018)** Trong khai triển biểu thức $(x+y)^{21}$, hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^{8}$ là

A. 116280.　　**B.** 203490.　　**C.** 1287.　　**D.** 293930.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(x+y)^{21}=\sum_{k=0}^{21}C_{21}^{k}x^{21-k}y^{k}$.

Hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^{8}$ ứng với $\begin{cases}21-k=13\\ k=8\end{cases}\Leftrightarrow k=8$.

Vậy hệ số của số hạng chứa $x^{13}y^{8}$ là $C_{21}^{8}=203490$.

Câu 25:

[1D2 - 2] (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Tìm để phương trình sau có nghiệm .

A. . **B. .** **C. .** **D. .**

Lời giải

Chọn D

**Phương trình đã cho có nghiệm **

** .**

Câu 26: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Một người làm vườn có 12 cây giống gồm 6 cây xoài, 4 cây mít và 2 cây ổi. Người đó muốn chọn ra 6 cây giống để trồng. Tính xác suất để 6 cây được chọn, mỗi loại có đúng 2 cây.

A. $\frac{1}{8}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{15}{154}$. **D.** $\frac{25}{154}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{12}^{6}=924$.

Gọi A là biến cố: "6 cây được chọn, mỗi loại có đúng 2 cây".

Ta có: $n(A)=C_6^2.C_4^2.C_2^2=15.6.1=90$.

Vậy: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{90}{924}=\frac{15}{154}$.

Câu 27: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp đựng 7 quả cầu màu trắng và 3 quả cầu màu đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu. Tính xác suất để trong 4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu đỏ.

A. $\frac{21}{71}$. **B.** $\frac{20}{71}$. **C.** $\frac{62}{211}$. **D.** $\frac{21}{70}$.

Lời giải

Chọn D

Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 4 quả cầu nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^{4}=210$.

Gọi A là biến cố "4 quả cầu lấy được có đúng 2 quả cầu đỏ".

Số kết quả thuận lợi của A là $n(A)=C_3^2.C_7^2=63$ nên $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{63}{210}=\frac{21}{70}$.

Câu 28: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Một tổ gồm 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Tính số cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình thiện nguyện.

A. 56. **B.** 336. **C.** 24. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn cùng lúc 3 học sinh trong tổ đi tham gia chương trình thiện nguyện là $C_8^3=56$.

Câu 29: (THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018) Hàm số $y=x^2e^{2x}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=2xe^{2x}(x+1)$; giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\end{array}\right.$.

Do $y' < 0$ với $\forall x \in (-1;0)$ nên hàm số nghịc biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 30: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu $x = 2$.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x = 1$ và đạt cực tiểu $x = 2$.

Câu 31: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(x - \frac{1}{x}\right)^{10}$, $x \neq 0$.

A. 120. **B.** -120. **C.** 210. **D.** -210.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{10}^k x^{10-k}\left(\frac{-1}{x}\right)^k = (-1)^k C_{10}^k x^{10-2k}$.

Số mũ $10 - 2k = 4 \Leftrightarrow k = 3$. Vậy hệ số cần tìm là: $(-1)^3 C_{10}^3 = -120$.

Câu 32: **(SGD Ninh Bình năm 2017-2018)** Tính số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con.

A. 26. **B.** 2652. **C.** 1326. **D.** 104.

Lời giải

Chọn C

Số cách rút ra đồng thời hai con bài từ cỗ bài tú lơ khơ 52 con : $C_{52}^2 = 1326$.

Câu 33: **(THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển biểu thức $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$

A. -240. **B.** 810. **C.** -810. **D.** 240.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_5^k.(3x^3)^{5-k}.\left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_5^k.3^{5-k}.(-2)^k.x^{15-3k}.x^{-2k}$

$= C_5^k.3^{5-k}.(-2)^k.x^{15-5k}$. Tìm k sao cho $15 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 1$.

Vậy hệ số của . x^{10}. là $C_5^1.3^4.(-2) = -810$.

Câu 34: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên k sao cho C_{14}^{k}, C_{14}^{k+1}, C_{14}^{k+2} theo thứ tự đó lập thành một cấp số cộng. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 8. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $C_{14}^{k}+C_{14}^{k+2}=2C_{14}^{k+1}\Leftrightarrow \frac{14!}{k!(14-k)!}+\frac{14!}{(k+2)!(12-k)!}=2\frac{14!}{(k+1)!(13-k)!}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{(14-k)(13-k)}+\frac{1}{(k+1)(k+2)}=\frac{2}{(k+1)(13-k)}$

$\Leftrightarrow (k+1)(k+2)+(14-k)(13-k)=2(k+2)(14-k)$

$\Leftrightarrow k^2-12k+32=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} k=8 \\ k=4 \end{array}\right.$.

Vậy chọn **D.**

Câu 35: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Đội thanh niên tình nguyện của một trường THPT có 12 học sinh gồm 3 học sinh khối 10, có 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 12. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh đi tình nguyện, hãy tính xác suất để 4 học sinh được chọn có đủ 3 khối.

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{1}{41}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{6}{41}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ 12 học sinh ta có: $n(\Omega)=C_{12}^{4}=495$.

Gọi A là biến cố: "4 học sinh được chọn có đủ 3 khối".

TH1: Chọn 2 học sinh khối 12, 1 học sinh khối 11 và 1 học sinh khối 10: có $C_5^2C_4^1C_3^1$ cách.

TH2: Chọn 1 học sinh khối 12, 2 học sinh khối 11 và 1 học sinh khối 10: có $C_5^1C_4^2C_3^1$ cách.

TH3: Chọn 1 học sinh khối 12, 1 học sinh khối 11 và 2 học sinh khối 10: có $C_5^1C_4^1C_3^2$ cách.

Suy ra $n(A)=C_5^2C_4^1C_3^1+C_5^1C_4^2C_3^1+C_5^1C_4^1C_3^2=120+90+60=270$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{270}{495}=\frac{6}{11}$.

Câu 36: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Xét tập hợp A gồm tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số từ A. Tính xác suất để số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước (tính từ trái sang phải) ?

A. $\frac{74}{411}$. **B.** $\frac{62}{431}$. **C.** $\frac{1}{216}$. **D.** $\frac{3}{350}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi số có 5 chữ số là $\overline{abcde}$.

Số các số tự nhiên có 5 chữ số khác nhau là: $n(\Omega)=9.A_9^4=27216$.

Gọi X là biến cố "số được chọn có chữ số đứng sau lớn hơn chữ số đứng trước".

Suy ra $a<b<c<d<e$ mà $a\neq 0$ nên a, b, c, d, $e\in\{1,2,...,8,9\}$.

Chọn 5 chữ số: C_9^5 (cách). Với mỗi bộ 5 chữ số đã chọn, ghép được 1 số thỏa mãn yêu cầu bài toán. Do đó $n(X) = C_9^5 = 126$.

Xác suất cần tìm: $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{216}$.

Xác suất cần tìm: $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{1}{216}$.

Câu 37: **(THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018)** Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton của $P(x) = \left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^{15}$

A. 4000. **B.** 2700. **C.** 3003. **D.** 3600.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát của khai triển $P(x) = \left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^{15}$ là: $C_{15}^k \left(x^2\right)^{15-k} . \left(\dfrac{1}{x}\right)^k = C_{15}^k x^{30-3k}$.

Số hạng không chứa x ứng với giá trị của k thoả $30 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 10$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển của $P(x)$ là $C_{15}^{10} = 3003$.

Câu 38: **(THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018)** Tìm hệ số của x^3 trong khai triển $(1-2x)^{10}$.

A. 120. **B.** -960. **C.** 960. **D.** -120.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1-2x)^{10} = (2x-1)^{10}$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_{10}^k (2x)^{10-k} .(-1)^k = C_{10}^k 2^{10-k}.(-1)^k .x^{10-k}$.

Số mũ của x bằng 3 khi và chỉ khi $10 - k = 3 \Leftrightarrow k = 7$.

Vậy hệ số của x^3 là $C_{10}^7 2^3.(-1)^7 = -960$.

Câu 39: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho hàm số $f(x) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x .5^{x^2}$. Khẳng định nào sau đây là ***sai*** ?

A. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 + x\log_2 5 > 0$. **B.** $f(x) > 1 \Leftrightarrow x - x^2 \log_2 5 < 0$.

C. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x^2 - x\log_5 2 > 0$. **D.** $f(x) > 1 \Leftrightarrow -x\ln 2 + x^2 \ln 5 > 0$.

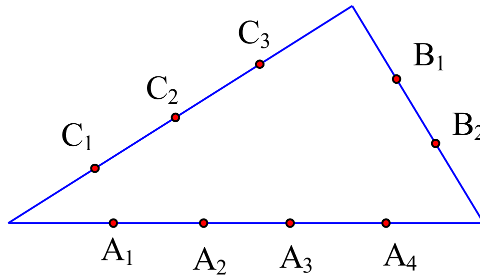
Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x) > 1 \Leftrightarrow \left(\dfrac{1}{2}\right)^x .5^{x^2} > 1 \Leftrightarrow \log_2\left[\left(\dfrac{1}{2}\right)^x .5^{x^2}\right] > 0$

$\Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^x + \log_2 5^{x^2} > 0 \Leftrightarrow -x + x^2 \log_2 5 > 0$ nên phương án A sai.

Câu 40: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Cho một tam giác, trên ba cạnh của nó lấy 9 điểm như hình vẽ. Có tất cả bao nhiêu tam giác có ba đỉnh thuộc 9 điểm đã cho ?



A. 79 . **B.** 48 . **C.** 55 . **D.** 24 .

Lời giải

Chọn A

Bộ 3 điểm bất kỳ được chọn từ 9 điểm đã cho có C_9^3 bộ.

Bộ 3 điểm không tạo thành tam giác có $C_3^3 + C_4^3$ bộ.

Vậy số tam giác tạo thành từ 9 điểm đã cho có: $C_9^3 - \left(C_3^3 + C_4^3\right) = 79$.

Câu 41: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Có tất cả bao nhiêu cách chia 10 người thành hai nhóm, một nhóm có 6 người và một nhóm có 4 người ?

A. 210 . **B.** 120 . **C.** 100 . **D.** 140 .

Lời giải

Chọn A

Số cách phân nhóm 6 người trong 10 người là C_{10}^6. Sau khi phân nhóm 6 người còn lại 4 người được phân nhóm vào nhóm còn lại. Vậy có $C_{10}^6 = 210$ cách.

Câu 42: (THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018) Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất một lần. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm là một số nguyên tố.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có số phần tử của không gian mẫu khi tung một con súc sắc một lần là $|\Omega| = 6$. Gọi A là biến cố số chấm trên mặt của con súc sắc là một số nguyên tố ta có số phần tử thuận lợi cho biến cố A là $|\Omega_A| = 3$. Suy ra $p(A) = \frac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \frac{1}{2}$.

Câu 43: ----------HẾT----------(THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Tìm hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển nhị thức Newton $(1+2x)(3+x)^{11}$.

A. 4620 . **B.** 1380 . **C.** 9405 . **D.** 2890 .

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$(1+2x)(3+x)^{11} = (3+x)^{11} + 2x(3+x)^{11}$$
$$= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k.3^{11-k}.x^k + 2x\sum_{k=0}^{11} C_{11}^k.3^{11-k}.x^k$$
$$= \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k.3^{11-k}.x^k + \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k.2.3^{11-k}.x^{k+1}$$

Suy ra hệ số của x^9 khi triển khai nhị thức trên là: $C_{11}^9.3^2 + C_{11}^8.2.3^3 = 9045$.

Câu 44: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Một giải thi đấu bóng đá quốc tế có 16 đội thi đấu vòng tròn 2 lượt tính điểm. (Hai đội bất kỳ đều thi đấu với nhau đúng 2 trận). Sau mỗi trận đấu, đội thắng được 3 điểm, đội thua 0 điểm; nếu hòa mỗi đội được 1 điểm. Sau giải đấu, Ban tổ chức thống kê được 80 trận hòa. Hỏi tổng số điểm của tất cả các đội sau giải đấu bằng bao nhiêu?

A. 720. **B.** 560. **C.** 280. **D.** 640.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số trận đấu xảy ra trong giải là: $A_{16}^2 = 240$.

Tổng số điểm cho các trận thắng: $3(240 - 80) = 480$.

Tổng số điểm cho các trận hòa: $2.80 = 160$.

Tổng số điểm của tất cả các đội sau giải giải đấu là: $480 + 160 = 640$.

Câu 45: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Tập xác định của hàm số $y = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 - 4x + 5}} + \log_3(x - 4)$ là

A. $D = (-4; +\infty)$. **B.** $D = [4; +\infty)$.

C. $D = (4; 5) \cup (5; +\infty)$. **D.** $D = (4; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định là $\begin{cases} x^2 - 4x + 5 > 0 \\ x - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in \mathbb{R} \\ x > 4 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4$.

Vậy $D = (-4; +\infty)$.

Câu 46: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Một hộp có 5 bi đen, 4 bi trắng. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn cùng màu là:

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{4}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{9}$. **D.** $\dfrac{5}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2$.

Gọi A là biến cố: Hai bi được chọn cùng màu”.

Số phần tử của A là: $n(A) = C_5^2 + C_4^2$.

Xác suất cần tìm là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{C_5^2 + C_4^2}{C_9^2} = \dfrac{4}{9}$.

Câu 47: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 3 MĐ 234 năm học 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên có bảy chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3.

A. 3204 số. **B.** 249 số. **C.** 2942 số. **D.** 7440 số.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì chữ số 2 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 3 nên số cần lập có bộ ba số 123 hoặc 321.

TH1: Số cần lập có bộ ba số 123.

Nếu bộ ba số 123 đứng đầu thì số có dạng $\overline{123abcd}$.

Có $A_7^4 = 840$ cách chọn bốn số a, b, c, d nên có $A_7^4 = 840$ số.

Nếu bộ ba số 123 không đứng đầu thì số có 4 vị trí đặt bộ ba số 123.

Có 6 cách chọn số đứng đầu và có $A_6^3 = 120$ cách chọn ba số b, c, d.

Theo quy tắc nhân có $6.4.A_6^3 = 2880$ số

Theo quy tắc cộng có $840 + 2880 = 3720$ số.

TH2: Số cần lập có bộ ba số 321.

Do vai trò của bộ ba số 123 và 321 như nhau nên có $2(840 + 2880) = 7440$

Câu 48: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{31} trong khai triển $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40}$.

A. C_{40}^{37}. **B.** C_{40}^{31}. **C.** C_{40}^{4}. **D.** C_{40}^{2}.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^{40} = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k.x^{40-k}.\left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{40} C_{40}^k.x^{40-3k}$.

Số hạng tổng quát của khai triển là: $T_{k+1} = C_{40}^k.x^{40-3k}$.

Số hạng chứa x^{31} trong khai triển tương ứng với $40 - 3k = 31 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số cần tìm là: $C_{40}^3 = C_{40}^{37}$ (theo tính chất của tổ hợp: $C_n^k = C_n^{n-k}$).

Câu 49: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Chi đoàn lớp $12A$ có 20 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 8 đoàn viên nữ. Tính xác suất khi chọn 3 đoàn viên có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{11}{7}$. **B.** $\frac{110}{570}$. **C.** $\frac{46}{57}$. **D.** $\frac{251}{285}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $C_{20}^3 = 1140$.

Gọi A là biến cố chọn được 3 đoàn viên là nam: $C_{12}^3 = 220$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{220}{1140} = \frac{11}{57}$.

Vậy xác suất cần tìm là: $1 - \frac{11}{57} = \frac{46}{57}$.

Câu 50: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Từ tập $X = \{2,3,4,5,6\}$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau ?

A. 60. **B.** 125. **C.** 10. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có ba chữ số mà các chữ số đôi một khác nhau được lập từ tập X là số chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử $\Rightarrow$ số các số cần lập là $A_5^3 = 60$ (số).

Câu 51: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Trong một hộp đựng 7 bi màu đỏ, 5 bi màu xanh và 3 bi vàng, lấy ngẫu nhiên 3 viên bi. Tính xác suất để 3 viên bi lấy được đều có màu đỏ.

A. $\frac{1}{13}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn A

Tổng số có $7+5+3=15$ viên bi.

Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ 15 viên có $C_{15}^3=455$ (cách lấy).

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=455$.

Gọi A: 3 viên bi lấy được đều có màu đỏ".

Lấy 3 viên bi màu đỏ từ 7 viên bi màu đỏ có $C_7^3=35 \Rightarrow n(A)=35$.

Vậy xác suất để 3 viên bi lấy được đều có màu đỏ là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{45}{455}=\dfrac{1}{13}$.

Câu 52: (THPT Hồng Quang-Hải Dương năm 2017-2018) Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$ $(x\neq 0)$ là

A. $2^4.C_6^2$. **B.** $2^2.C_6^2$. **C.** $-2^4.C_6^4$. **D.** $-2^2.C_6^4$.

Lời giải

Chọn A

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển: $T_{k+1}=C_6^k.\left(x^2\right)^{6-k}.\left(\dfrac{2}{x}\right)^k=C_6^k.2^k.x^{12-3k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển có giá trị k thỏa mãn: $12-3k=0 \Leftrightarrow k=4$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển là: $T_5=C_6^4.2^4=2^4.C_6^2$.

Câu 53: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Có bao nhiêu đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau.

A. 45. **B.** 90. **C.** 35. **D.** 55.

Lời giải

Chọn A

Giả sử ta có hai điểm A, B phân biệt thì cho ta một đoạn thẳng AB (đoạn AB và đoạn BA giống nhau).

Vậy số đoạn thẳng được tạo thành từ 10 điểm phân biệt khác nhau là: $C_{10}^2=45$.

Câu 54: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6.

A. 90 số. **B.** 20 số. **C.** 720 số. **D.** 120 số.

Lời giải

Chọn D

Số các số có 3 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số đã cho là số chỉnh hợp chập 3 của 6 và bằng $A_6^3=120$ số.

Câu 55: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Một túi đựng 6 bi xanh và 4 bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là.

A. $\dfrac{7}{15}$. **B.** $\dfrac{7}{45}$. **C.** $\dfrac{8}{15}$. **D.** $\dfrac{2}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có số phần từ của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^2=45$.

Gọi A: "Hai bi lấy ra đều là bi đỏ".
Khi đó $n(A)=C_4^2=6$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2}{15}$.

Câu 56: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Cho số nguyên dương n thỏa mãn đẳng thức sau: $C_n^3+A_n^2=376-2n$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $5\le n<10$.
B. n là một số chia hết cho 5.
C. $n<5$.
D. $n>11$.

Lời giải

Chọn D

$C_n^3+A_n^2=376-2n$ (1). ĐK: $n\in\mathbb{N}^*, n\ge 3$.

$(1)\Leftrightarrow \dfrac{n!}{3!(n-3)!}+\dfrac{n!}{(n-2)!}=376-2n$.

$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)+6n(n-1)=2256-12n$.

$\Leftrightarrow n^3-3n^2+2n+6n^2-6n+12n-2256=0$.

$\Leftrightarrow n^3+3n^2+8n-2256=0\Leftrightarrow n=12$.

Vậy $n>11$.

Câu 57: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $(2-x)^n$, $(n\in\mathbb{N}^*)$ bằng 280, tìm n ?

A. $n=8$.
B. $n=6$.
C. $n=7$.
D. $n=5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(2-x)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k2^{n-k}.(-1)^k.x^k$.

Hệ số của x^4 tương đương với $k=4$ là

$C_n^4 2^{n-4}.(-1)^4=280\Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}2^{n-4}=280$

$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)(n-3)=\dfrac{6720}{2^{n-4}}=\dfrac{2^6.3.5.7}{2^{n-4}}$.

Vì n là số tự nhiên nên $n-4\le 6$ $\Rightarrow 4\le n\le 10$.

Lập bảng giá trị được $n=7$.

Câu 58: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\dfrac{2}{x^2}\right)^6$ là:

A. 110.
B. 240.
C. 60.
D. 420.

Lời giải

Chọn C

* Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x-\dfrac{2}{x^2}\right)^6$ là $C_6^kx^{6-k}\left(-\dfrac{2}{x^2}\right)^k=C_6^k(-2)^kx^{6-3k}$ với $k\in\mathbb{Z}$, $0\le k\le 6$.

* Số hạng không chứa x nên $6-3k=0\Leftrightarrow k=2$ suy ra hệ số cần tìm là $C_6^2(-2)^2=60$.

Câu 59: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp chứa 20 viên bi xanh và 15 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 4 bi. Tính xác suất để 4 bi lấy được có đủ hai màu.

A. $\frac{4610}{5236}$. **B.** $\frac{4615}{5236}$. **C.** $\frac{4651}{5236}$. **D.** $\frac{4615}{5236}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu là $\left|\Omega\right| = C_{35}^4 = 5236$.

Số phần phần tử của biến cố lấy được 4 bi màu xanh là C_{20}^4.

Số phần phần tử của biến cố lấy được 4 bi màu đỏ là C_{15}^4.

Suy ra xác suất của biến cố 4 bi lấy được có đủ hai màu là $p = 1 - \frac{C_{20}^4 + C_{15}^4}{5236} = \frac{4615}{5236}$.

Câu 60: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Có 14 người gồm 8 nam và 6 nữ. Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là

A. 1078. **B.** 1414. **C.** 1050. **D.** 1386.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn 6 người trong đó có đúng 2 nữ là $C_6^2.C_8^4 = 1050$ cách.

Câu 61: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Trong phòng làm việc có hai máy tính hoạt động độc lập với nhau, khả năng hoạt động tốt trong ngày của hai máy này tương ứng là 75% và 85%. Xác suất để có đúng một máy hoạt động không tốt trong ngày là

A. 0,425. **B.** 0,325. **C.** 0,625. **D.** 0,525.

Lời giải

Chọn B

Gọi A, B lần lượt là biến cố "khả năng hoạt động tốt trong ngày của hai máy đã cho"

Suy ra $H = A\overline{B} \cup \overline{A}B$ là biến cố "có đúng một máy hoạt động không tốt trong ngày"

Ta có $P(A) = 0,75$, $P(\overline{A}) = 0,25$, $P(B) = 0,85$, $P(\overline{B}) = 0,15$

Vậy $P(H) = P(A).P(\overline{B}) + P(\overline{A}).P(B) = (0,75).(0,15) + (0,25).(0,85) = 0,325$.

Câu 62: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Biết tổng các hệ số trong khai triển $(3x - 1)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$ là 2^{11}. Tìm a_6.

A. $a_6 = -336798$. **B.** $a_6 = 336798$. **C.** -112266. **D.** 112266.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(3x - 1)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k 3^{n-k}.x^{n-k}$ (1).

Trong (1) cho $x = 1$ ta được $(3.1 - 1)^n = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k C_n^k 3^{n-k} \Leftrightarrow 2^n = 2^{11} \Leftrightarrow n = 11$.

Khi đó, $a_6 = (-1)^5 C_{11}^5.3^6 = -336798$.

Câu 63: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Hệ số của x^{10} trong biểu thức $P = (2x - 3x^2)^5$ bằng

A. 357. **B.** 243. **C.** 628. **D.** -243.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát trong khai triển biểu thức trên là $T_{k+1}=C_5^k\left(2x\right)^k\left(-3x^2\right)^{5-k}$

$=C_5^k 2^k\left(-3\right)^{5-k}\left(x\right)^{10-k}$.

Số hạng chứa x^{10} ứng với thỏa mãn $10-k=10 \Leftrightarrow k=0$.

Với $k=0$ thì hệ số của x^{10} là $C_5^0 2^0\left(-3\right)^5=-243$.

Câu 64: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Cho số tự nhiên n thỏa mãn $3C_{n+1}^3-3A_n^2=52\left(n-1\right)$. Hỏi n gần với giá trị nào nhất:

A. 11. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases} n\ge 2 \\ n\in\mathbb{N}\end{cases}$.

Ta có $3C_{n+1}^3-3A_n^2=52\left(n-1\right)\Leftrightarrow 3\dfrac{(n+1)!}{3!(n-2)!}-3\dfrac{n!}{(n-2)!}=52\left(n-1\right)$

$\Leftrightarrow \dfrac{\left(n+1\right)n\left(n-1\right)}{2}-3n\left(n-1\right)=52\left(n-1\right)\Leftrightarrow\left(n+1\right)n-6n=104\Leftrightarrow n^2-5n-104=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} n=13\left(t/m\right) \\ n=-8\left(loai\right)\end{array}\right.$. Vậy $n=13$.

Câu 65: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Ngân hàng đề thi gồm 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 8 câu hỏi tự luận khác nhau. Hỏi có thể lập được bao nhiêu đề thi sao cho mỗi đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau.

A. $C_{15}^{10}.C_8^4$. **B.** $C_{15}^{10}+C_8^4$. **C.** $A_{15}^{10}.A_8^4$. **D.** $A_{15}^{10}+A_8^4$.

Lời giải

Chọn A

Để lập được được một đề thi gồm 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau và 4 câu hỏi tự luận khác nhau ta thực hiện qua 2 giaoi đoạn.

Giai đoạn 1: Chọn 10 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau từ 15 câu hỏi trắc nghiệm khác nhau có C_{15}^{10} cách chọn.

Giai đoạn 2: Chọn 4 câu hỏi tự luận khác nhau từ 8 câu hỏi tự luận khác nhau có C_8^4 cách chọn.

Theo quy tắc nhân có $C_{15}^{10}.C_8^4$ cách lập đề thi.

Câu 66: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x-\dfrac{2}{x^3}\right)^{12}$, $x\neq 0$ là:

A. -1760. **B.** 1760. **C.** 220. **D.** -220.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\left(x-\dfrac{2}{x^3}\right)^{12}=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k x^{12-k}.\left(-\dfrac{2}{x^3}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^k\left(-2\right)^k x^{12-4k}$.

Theo đề bài ta tìm hệ số của số hạng không chứa x nên $12-4k=0\Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số là $C_{12}^3\left(-2\right)^3=-1760$.

Câu 67: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Một tổ học sinh có 7 nam và 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên 2 người. Tính xác suất sao cho 2 người được chọn có ít nhất một người nữ là:

A. $\frac{2}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{8}{15}$. **D.** $\frac{1}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi biến cố A: "Hai người được chọn có ít nhất một người nữ".

$\Rightarrow \overline{A}$: "Hai người được chọn không có nữ" $\Rightarrow n(\overline{A}) = C_7^2$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{n(\Omega)}{n(\overline{A})} = 1 - \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$.

Câu 68: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Bình có bốn đôi giầy khác nhau gồm bốn màu: đen, trắng, xanh và đỏ. Một buổi sáng đi học, vì vội vàng, Bình đã lấy ngẫu nhiên hai chiếc giầy từ bốn đôi giầy đó. Tính xác suất để Bình lấy được hai chiếc giầy cùng màu ?

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{14}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_8^2 = 28$.

Gọi A:" Bình lấy được hai chiếc giầy cùng màu" suy ra $n(A) = 4$.

Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{7}$.

Vậy xác suất để Bình lấy được hai chiếc giầy cùng màu là $\frac{1}{7}$.

Câu 69: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Biết hệ số của x^2 trong khai triển của $(1-3x)^n$ là 90. Tìm n.

A. $n = 5$. **B.** $n = 8$. **C.** $n = 6$. **D.** $n = 7$.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát thứ $k+1$ là $T_{k+1} = C_n^k(-3x)^k = C_n^k(-3)^k x^k$.

Vì hệ số của x^2 nên cho $k = 2$.

Khi đó ta có $C_n^2(-3)^2 = 90 \Leftrightarrow C_n^2 = 10 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2} = 10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 5 \quad (n) \\ n = -4 \ (l) \end{array}\right.$.

Vậy $n = 5$.

Câu 70: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Một hộp đựng 5 bi đỏ và 4 bi xanh. Có bao nhiêu cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu ?

A. 20. **B.** 16. **C.** 9. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Lấy 1 bi đỏ có 5 cách.

Lấy 1 bi xanh có 4 cách.

Theo quy tắc nhân, số cách lấy 2 bi có đủ cả 2 màu là $5.4 = 20$ cách.

Câu 71: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Một tổ có 5 học sinh nữ và 6 học sinh nam. Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là ?

A. 545. **B.** 462. **C.** 455. **D.** 456.

Lời giải

Chọn C

Chọn 5 học sinh bất kỳ từ tổ 11 học sinh có số cách chọn là C_{11}^{5}.

Số cách chọn 5 học sinh mà chỉ toàn nữ hoặc toàn nam là $C_{5}^{5}+C_{6}^{5}$.

Số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh của tổ trong đó có cả học sinh nam và học sinh nữ là $C_{11}^{5}-\left(C_{5}^{5}+C_{6}^{5}\right)=455$.

Câu 72: (THPT Chuyên Hoàng Văn Thụ-Hòa Bình năm 2017-2018) Một con súc sắc không cân đối, có đặc điểm mặt sáu chấm xuất hiện nhiều gấp hai lần các mặt còn lại. Gieo con súc sắc đó hai lần. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện trong hai lần gieo lớn hơn hoặc bằng 11 bằng:

A. $\frac{8}{49}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{3}{49}$.

Lời giải

Chọn A

Xác suất xuất hiện mặt 6 chấm là $\frac{2}{7}$, mỗi mặt còn lại là $\frac{1}{7}$.

Có các khả năng:

+ Hai lần gieo được mặt 6 chấm.

+ Lần thứ nhất được mặt 6 chấm, lần thứ hai được mặt 5 chấm.

+ Lần thứ nhất được mặt 5 chấm, lần thứ hai được mặt 6 chấm.

Xác suất cần tính là $\frac{2}{7}.\frac{2}{7}+\frac{2}{7}.\frac{1}{7}+\frac{1}{7}.\frac{2}{7}=\frac{8}{49}$.

Câu 73: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Nhân dịp lễ sơ kết học kì I, để thưởng cho ba học sinh có thành tích tốt nhất lớp cô An đã mua 10 cuốn sách khác nhau và chọn ngẫu nhiên ra 3 cuốn để phát thưởng cho 3 học sinh đó mỗi học sinh nhận 1 cuốn. Hỏi cô An có bao nhiêu cách phát thưởng.

A. C_{10}^{3}. **B.** A_{10}^{3}. **C.** 10^{3}. **D.** $3.C_{10}^{3}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên 3 cuốn sách rồi phát cho 3 học sinh có: A_{10}^{3} cách.

Câu 74: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Một đội gồm 5 nam và 8 nữ. Lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca, tính xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ.

A. $\frac{56}{143}$. **B.** $\frac{87}{143}$. **C.** $\frac{73}{143}$. **D.** $\frac{70}{143}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu là: $n\left(\Omega\right)=C_{13}^{4}=715$.

Gọi A là biến cố "Bốn người được chọn có ít nhất 3 nữ".

$\Rightarrow n\left(A\right)=C_{8}^{3}.C_{5}^{1}+C_{8}^{4}=350$.

Xác suất để 4 người được chọn có ít nhất 3 nữ là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{350}{715}=\dfrac{70}{143}$.

Câu 75: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Trong mặt phẳng cho 10 điểm phân biệt $A_1, A_2, ..., A_{10}$ trong đó có 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng hàng, ngoài ra không có 3 điểm nào thẳng hàng. Hỏi có bao nhiêu tam giác có 3 đỉnh được lấy trong 10 điểm trên?

A. 116 tam giác. **B.** 80 tam giác. **C.** 96 tam giác. **D.** 60 tam giác.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số tam giác tạo từ 10 điểm là C_{10}^3 tam giác

Do 4 điểm A_1, A_2, A_3, A_4 thẳng nên số tam giác mất đi là C_4^3

Vậy số tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán là $C_{10}^3 - C_4^3 = 116$ tam giác.

Câu 76: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Tập nghiệm của bất phương trình $9^x - 2.6^x + 4^x > 0$ là

A. $S=(0;+\infty)$. **B.** $S=\mathbb{R}$. **C.** $S=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $S=[0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $9^x - 2.6^x + 4^x > 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x} - 2\left(\dfrac{3}{2}\right)^x + 1 > 0 \Leftrightarrow \left(\left(\dfrac{3}{2}\right)^x - 1\right)^2 > 0 \Leftrightarrow \left(\dfrac{3}{2}\right)^x - 1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$.

Câu 77: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Khai triển $\left(1+2x+3x^2\right)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{20}x^{20}$.

Tính tổng $S = a_0 + 2a_1 + 4a_2 + ... + 2^{20}a_{20}$.

A. $S=15^{10}$. **B.** $S=17^{10}$. **C.** $S=7^{10}$. **D.** $S=17^{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\left(1+2x+3x^2\right)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{20}x^{20}$.

Thay $x=2$ ta được $S = a_0 + 2a_1 + 4a_2 + ... + 2^{20}a_{20} = 17^{10}$.

Câu 78: (THPT Yên Định-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Cho tập hợp $A=\{2;3;4;5;6;7\}$. Có bao nhiêu số tự nhiên gồm 3 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số thuộc A?

A. 216. **B.** 180. **C.** 256. **D.** 120.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số các số tự nhiên có 3 chữ số khác nhau lập từ các chữ số của A bằng số chỉnh hợp chập ba của 6. Vậy có $A_6^3 = 120$ (số).

Câu 79: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Gieo một con xúc sắc cân đối và đồng chất một lần. Giả sử con xúc sắc xuất hiện mặt k chấm. Xét phương trình $-x^3 + 3x^2 - x = k$. Tính xác suất để phương trình trên có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega)=6$.

Xét hàm số $f(x)=-x^3+3x^2-x$. Số nghiệm của phương trình $-x^3+3x^2-x=k$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^3+3x^2-x$ và đường thẳng $y=k$.

Ta có: $f'(x)=-3x^2+6x-1$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow -3x^2+6x-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{3-\sqrt{6}}{3} \Rightarrow y=\dfrac{9-4\sqrt{6}}{9} \\ x=\dfrac{3+\sqrt{6}}{3} \Rightarrow y=\dfrac{9+4\sqrt{6}}{9} \end{array}\right..$$

Phương trình đã cho có ba nghiệm thực phân biệt khi $\dfrac{9-4\sqrt{6}}{9}<k<\dfrac{9+4\sqrt{6}}{9} \Rightarrow k\in\{1;2\}$.

Gọi A là biến cố "Con xúc sắc xuất hiện mặt k chấm để phương trình đã cho có ba nghiệm thực phân biệt" $\Rightarrow n(A)=2$.

Vậy xác suất để phương trình trên có ba nghiệm thực phân biệt là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 80: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Cần chọn 3 người đi công tác từ một tổ có 30 người, khi đó số cách chọn là

A. A_{30}^3. **B.** 3^{30}. **C.** 10. **D.** C_{30}^3.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn 3 người bất kì trong 30 là: C_{30}^3.

Câu 81: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh trong một lớp học gồm 25 nam và 20 nữ. Gọi A là biến cố "Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ". Xác suất của biến cố A là

A. $P(A)=\dfrac{C_{20}^5}{C_{45}^5}$. **B.** $P(A)=\dfrac{20C_{25}^4}{C_{45}^5}$. **C.** $P(A)=\dfrac{20C_{44}^4}{C_{45}^5}$. **D.** $P(A)=1-\dfrac{C_{25}^5}{C_{45}^5}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{45}^5$.

A là biến cố "Trong 5 học sinh được chọn có ít nhất 1 học sinh nữ"

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố "Trong 5 học sinh được chọn không học sinh nữ"

$$\Rightarrow n(\overline{A})=C_{25}^5 \Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=1-\frac{C_{25}^5}{C_{45}^5}.$$

Câu 82: **(THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018)** Xét khai triển $(1+3x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$ với $n\in\mathbb{N}^*$, $n\geq 3$. Giả sử $a_1=27$, khi đó a_2 bằng

A. 1053. **B.** 243. **C.** 324. **D.** 351.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(1+3x\right)^n = \sum_{k=1}^{n} C_n^k \left(3x\right)^k = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_nx^n$.

Theo giả thiết $a_1 = 27 \Leftrightarrow C_n^1 3^1 = 27 \Leftrightarrow C_n^1 = 9 \Leftrightarrow n = 9$.

Có $a_2 = C_9^2 3^2 = 324$.

Câu 83: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Tìm số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7$.

A. $\frac{35}{16}x^5$. **B.** $-\frac{35}{16}x^5$. **C.** $-\frac{16}{35}x^5$. **D.** $\frac{16}{35}x^5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{1}{x}\right)^7 = \sum_{k=0}^{7} C_7^k \left(\frac{x^2}{2}\right)^{7-k} \left(-\frac{1}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{7} C_7^k \frac{(-1)^k}{2^{7-k}} x^{14-3k}$.

Hệ số của x^5 thì $14 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 3$ nên ta có $-\frac{C_7^3}{2^4}x^5 = -\frac{35}{16}x^5$.

Câu 84: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Cho n $\left(n \geq 3; n \in \mathbb{N}\right)$ đường thẳng phân biệt đồng quy tại O trong đó không có ba đường thẳng nào cùng nằm trên một mặt phẳng. Có bao nhiêu mặt phẳng đi qua 2 trong số n đường thẳng nói trên?

A. $\frac{n!}{2}$. **B.** $n!$. **C.** $\frac{n!}{(n-2)!}$. **D.** $\frac{n!}{2(n-2)!}$.

Lời giải

Chọn D

Hai đường thẳng bất kì trong số n đường thẳng đã cho thành lập một mặt phẳng.

Vậy số mặt phẳng là: $C_n^2 = \frac{n!}{2!.(n-2)!} = \frac{n!}{2.(n-2)!}$.

Câu 1: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018)** Với năm chữ số 1, 2, 3, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5?

A. 120. **B.** 24. **C.** 16. **D.** 25.

Lời giải

Chọn B

Gọi $x=\overline{abcde}$ là số thỏa ycbt. Do x chia hết cho 5 nên $e=5$. Số cách chọn vị trí a,b,c,d là $4!$. Vậy có 24 số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 5.

Câu 2: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega)=C_9^2=36$.

Gọi A là biến cố: "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn"

Suy ra $n(A)=C_9^2-C_5^2=26$.

Xác suất của A là $P(A)=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$.

Cách 2. Rút ra hai thẻ tùy ý từ 9 thẻ nên có $n(\Omega)=C_9^2=36$.

Gọi A là biến cố: "rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn"

TH1: 1 thẻ đánh số lẻ, 1 thẻ đánh số chẵn có $C_4^1.C_5^1=20$.

TH2: 2 thẻ đánh số chẵn có $C_4^2=6$.

Suy ra $n(A)=26$.

Xác suất của A là $P(A)=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$.

Câu 3: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Với năm chữ số 1, 2, 3, 4, 7 có thể lập được bao nhiêu số có 5 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 2?

A. 24. **B.** 48. **C.** 1250. **D.** 120.

Lời giải

Chọn B

Gọi số cần tìm là $n=\overline{abcde}$, vì n chia hết cho 2 nên có 2 cách chọn e.
Bốn chữ số còn lại được chọn và sắp thứ tự nên có $4!$ cách.
Vậy có tất cả $2\times 4!=48$ số các số cần tìm.

Câu 4: **(SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018)** Số tự nhiên n thỏa $1.\mathrm{C}_n^1+2.\mathrm{C}_n^2+...+n.\mathrm{C}_n^n=1024$ thì

A. $n=7$. **B.** $n=8$. **C.** $n=9$. **D.** $n=10$.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển

$(1+x)^n=\mathrm{C}_n^0+\mathrm{C}_n^1x+\mathrm{C}_n^2x^2+...+\mathrm{C}_n^nx^n$. Lấy đạo hàm hai vế ta được:

$n(1+x)^{n-1}=\mathrm{C}_n^1+2\mathrm{C}_n^2x+...+n\mathrm{C}_n^nx^{n-1}$.

Cho $x=1$ ta được: $n.2^{n-1}=\mathrm{C}_n^1+2\mathrm{C}_n^2+...+n\mathrm{C}_n^n$ mà $1.\mathrm{C}_n^1+2.\mathrm{C}_n^2+...+n.\mathrm{C}_n^n=1024$.

Suy ra: $n.2^{n-1}=1024 \Leftrightarrow n.2^{n-1}-1024=0$. Xét phương trình $g(n)=n.2^{n-1}-1024$, $n\ge 1$.

Có $g'(n)=2^{n-1}+n.2^{n-1}.\ln 2>0, \forall n\ge 1$ nên $g(n)$ đồng biến $[1;+\infty)$. Do đó phương trình $g(n)=0$ có nhiều nhất 1 nghiệm. Mà $g(8)=1024$ nên $n=8$.

Câu 5: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Cho cấp số cộng có tổng n số hạng đầu là $S_n=4n^2+3n$, $n\in\mathbb{N}^*$ thì số hạng thứ 10 của cấp số cộng là

A. $u_{10}=95$. **B.** $u_{10}=71$. **C.** $u_{10}=79$. **D.** $u_{10}=87$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức ta có $\frac{n(u_1+u_n)}{2}=4n^2+3n \Leftrightarrow u_1+u_n=8n+6 \Rightarrow u_n=-u_1+8n+6$.

Mà $u_1=S_1=7$ do đó $u_{10}=-7+8.10+6=79$.

Câu 6: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Có 3 học sinh lớp A; 5 học sinh lớp B; 7 học sinh lớp C. Chọn ngẫu nhiên 5 học sinh lập thành một đội. Tính xác suất để tất cả học sinh lớp A đều được chọn?

A. $\frac{12}{91}$ **B.** $\frac{2}{91}$. **C.** $\frac{5}{13}$. **D.** $\frac{7}{13}$.

Lời giải

Chọn B

Không gian mẫu là số cách chọn ngẫu nhiên 5 học sinh từ 15 học sinh. Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{15}^5$.

Gọi X là biến cố trong 5 học sinh được chọn phải có 3 học sinh lớp A. Số phần tử của biến cố X là: $n(X)=C_{12}^2$.

Xác suất của biến cố X là: $P(X)=\frac{C_{12}^2}{C_{15}^5}=\frac{2}{91}$.

Câu 7: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^n$ biết $A_n^2-C_n^2=105$

A. -3003. **B.** -5005. **C.** 5005. **D.** 3003.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $A_n^2-C_n^2=105 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!}-\frac{n!}{2!(n-2)!}=105 \Leftrightarrow \frac{1}{2}n(n-1)=105 \Leftrightarrow n^2-n-210=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=15 \\ n=-14\ (L) \end{array}\right.$.

Suy ra số hạng tổng quát trong khai triển: $T_{k+1}=C_{15}^k.(x^2)^{15-k}.\left(-\frac{1}{x}\right)^k=C_{15}^k.(-1)^k.x^{30-3k}$.

Tìm $30-3k=0 \Leftrightarrow k=10$.

Vậy hệ số của số hạng không chứa x trong khai triển là: $C_{15}^{10}.(-1)^{10}=3003$.

Câu 8: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$ là

A. $4C_6^2$. **B.** $2^6C_6^2$. **C.** C_6^4. **D.** $C_6^2.16$.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_6^k.2^k.x^{12-3k}$ $\left(0\le k\le 6, k\in\mathbb{N}\right)$.

Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^6$ ứng với k thỏa $12-3k=0\Leftrightarrow k=4$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_6^4.2^4=C_6^2.16$.

Câu 9: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Sau khi khai triển và rút gọn biểu thức $f\left(x\right)=\left(x^2+\dfrac{3}{x}\right)^{12}+\left(2x^3+\dfrac{1}{x^2}\right)^{21}$ thì $f\left(x\right)$ có bao nhiêu số hạng?

A. 30. **B.** 32. **C.** 29. **D.** 35.

Lời giải

Chọn B

$$\left(x^2+\frac{3}{x}\right)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k\left(x^2\right)^{12-k}\left(\frac{3}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k3^kx^{24-3k}$$

$$\left(2x^3+\frac{1}{x^2}\right)^{21}=\sum_{k=0}^{21}C_{21}^k\left(2x^3\right)^{21-k}\left(\frac{1}{x^2}\right)^k=\sum_{k=0}^{21}C_{21}^k2^{21-k}x^{63-5k}$$

Xét phương trình $24-3k=63-5k'\Leftrightarrow 5k'=3\left(k+13\right)\Rightarrow k$ chia cho 5 dư 2 mà $0\le k\le 12$ nên $k\in\left\{2;7;12\right\}$. Do đó có 3 số hạng trong hai khai triển trùng nhau.

Với khai triển $\left(x^2+\dfrac{3}{x}\right)^{12}$ ta có 13 số hạng; Với khai triển $\left(2x^3+\dfrac{1}{x^2}\right)^{21}$ ta có 22 số hạng.

Vậy tổng số hạng là $35-3=32$.

Câu 10: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Một hộp có 5 viên bi xanh, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 5 viên bi trong hộp, tính xác suất để 5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng.

A. $\dfrac{313}{408}$. **B.** $\dfrac{95}{408}$. **C.** $\dfrac{5}{102}$. **D.** $\dfrac{25}{136}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lấy 5 viên bi trong 18 viên bi, $\left|\Omega\right|=C_{18}^5$.

Gọi A là biến cố: "5 viên bi được chọn có đủ ba màu và số bi đỏ bằng số bi vàng".

+ Số cách lấy 1 viên bi xanh, 2 viên bi đỏ, 2 viên bi vàng là $C_5^1.C_6^2.C_7^2$.

+ Số cách lấy 3 viên bi xanh, 1 viên bi đỏ, 1 viên bi vàng là $C_5^3.C_6^1.C_7^1$.

Số phần tử của biến cố A: $C_5^1.C_6^2.C_7^2+C_5^3.C_6^1.C_7^1$.

Xác suất $P\left(A\right)=\dfrac{C_5^1.C_6^2.C_7^2+C_5^3.C_6^1.C_7^1}{C_{18}^5}=\dfrac{95}{408}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Một hộp đựng 9 viên bi trong đó có 4 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên từ hộp 3 viên bi. Tìm xác suất để 3 viên bi lấy ra có ít nhất 2 viên bi màu xanh.

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{5}{14}$. **C.** $\frac{25}{42}$. **D.** $\frac{5}{42}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^3$.

Gọi biến cố A: "lấy được ít nhất 2 viên bi màu xanh". Suy ra $n(A) = C_5^2.C_4^1 + C_5^3$.

Vậy $P(A) = \frac{25}{42}$.

Câu 12: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2 = C_n^2 + C_n^1 + 4n + 6$. Hệ số của số hạng chứa x^9 của khai triển biểu thức $P(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^n$ bằng

A. 18564. **B.** 64152. **C.** 192456. **D.** 194265.

Lời giải

Chọn C

$A_n^2 = C_n^2 + C_n^1 + 4n + 6 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n!}{(n-2)!.2!} + \frac{n!}{(n-1)!.1!} + 4n + 6$

$\Leftrightarrow n(n-1) = \frac{n(n-1)}{2} + n + 4n + 6 \Leftrightarrow n^2 - 11n - 12 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -1 \ (l) \\ n = 12 \ (n) \end{array}\right.$.

Khi đó $P(x) = \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^{12}$.

Công thức số hạng tổng quát: $T_{k+1} = C_{12}^k.(x^2)^{12-k}.\left(\frac{3}{x}\right)^k = C_{12}^k.3^k.x^{24-3k}$.

Số hạng chứa $x^9 \Rightarrow 24 - 3k = 9 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^9 trong khai triển là $C_{12}^5.3^5 = 192456$.

Câu 13: (THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018) Trong mặt phẳng cho tập hợp P gồm 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng. Số tam giác có 3 điểm đều thuộc P là

A. 10^3. **C.** A_{10}^3. **C.** C_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

Lời giải

Chọn C

Với 3 điểm phân biệt không thẳng hàng, tạo thành duy nhất 1 tam giác.

Vậy, với 10 điểm phân biệt trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, số tam giác tạo thành là C_{10}^3.

Câu 14: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong khai triển $(2x-1)^{10}$, hệ số của số hạng chứa x^8 là

A. -8064. **B.** 11520. **C.** 8064. **D.** -11520.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển $(2x-1)^{10}$ là

$C_{10}^{k}(2x)^{10-k}(-1)^{k} = C_{10}^{k}2^{10-k}(-1)^{k}x^{10-k}$ $(k\in\mathbb{Z}, 0\le k\le 10)$.

Tìm k sao cho $10-k=8 \Leftrightarrow k=2$.

Hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{10}^{2}2^{10-2}(-1)^{2}=11520$.

Câu 15: (THPT Can Lộc-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ "HỌC", "TẬP", "VÌ", "NGÀY", "MAI", "LẬP", "NGHIỆP". Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ "HỌC TẬP VÌ NGÀY MAI LẬP NGHIỆP".

A. $\frac{1}{720}$. **B.** $\frac{1}{24}$. **C.** $\frac{1}{120}$. **D.** $\frac{1}{5040}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $7!=5040$.

Xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ "HỌC TẬP VÌ NGÀY MAI LẬP NGHIỆP" là $\frac{1}{5040}$.

Câu 16: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) $\lim\frac{2n^2-3}{n^6+5n^5}$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** $\frac{-3}{5}$. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\lim\frac{2n^2-3}{n^6+5n^5}=\lim\frac{\frac{2}{n^4}-\frac{3}{n^6}}{1+\frac{5}{n}}=0$.

Câu 17: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp đựng 10 viên bi có kích thước khá nhau, trong đó có 7 viên bi màu đỏ và 3 viên b màu xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 viên. Xác suất để 2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh bằng

A. $\frac{1}{15}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{7}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^{2}=45$.

Gọi A:" 2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh".

$\Rightarrow \overline{A}$:" 2 viên bi được chọn có màu đỏ".

Ta có $n(\overline{A})=C_7^2=21 \Rightarrow P(\overline{A})=\frac{21}{45}=\frac{7}{15}$.

Vậy xác suất để 2 viên bi được chọn có ít nhất một viên bi màu xanh là

$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$.

Câu 18: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Trong một hòm phiếu có 9 lá phiếu ghi các số tự nhiên từ 1 đến 9 (mỗi lá ghi một số, không có hai lá phiếu nào được ghi cùng một số). Rút ngẫu

nhiên cùng lúc hai lá phiếu. Tính xác suất để tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15.

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi $A =$ "tổng hai số ghi trên hai lá phiếu rút được là một số lẻ lớn hơn hoặc bằng 15"

Ta có các cặp số có tổng là số lẻ và lớn hơn hoặc bằng 15.là $(6;9);(7;8);(9;7) \Rightarrow n(A) = 3$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

Câu 19: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $C_{n+5}^{n} = 5A_{n+3}^{3}$.

A. $n = 14$. **B.** $n = 17$. **C.** $n = 20$. **D.** $n = 15$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $n \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$.

$C_{n+5}^{n} = 5A_{n+3}^{3} \Leftrightarrow \frac{(n+5)!}{n!5!} = 5.\frac{(n+3)!}{n!} \Leftrightarrow (n+5)(n+4) = 600$.

$\Leftrightarrow n^2 + 9n - 580 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 20 \\ n = -29 \end{array}\right. \Rightarrow n = 20$.

Câu 20: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Một lô hàng có 20 sản phẩm, trong đó 4 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm.

A. $\frac{91}{323}$. **B.** $\frac{637}{969}$. **C.** $\frac{7}{9}$. **D.** $\frac{91}{285}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = 38760$.

Kết quả trong 6 sản phẩm lấy ra có không quá 1 phế phẩm là $n(A) = C_{16}^{5}.C_{4}^{1} + C_{16}^{6} = 25480$.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{25480}{38760} = \frac{637}{969}$.

Câu 21: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 5 quyển sách lý, 6 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để 3 quyển sách được lấy ra có ít nhất một quyển sách toán.

A. $\frac{24}{91}$. **B.** $\frac{58}{91}$. **C.** $\frac{24}{455}$. **D.** $\frac{33}{91}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{15}^{3}$.

Gọi A là biến cố "quyển sách được lấy ra có ít nhất một quyển sách toán".

Ta có $n(A)=C_{15}^{3}-C_{11}^{3}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{15}^{3}-C_{11}^{3}}{C_{15}^{3}}=\dfrac{58}{91}$.

Câu 22: (THPT Lê Quý Đôn-Quãng Trị-lần 1 năm 2017-2018) Có 15 học sinh giỏi gồm 6 học sinh khối 12, 4 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh?

A. 4249. **B.** 4250. **C.** 5005. **D.** 805.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 6 học sinh bất kỳ trong 15 học sinh là $C_{15}^{6}=5005$.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 12 là $C_{6}^{6}=1$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 11 là $C_{9}^{6}=84$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 10 và 12 là $C_{11}^{6}-C_{6}^{6}=461$ cách.

Số cách chọn 6 học sinh chỉ có khối 11 và 12 là $C_{10}^{6}-C_{6}^{6}=209$ cách.

Do đó số cách chọn 6 học sinh sao cho mỗi khối có ít nhất 1 học sinh là

$5005-1-84-461-209=4250$ cách.

Câu 23: (THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Có 8 cái bút khác nhau và 9 quyển vở khác nhau được gói trong 17 hộp. Một học sinh được chọ bất kỳ hai hộp. Xác suất để học sinh đó chọn được một cặp bút và vở là

A. $\dfrac{1}{17}$. **B.** $\dfrac{9}{17}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{9}{34}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{17}^{2}=136$.

Số cách chọn được một cặp bút và vở là $n(A)=C_{8}^{1}.C_{9}^{1}=72$.

Xác suất để học sinh đó chọn được một cặp bút và vở là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{72}{136}=\dfrac{9}{17}$.

Câu 24: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong khai triển $(a-2b)^{8}$, hệ số của số hạng chứa $a^{4}.b^{4}$ là

A. 560. **B.** 70. **C.** 1120. **D.** 140.

Lời giải

Chọn C

Số hạng thứ $k+1$ của khai triển $(a-2b)^{8}$ là $t_{k+1}=C_{8}^{k}a^{8-k}(-2b)^{k}=(-2)^{k}C_{8}^{k}a^{8-k}b^{k}$.

Theo đề ta có: $\begin{cases}8-k=4\\k=4\end{cases}\Leftrightarrow k=4$. Vậy hệ số của số hạng $a^{4}.b^{4}$ là $(-2)^{4}C_{8}^{4}=1120$.

Câu 25: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Gieo một con xúc xắc cân đối đồng chất 2 lần, tính xác suất để biến cố có tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn.

A. $0,25$. **B.** $0,75$. **C.** $0,85$. **D.** $0,5$.

Lời giải

Chọn B

Số kết quả có thể xảy ra $|\Omega| = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số chẵn ".

$\overline{A}$ là biến cố "tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số lẻ".

Vì tổng 2 lần số chấm khi gieo xúc xắc là một số lẻ khi cả 2 xúc xắc đều xuất hiện mặt lẻ

$\Rightarrow n\left(A\right) = 3.3 = 9 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

Vậy $P\left(A\right) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = \frac{3}{4} = 0,75$.

Câu 26: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Từ một tập gồm 10 câu hỏi, trong đó có 4 câu lý thuyết và 6 câu bài tập, người ta cấu tạo thành các đề thi. Biết rằng trong một đề thi phải gồm 3 câu hỏi trong đó có ít nhất 1 câu lý thuyết và 1 câu hỏi bài tập. Hỏi có thể tạo được bao nhiêu đề như trên?

A. 60. **B.** 96. **C.** 36. **D.** 100.

Lời giải

Chọn B

TH1: chọn 2 câu lý thuyết và 1 câu bài tập có: $C_4^2.C_6^1$ cách.

TH1: chọn 1 câu lý thuyết và 2 câu bài tập có: $C_4^1.C_6^2$ cách.

Vậy số cách lập đề thỏa điều kiện bài toán là 96 cách.

Câu 27: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Lục giác đều $ABCDEF$ có bao nhiêu đường chéo?

A. 15. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 24.

Lời giải

Chọn C

Số đường chéo của lục giác đều (6 cạnh là): $\left(x-1\right)^6$

Câu 28: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Một nhóm gồm 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 3 học sinh trong nhóm đó. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu $n\left(\Omega\right) = C_{10}^3 = 120$.

Gọi A là biến cố sao cho 3 học sinh được chọn có học sinh nữ,

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố sao cho 3 học sinh được chọn không có học sinh nữ $\Rightarrow n\left(\overline{A}\right) = C_6^3 = 20$.

Vậy xác suất cần tìm $P\left(A\right) = 1 - P\left(\overline{A}\right) = 1 - \frac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)} = \frac{5}{6}$.

Câu 29: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x-2\right)^8$ bằng

A. $C_8^5.2^5$. **B.** $-C_8^5.2^5$. **C.** $C_8^3.2^3$. **D.** $-C_8^3.2^3$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển: $C_8^k x^{8-k}.\left(-2\right)^k$.

Số hạng chứa x^3 ứng với $8-k=3 \Leftrightarrow k=5$.

Vậy hệ số của x^3 là $-C_8^5.2^5$.

Câu 30: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Một lớp có 40 học sinh, trong đó có 4 học sinh tên Anh. Trong một lần kiểm tra bài cũ, thầy giáo gọi ngẫu nhiên hai học sinh trong lớp lên bảng. Xác suất để hai học sinh tên Anh lên bảng bằng

A. $\dfrac{1}{10}$. **B.** $\dfrac{1}{20}$. **C.** $\dfrac{1}{130}$. **D.** $\dfrac{1}{75}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=C_{40}^2=780$.

Gọi A là biến cố gọi hai học sinh tên Anh lên bảng, ta có $n\left(A\right)=C_4^2=6$.

Vậy xác suất cần tìm là $P\left(A\right)=\dfrac{6}{780}=\dfrac{1}{130}$.

Câu 31: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Lớp 12A2 có 10 học sinh giỏi, trong đó có 6 nam và 4 nữ. Cần chọn ra 3 học sinh đi dự hội nghị "Đổi mới phương pháp dạy và học" của nhà trường. Tính xác suất để có đúng hai học sinh nam và một học sinh nữ được chọn. Giả sử tất cả các học sinh đó đều xứng đáng được đi dự đại hội như nhau.

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn ba học sinh tùy ý từ 10 học sinh giỏi là $C_{10}^3=120$ cách.

Số cách chọn để có đúng hai học sinh nam và một học sinh nữ là $C_6^2.C_4^1=60$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{60}{120}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 32: (THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có hai chữ số, chọn ngẫu nhiên đồng thời hai số từ tập S. Tính sác xuất để hai số được chọn có chữ số hàng đơn vị giống nhau.

A. $\dfrac{36}{89}$. **B.** $\dfrac{53}{89}$. **C.** $\dfrac{8}{89}$. **D.** $\dfrac{81}{89}$.

Lời giải

Chọn C

Số các số tự nhiên có hai chữ số là $9.10=90$ số.

Vậy số phần tử của tập S là 90.

Chọn ngẫu nhiên hai số từ tập S, có $C_{90}^2=4005$ cách chọn.

Số cách chọn hai số có chữ số hàng đơn vị giống nhau là $C_9^2.10=360$ cách chọn.

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{360}{4005}=\dfrac{8}{89}$.

Câu 33: **(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $\left(2x-x^2\right)^{10}$.

A. $C_{10}^2.2^8$. **B.** $C_{10}^2.2^2$. **C.** C_{10}^2. **D.** $-C_{10}^2.2^8$.

Lời giải

Chọn A

$\left(2x-x^2\right)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k\left(2x\right)^{10-k}.\left(-x^2\right)^k=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k2^{10-k}.x^{10+k}\left(-1\right)^k$.

Hệ số của x^{12} ứng với $10+k=12\Rightarrow k=2$.

Vậy hệ số là $C_{10}^2 2^8$.

Câu 34: **(THPT Nguyễn Trãi-Đà Nẵng-lần 1 năm 2017-2018)** Một lớp có 30 học sinh gồm có cả nam và nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh để tham gia hoạt động của đoàn trường. Xác suất chọn được hai nam và một nữ là $\frac{12}{29}$. Tính số học sinh nữ của lớp.

A. 13. **B.** 17. **C.** 14. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Gọi số học sinh nữ của lớp là x, $\left(x\in\mathbb{N};1\le x\le 30\right)$.

Chọn ngẫu nhiên 3 từ 30 học sinh có $C_{30}^3=4060$. Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=4060$.

Gọi A:"3 học sinh được chọn có hai nam một nữ".

Ta có $n\left(A\right)=C_x^1.C_{30-x}^2$

Do xác suất chọn được hai nam và một nữ là $\frac{12}{29}$ nên ta có phương trình

$$\frac{C_x^1.C_{30-x}^2}{4060}=\frac{12}{29}\Leftrightarrow C_x^1.C_{30-x}^2=1680\Leftrightarrow x.\frac{(30-x)!}{2!(28-x)!}=1680\Rightarrow x=14.$$

Vậy lớp có 14 học sinh nữ.

Câu 35: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Một lớp có 48 học sinh. Số cách chọn 2 học sinh trực nhật là

A. 2256. **B.** 2304. **C.** 1128. **D.** 96.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 2 học sinh trong 48 là một tổ hợp chập 2 của 48 phần tử.

Suy ra số cách chọn là $C_{48}^2=1128$.

Câu 36: **(THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018)** Một hộp chứa 7 quả cầu xanh, 5 quả cầu vàng. Chọn ngẫu nhiên 3 quả. Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là

A. $\frac{7}{44}$. **B.** $\frac{4}{11}$. **C.** $\frac{7}{11}$. **D.** $\frac{21}{220}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên 3 quả trong 12 quả có $n\left(\Omega\right)=C_{12}^3=220$.

Chọn 3 quả trong đó có ít nhất 2 quả xanh là $n(A)=C_7^3+C_7^2C_5^1=140$.

Xác suất để 3 quả được chọn có ít nhất 2 quả xanh là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{140}{220}=\frac{7}{11}$.

Câu 37: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số 1, 2, 3, 4, …, 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số chẵn.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{8}{9}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Có bốn thẻ chẵn $\{2;4;6;8\}$ và 5 thẻ lẻ $\{1;3;5;7;9\}$.

Rút ngẫu nhiên hai thẻ, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_9^2=36$

Gọi A là biến cố "tích nhận được là số chẵn", số phần tử của biến cố A là

$n(A)=C_4^2+C_4^1.C_5^1=26$

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{26}{36}=\frac{13}{18}$.

Câu 38: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Một chiếc hộp có chín thẻ đánh số thứ tự từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên 2 thẻ rồi nhân hai số ghi trên thẻ lại với nhau. Tính xác suất để kết quả nhân được là một số chẵn.

A. $\frac{5}{54}$. **B.** $\frac{8}{9}$. **C.** $\frac{4}{9}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Trường hợp 1: hai số rút ra đều là số chẵn: $p_1=\frac{C_4^2}{C_9^2}=\frac{1}{6}$

Trường hợp 2: hai số rút ra có một số lẻ, một số chẵn: $p_2=\frac{C_4^1.C_5^1}{C_9^2}=\frac{5}{9}$

Vậy xác suất để kết quả nhân được là một số chẵn là $p=p_1+p_2=\frac{1}{6}+\frac{5}{9}=\frac{13}{18}$.

Câu 39: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Cho các số tự nhiên m, n thỏa mãn đồng thời các điều kiện $C_m^2=153$ và $C_m^n=C_m^{n+2}$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 25. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 23.

Lời giải

Chọn C

Theo tính chất $C_m^n=C_m^{m-n}$ nên từ $C_m^n=C_m^{n+2}$ suy ra $2n+2=m$.

$C_m^2=153 \Leftrightarrow \frac{m(m-1)}{2}=153 \Rightarrow m=18$. Do đó $n=8$.

Vậy $m+n=26$.

Câu 40: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Có bao nhiêu cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm.

A. A_{11}^{5}. **B.** C_{11}^{5}. **C.** $A_{11}^{2}.5!$. **D.** C_{10}^{5}.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 5 cầu thủ từ 11 trong một đội bóng để thực hiện đá 5 quả luân lưu 11 m, theo thứ tự quả thứ nhất đến quả thứ năm là số chỉnh hợp chập 5 của 11 phần tử nên số cách chọn là A_{11}^{5}.

Câu 41: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Trên giá sách có 4 quyển sách Toán, 3 quyển sách Vật Lí và 2 quyển sách Hóa học. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{37}{42}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{19}{21}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_9^3=84$.

Gọi A là biến cố sao cho ba quyển lấy ra có ít nhất một quyển sách Toán

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố sao cho ba quyển lấy ra không có sách Toán $\Rightarrow n(\overline{A})=C_5^3=10$.

$\Rightarrow P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{10}{84}=\frac{37}{42}$.

Câu 42: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Đội văn nghệ của một lớp có 5 bạn nam và 7 bạn nữ. Chọn ngẫu nhiên 5 bạn tham gia biểu diễn, xác suất để trong 5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ bằng

A. $\frac{245}{792}$. **B.** $\frac{210}{792}$. **C.** $\frac{547}{792}$. **D.** $\frac{582}{792}$.

Lời giải

Chọn **A**

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{12}^5$.

Gọi A là biến cố "5 bạn được chọn có cả nam và nữ, đồng thời số nam nhiều hơn số nữ"

Ta có $n(A)=C_5^4C_7^1+C_5^3C_7^2$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_5^4C_7^1+C_5^3C_7^2}{C_{12}^5}=\frac{245}{792}$.

Câu 43: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Cho tập A có n phần tử. Biết rằng số tập con có 7 phần tử của A bằng hai lần số tập con có 3 phần tử của A. Hỏi n thuộc đoạn nào dưới đây?

A. $[6;8]$. **B.** $[8;10]$. **C.** $[10;12]$. **D.** $[12;14]$.

Lời giải

Chọn C

Số tập con có 7 phần tử của A là C_n^7.

Số tập con có 3 phần tử của A là C_n^3.

Theo đề bài ta có phương trình

$C_n^7 = 2C_n^3 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-7)!7!} = 2\frac{n!}{(n-3)!3!} \Leftrightarrow (n-3)(n-4)(n-5)(n-6) = 2.7.6.5.4$

$\Leftrightarrow (n-3)(n-4)(n-5)(n-6) = 5.6.7.8 \Rightarrow n = 11$.

Chú ý: Ta có thể giải phương trình trên chi tiết như sau

$(n-3)(n-6)(n-4)(n-5) = 1680 \Leftrightarrow (n^2-9n+18)(n^2-9n+20) = 1680$

$\Leftrightarrow (n^2-9n)^2 + 38(n^2-9n) - 1320 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n^2-9n = 22 \\ n^2-9n = -60 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 11 \\ n = -2 \end{array}\right.$.

Vì $n \geq 7$, $n \in \mathbb{N}$ nên nhận $n = 11$.

Câu 44: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-lần 2 năm 2017-2018) Cho đa giác đều 100 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác. Xác suất ba đỉnh được trọn là ba đỉnh của tam giác tù là

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{16}{33}$. **C.** $\frac{8}{11}$. **D.** $\frac{4}{11}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên ra 3 đỉnh có C_{100}^3 cách

Giả sử chọn một tam giác tù ABC với góc A là góc nhọn, góc B là góc tù và góc C là góc nhọn

Chọn bất kì đỉnh A có 100 cách chọn điểm A.Kẻ đường kính của đường tròn qua A chia đường tròn thành hai phần (1) và (2). Để tạo được một tam giác tù thì hai đỉnh còn lại phải cùng nằm ở phần (1) hoặc phần (2).

Hai đỉnh còn lại cùng nằm phần (1) có C_{49}^2 cách.

Hai đỉnh còn lại cùng nằm phần (2) có C_{49}^2 cách.

Vì ứng với mỗi tam giác thì vai trò góc nhọn của A và C là như nhau nên số tam giác tù tạo thành là $\frac{\frac{100(C_{49}^2 + C_{49}^2)}{2}}{C_{100}^3} = \frac{8}{11}$.

Câu 45: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Từ các số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

A. 125. **B.** 10. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Chọn D

Có thể lập $A_5^3 = 60$ số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau.

Câu 46: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển Nhị thức Niu tơn của $\left(\frac{n}{2x} + \frac{x}{2}\right)^{2n}$ $(x \neq 0)$, biết số nguyên dương n thỏa mãn $C_n^3 + A_n^2 = 50$.

A. $\frac{29}{51}$. **B.** $\frac{297}{512}$. **C.** $\frac{97}{12}$. **D.** $\frac{279}{215}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_n^3 + A_n^2 = 50 \ (n \geq 3, n \in \mathbb{N}) \Rightarrow \dfrac{n!}{3!(n-3)!} + \dfrac{n!}{(n-2)!} = 50$

$\Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)(n-2)}{6} + \dfrac{n(n-1)}{1} = 50 \Leftrightarrow n^3 + 3n^2 - 4n - 300 = 0 \Leftrightarrow n = 6$.

Khi đó khai triển $\left(\dfrac{n}{2x} + \dfrac{x}{2}\right)^{12}$ có số hạng tổng quát $C_{12}^k 3^{12-k}.2^{-k}.x^{2k-12} \ (k \in \mathbb{N}, k \leq 12)$

Hệ số của số hạng chứa x^8 ứng với k thỏa $12k - 12 = 8 \Leftrightarrow k = 10$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{12}^{10}.3^2.2^{-10} = \dfrac{297}{512}$.

Câu 47: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Trong khai triển $(a-2b)^8$, hệ số của số hạng chứa a^4b^4 là

A. -1120. **B.** 70. **C.** 560. **D.** 1120.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(a-2b)^8 = \sum_{k=0}^{8} C_8^k a^{k-8}.(-2)^k.b^k$. Hệ số của a^4b^4 thì $k - 8 = k \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số cần tìm là $C_8^4.16 = 1120$.

Câu 48: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 210. **B.** 105. **C.** 168. **D.** 145.

Lời giải

Chọn C

- Gọi số có ba chữ số cần tìm là $n = \overline{abc}$, với $a \neq 0$ và c là số chẵn chọn từ các số đã cho.
- $a \neq 0$ nên có 6 cách chọn, c chẵn nên có 4 cách chọn và b tùy ý nên có 7 cách chọn.
- Vậy số các số cần tìm là $6.4.7 = 168$.

Câu 49: (PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $\left(2x - \dfrac{3}{x^2}\right)^{11}$.

A. 55. **B.** 28160. **C.** 253440. **D.** -253440.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(2x - \dfrac{3}{x^2}\right)^{11} = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (2x)^{11-k}\left(-\dfrac{3}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k (2)^{11-k}(-3)^k(x)^{11-3k}$.

Theo bài ra ta có: $11 - 3k = 5 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển $\left(2x - \dfrac{3}{x^2}\right)^{11}$ là $C_{11}^2(2)^{11-2}(-3)^2 = 253440$.

Câu 50: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 30. Xác suất để số được chọn là số chia hết cho 5 bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{6}{29}$. **C.** $\Leftrightarrow \sqrt{2x^2 + mx + 1} = x + 2$. **D.** $\dfrac{5}{29}$.

Lời giải

Chọn D

Trong các số nguyên dương nhỏ hơn 30 có 5 số chia hết cho 5.

Như vậy, xác suất để chọn ngẫu nhiên một số nguyên dương nhỏ hơn 30 sao cho số được chọn là số chia hết cho 5 là $\frac{5}{29}$.

Câu 51: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Xác suất để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Không gian mẫu $\Omega=\{1;2;3;4;5;6\} \Rightarrow n(\Omega)=6$.

Gọi A là biến cố được mặt b chấm để phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Phương trình $x^2+bx+2=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2-8>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b<-2\sqrt{2} \\ b>2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Mà $b\in\Omega$ nên $b\in\{3;4;5;6\} \Rightarrow n(A)=4$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

Câu 52: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là $\frac{1}{2}$ và $\frac{1}{3}$. Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Xác suất bắn trúng bia của xạ thủ A và B lần lượt là $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B)=\frac{1}{3}$.

Suy ra xác suất bắn trượt bia của xạ thủ A và B lần lượt là $P(\overline{A})=\frac{1}{2}$, $P(\overline{B})=\frac{2}{3}$.

Gọi H là biến cố "có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia".

Khi đó $P(H)=P(\overline{A}B\cup A\overline{B}\cup\overline{A}\overline{B})=P(\overline{A}).P(B)+P(A).P(\overline{B})+P(\overline{A}).P(\overline{B})=\frac{5}{6}$.

Câu 53: (THPT Tây Thụy Anh – Thái Bình – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho đa thức $p(x)=(1+x)^8+(1+x)^9+(1+x)^{10}+(1+x)^{11}+(1+x)^{12}$. Khai triển và rút gọn ta được đa thức: $P(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{12}x^{12}$. Tìm hệ số a_8.

A. 720. **B.** 715. **C.** 700. **D.** 730.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng $(1+x)^n$ có hệ số x^8 là C_n^8.

Như vậy $a_8 = C_8^8 + C_9^8 + C_{10}^8 + C_{11}^8 + C_{12}^8 = 715$.

Câu 54: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Một người gọi điện thoại, quên hai chữ số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.

A. $\frac{83}{90}$. **B.** $\frac{1}{90}$. **C.** $\frac{13}{90}$. **D.** $\frac{89}{90}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A = \{0; 1; 2; ...; 9\}$.

Gọi $\overline{ab}$ là hai chữ số cuối của số điện thoại $(a \neq b)$.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = A_{10}^2 = 90$.

Gọi A là biến cố "Người đó gọi một lần đúng số cần gọi".

$\Rightarrow n(A) = 1$.

Vậy xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{1}{90}$.

Câu 55: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Một lớp có 40 học sinh gồm 25 nam và 15 nữ. Giáo viên chủ nhiệm muốn chọn 4 em trực cờ đỏ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn nếu ít nhất phải có một nam?

A. $C_{40}^4 - C_{15}^4$ (cách). **B.** C_{25}^4 (cách). **C.** $C_{25}^1 C_{15}^3$ (cách). **D.** $C_{40}^4 + C_{15}^4$ (cách).

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn 4 em tùy ý trong lớp: C_{40}^4.

Số cách chọn 4 em nữ trong lớp: C_{15}^4.

Số cách chọn 4 em trong đó ít nhất phải có một nam: $C_{40}^4 - C_{15}^4$.

Câu 56: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^9$ (với $x \neq 0$) bằng

A. 54. **B.** 36. **C.** 126. **D.** 84.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^9 = \sum_{k=0}^{9} C_9^k \left(\frac{1}{x}\right)^{9-k} \left(x^3\right)^k = \sum_{k=0}^{9} C_9^k (x)^{k-9} x^{3k} = \sum_{k=0}^{9} C_9^k x^{4k-9}$.

Để có số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^9$ thì $4k - 9 = 3 \Leftrightarrow k = 3$.

Suy ra hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển $\left(\frac{1}{x} + x^3\right)^9$ là $C_9^3 = 84$.

Câu 57: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Một lô hàng gồm 30 sản phẩm trong đó có 20 sản phẩm tốt và 10 sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên 3 sản phẩm trong lô hàng. Tính xác suất để 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

A. $\dfrac{6}{203}$. **B.** $\dfrac{197}{203}$. **C.** $\dfrac{153}{203}$. **D.** $\dfrac{57}{203}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega)=C_{30}^{3}=4060$.

Gọi A là biến cố 3 sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.

Khi đó $\overline{A}$ là biến cố 3 sản phẩm lấy ra không có sản phẩm tốt, hay 3 sản phẩm lấy ra đều là sản phẩm xấu. Suy ra $n(\overline{A})=C_{10}^{3}=120$. Do đó $P(\overline{A})=\dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=\dfrac{120}{4060}=\dfrac{6}{203}$.

Vậy $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{6}{203}=\dfrac{197}{203}$.

Câu 58: **(SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu số tự nhiên có hai chữ số, các chữ số khác nhau và đều khác 0?

A. 90. **B.** 9^2. **C.** C_9^2. **D.** A_9^2.

Lời giải

Chọn D

Số tự nhiên cần lập có 2 chữ số khác nhau được lấy từ các chữ số từ 1 đến 9 nên có A_9^2 số như vậy.

Câu 59: **(Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018)** Tìm hệ số của x^7 khi khai triển: $P(x)=(1+x)^{20}$.

A. A_{20}^{7}. **B.** P_7. **C.** C_{20}^{7}. **D.** A_{20}^{13}.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1+x)^{20}=\sum\limits_{k=0}^{20}C_{20}^{k}x^{k}$.

Theo đề bài ta tìm hệ số của x^7 nên ta có $k=7$. Vậy hệ số của x^7 trong khai triển là C_{20}^{7}.

Câu 60: **(THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018)** Một người gọi điện thoại, quên hai chữ số cuối và chỉ nhớ rằng hai chữ số đó phân biệt. Tính xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi.

A. $\dfrac{83}{90}$. **B.** $\dfrac{1}{90}$. **C.** $\dfrac{13}{90}$. **D.** $\dfrac{89}{90}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $A=\{0;1;2;...;9\}$.

Gọi $\overline{ab}$ là hai chữ số cuối của số điện thoại $(a\neq b)$.

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=A_{10}^{2}=90$.

Gọi A là biến cố "Người đó gọi một lần đúng số cần gọi" $\Rightarrow n(A)=1$.

Vậy xác suất để người đó gọi một lần đúng số cần gọi là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1}{90}$.

Câu 61: Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3

học sinh từ nhóm 10 học sinh đi lao động. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{17}{48}$. **C.** $\frac{17}{24}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Câu 62: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3-\frac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810. **B.** 826. **C.** 810. **D.** 421.

Câu 63: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 10 học sinh đi lao động. Tính xác suất để 3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ?

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{17}{48}$. **C.** $\frac{17}{24}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: "3 học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ".

Suy ra: $\overline{A}$ là biến cố: "3 học sinh được chọn không có học sinh nữ".

Khi đó $n(\overline{A})=C_7^3 \Rightarrow P(\overline{A})=\frac{C_7^3}{C_{10}^3}=\frac{7}{24}$. Vậy $P(A)=1-P(\overline{A})=\frac{17}{24}$.

Câu 64: **(THPT Chuyên Ngữ – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(3x^3-\frac{2}{x^2}\right)^5$.

A. -810. **B.** 826. **C.** 810. **D.** 421.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(3x^3-\frac{2}{x^2}\right)^5=\sum_{k=0}^{5}(-1)^k.C_5^k.\left(3x^3\right)^{5-k}.\left(\frac{2}{x^2}\right)^k=\sum_{k=0}^{5}(-1)^k.C_5^k.3^{5-k}.2^k x^{15-5k}$.

Số hạng chứa x^{10} ứng với $15-5k=10 \Leftrightarrow k=1$.

Hệ số của số hạng chứa x^{10} là $(-1)^1 C_5^1.3^4.2^1=-810$.

Câu 65: **(THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018)** Cho hai dãy ghế được xếp như sau:

Dãy 1	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4
Dãy 2	Ghế số 1	Ghế số 2	Ghế số 3	Ghế số 4

Xếp 4 bạn nam và 4 bạn nữ vào hai dãy ghế trên. Hai người được gọi là ngồi đối diện với nhau nếu ngồi ở hai dãy và có cùng vị trí ghế (số ở ghế). Số cách xếp để mỗi bạn nam ngồi đối diện với một bạn nữ bằng

A. $4!.4!.2$. **B.** $4!.4!.2^4$. **C.** $4!.2$. **D.** $4!.4!$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 1 (dãy 1): 8 cách. Có 4 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 1 (dãy 2).

Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 2 (dãy 1): 6 cách. Có 3 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 2 (dãy 2).

Chọn 4 bạn ngồi vào ghế số 3 (dãy 1): 4 cách. Có 2 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 3 (dãy 2).
Chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 4 (dãy 1): 2 cách. Có 1 cách chọn 1 bạn ngồi vào ghế số 4 (dãy 2).

Câu 66: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Cho $\left(x+\frac{1}{2}\right)^{40}=\sum_{k=0}^{40}a_kx^k$, $a_k\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a_{25}=2^{25}C_{40}^{25}$. **B.** $a_{25}=\frac{1}{2^{25}}C_{40}^{25}$. **C.** $a_{25}=\frac{1}{2^{15}}C_{40}^{25}$. **D.** $a_{25}=C_{40}^{25}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(x+\frac{1}{2}\right)^{40}=\left(\frac{1}{2}+x\right)^{40}=\sum_{k=0}^{40}C_{40}^{k}x^k.\left(\frac{1}{2}\right)^{40-k}$.

Hệ số a_{25} ứng với $x^{25}\Rightarrow k=25$. Vậy $a_{25}=C_{40}^{25}.\left(\frac{1}{2}\right)^{40-25}=\frac{1}{2^{15}}.C_{40}^{25}$.

Câu 67: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Tung 1 con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp. Xác suất để kết quả của hai lần tung là hai số tự nhiên liên tiếp bằng

A. $\frac{5}{36}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{5}{72}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Phép thử: Tung 1 con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần liên tiếp, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=6.6=36$.

Gọi biến cố A: “kết quả của hai lần tung là hai số tự nhiên liên tiếp ”. Các trường hợp có thể xảy ra của A là $A=\{(1;2);(2;1);(2;3);(3;2);(3;4);(4;3);(4;5);(5;4);(5;6);(6;5)\}$ do đó số phần tử của không gian thuận lợi là $n(A)=10$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$.

Câu 68: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^{n-1}+C_n^{n-2}=78$. Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(2x-1)^n$.

A. 25344. **B.** 101376. **C.** -101376. **D.** -25344.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện: $\begin{cases}n\in\mathbb{N}\\ n\geq 2\end{cases}$.

Ta có: $C_n^{n-1}+C_n^{n-2}=78\Leftrightarrow\frac{n!}{(n-1)!}+\frac{n!}{2!(n-2)!}=78\Leftrightarrow n+\frac{1}{2}(n-1)n=78$

$\Leftrightarrow n^2+n-156=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=12\\ n=-13(L)\end{array}\right.$.

Suy ra: $(2x-1)^n=(2x-1)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^{k}(2x)^{12-k}(-1)^k=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^{k}(2)^{12-k}(-1)^kx^{12-k}$.

Hệ số x^5 ứng với $k=7$. Vậy: Hệ số x^5 là $C_{12}^7 2^5 (-1)^7 = -25344$.

Câu 69: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Một lớp có 35 đoàn viên trong đó có 15 nam và 20 nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại 26 tháng 3. Tính xác suất để trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.

A. $\dfrac{90}{119}$. **B.** $\dfrac{30}{119}$. **C.** $\dfrac{125}{7854}$. **D.** $\dfrac{6}{119}$.

Lời giải

Chọn A

Số kết quả có thể xảy ra $|\Omega| = C_{35}^3$.

Gọi A là biến cố "trong 3 đoàn viên được chọn có cả nam và nữ".

Ta có: $|\Omega_A| = C_{15}^2 C_{20}^1 + C_{15}^1 C_{20}^2$. Vậy: $P(A) = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{90}{119}$.

Câu 70: (THPT Trần Phú – Hà Tĩnh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Hệ số của x^2 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2 + \dfrac{2}{x}\right)^{10}$ bằng

A. 3124. **B.** 13440. **C.** 2268. **D.** 210.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(x^2 + \dfrac{2}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k . \left(x^2\right)^{10-k} . \left(\dfrac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k . 2^k . x^{20-3k}$.

Số hạng chứa x^2 ứng với $20 - 3k = 2 \Leftrightarrow k = 6$. Hệ số của x^2 là .

Câu 71: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Số hạng không chứa x trong khai triển $f(x) = \left(x - \dfrac{2}{x^2}\right)^9$, $x \neq 0$ bằng

A. 5376. **B.** -5376. **C.** 672. **D.** -672.

Lời giải

Chọn D

Ta có $f(x) = \left(x - 2x^{-2}\right)^9 = \sum_{k=0}^{9} C_9^k . x^{9-k} . \left(-2x^{-2}\right)^k = \sum_{k=0}^{9} C_9^k (-2)^k x^{-2k} x^{9-k}$

$= \sum_{k=0}^{9} C_9^k (-2)^k x^{-2k+9-k} = \sum_{k=0}^{9} C_9^k (-2)^k x^{9-3k}$

Số hạng không chứa x của khai triển $f(x)$ ứng với $9 - 3k = 0 \Leftrightarrow k = 3$.

Vậy hệ số không chứa x là $C_9^3 . (-2)^3 = -672$.

Câu 72: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $5C_n^1 - C_n^2 = 5$. Tìm hệ số a của x^4 trong khai triển của biểu thức $\left(2x + \dfrac{1}{x^2}\right)^n$.

A. $a = 11520$. **B.** $a = 256$. **C.** $a = 45$. **D.** $a = 3360$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$.

Có $5C_n^1 - C_n^2 = 5 \Rightarrow 5n - \frac{n(n-1)}{2} = 5 \Leftrightarrow n^2 - 11n + 10 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=1 \\ n=10 \end{array}\right.$

Do $n \geq 2 \Rightarrow n = 10$.

Xét khai triển: $\left(2x + \frac{1}{x^2}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (2x)^{10-k} . \left(\frac{1}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-3k}$

Hệ số a của x^4 trong khai triển tương ứng với $10 - 3k = 4 \Leftrightarrow k = 2$.

Vậy hệ số cần tìm là $a = C_{10}^2 .2^8 = 11520$.

Câu 73: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Một tổ gồm 9 học sinh gồm 4 học sinh nữ và 5 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên từ tổ đó ra 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh chọn ra có số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ bằng:

A. $\frac{17}{42}$. **B.** $\frac{5}{42}$. **C.** $\frac{25}{42}$. **D.** $\frac{10}{21}$.

Lời giải

Chọn C

Có $C_9^3 = 84$ cách chọn 3 học sinh bất kì.

Chọn 3 học sinh mà số học sinh nam nhiều hơn số học sinh nữ có các trường hợp

+ Có 3 học sinh nam: Có $C_5^3 = 10$ cách chọn

+ Có 2 học sinh nam, 1 học sinh nữ: Có $C_5^2 .C_4^1 = 40$ cách chọn

Xác suất cần tìm là $P = \frac{10+40}{84} = \frac{25}{42}$.

Câu 74: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Hệ số của x^3 trong khai triển $\left(x - \frac{2}{x^2}\right)^9$ là

A. 1. **B.** -18. **C.** 144. **D.** -672.

Lời giải

Chọn C

Số hạng tổng quát trong khai triển $T_k = C_9^k x^{9-k} \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = C_9^k (-2)^k x^{9-3k}$.

T_k chứa x^3 khi và chỉ khi $9 - 3k = 3 \Leftrightarrow k = 2$.

Suy ra hệ số của x^3 trong khai triển là $C_9^2 (-2)^2 = 144$.

Câu 75: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ S, tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1.

A. $\frac{7}{125}$. **B.** $\frac{7}{150}$. **C.** $\frac{189}{1250}$. **D.** $\frac{7}{375}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của S bằng 9.10^5.

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một số từ S, ta được $n(\Omega) = 9.10^5$.

Gọi A là biến cố " Chọn được số có các chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 0 và 1". Ta có các trường hợp sau.

Giả sử số chọn được có dạng: $\overline{a_1 a_2 ... a_6}$

Trường hợp 1: $a_1 = 1$.

Số cách chọn vị trí cho số 0 là 5 cách.

Số cách chọn 4 chữ số còn lại là A_8^4 cách.

Vậy trường hợp này có $1.5.A_8^4$ số.

Trường hợp 2: $a_1 \neq 1 \Rightarrow a_1$ có 8 cách chọn.

Số cách chọn vị trí cho hai chữ số $0;1$ là A_5^2.

Số cách chọn ba số còn lại là A_7^3.

Vậy trường hợp này có $8.A_5^2.A_7^3$ số.

Suy ra $P_A = \dfrac{5.A_8^4 + 8.A_5^2.A_7^3}{9.10^5} = \dfrac{7}{150}$.

Câu 76: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^2. **B.** C_{10}^2. **C.** A_{10}^8. **D.** 10^2.

Lời giải

Chọn A

Chọn ra 2 học sinh từ một tổ có 10 học sinh và phân công giữ chức vụ tổ trưởng, tổ phó là một chỉnh hợp chập 2 của 10 phần tử. Số cách chọn là A_{10}^2 cách.

Câu 77: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Số cách sắp xếp 6 học sinh ngồi vào 6 trong 10 ghế trên một hàng ngang là

A. 6^{10}. **B.** $6!$. **C.** A_{10}^6. **D.** C_{10}^6.

Lời giải

Chọn C

Mỗi cách chọn 6 ghế từ 10 ghế sắp xếp 6 người là một chỉnh hợp chập 6 của 10 phần tử. Vậy có A_{10}^6 cách chọn.

Câu 78: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Đầu tiết học, cô giáo kiểm tra bài cũ bằng cách gọi lần lượt từng người từ đầu danh sách lớp lên bảng trả lời câu hỏi. Biết rằng học sinh đầu tiên trong danh sách lớp là An, Bình, Cường với xác suất thuộc bài lần lượt là $0,9$; $0,7$ và $0,8$. Cô giáo sẽ dừng kiểm tra sau khi đã có 2 học sinh thuộc bài. Tính xác suất cô giáo chỉ kiểm tra bài cũ đúng 3 bạn trên.

A. $0,504$. **B.** $0,216$. **C.** $0,056$. **D.** $0,272$.

Lời giải

Chọn D

Trường hợp 1. An thuộc bài, Bình không thuộc bài, Cường thuộc bài ta có xác suất:

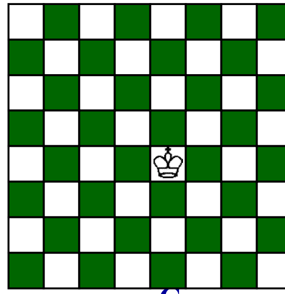
$$0,9 \times (1 - 0,7) \times 0,8 = 0,216.$$

Trường hợp 2. An không thuộc bài, Bình thuộc bài, Cường thuộc bài ta có xác suất:

$$(1 - 0,9) \times 0,7 \times 0,8 = 0,056.$$

Vậy xác suất cần tìm là $0,216 + 0,056 = 0,272$.

Câu 79: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Một quân vua được đặt trên một ô giữa bàn cờ vua. Mỗi bước di chuyển, quân vua được chuyển sang một ô khác chung cạnh hoặc chung đỉnh với ô đang đứng (xem hình minh họa). Bạn An di chuyển quân vua ngẫu nhiên 3 bước. Tính xác suất sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát.



A. $\frac{1}{16}$.
B. $\frac{1}{32}$.
C. $\frac{}{32}$.
D. $\frac{3}{64}$.

Lời giải

Chọn D

Tại mọi ô đang đứng, ông vua có 8 khả năng lựa chọn để bước sang ô bên cạnh.

Do đó không gian mẫu $n(\Omega)=8^3$.

Gọi A là biến cố "sau 3 bước quân vua trở về ô xuất phát". Sau ba bước quân vua muốn quay lại ô ban đầu khi ông vua đi theo đường khép kín tam giác. Chia hai trường hợp:

+ Từ ô ban đầu đi đến ô đen, đến đây có 4 cách để đi bước hai rồi về lại vị trí ban đầu.

+ Từ ô ban đầu đi đến ô trắng, đến đây có 2 cách để đi bước hai rồi về lại vị trí ban đầu.

Do số phần tử của biến cố A là $n(A)=4.4+2.4=24$.

Vậy xác suất $P(A)=\frac{24}{8^3}=\frac{3}{64}$.

Câu 80: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho các số nguyên dương k, n $(k<n)$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.
B. $A_n^k=k!.C_n^k$.
C. $C_n^{n-k}=C_n^k$.
D. $C_n^k+C_n^{k+1}=C_{n+1}^{k+1}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $C_n^k=\frac{n!}{k!.(n-k)!}$.

Câu 81: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau?

A. 500.
B. 328.
C. 360.
D. 405.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên chẵn cần tìm có dạng $\overline{abc}$, $c\in\{0;2;4;6;8\}$.

Xét các số có dạng $\overline{ab0}$ có tất cả $A_9^2=72$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Xét các số dạng $\overline{abc}$, $c\in\{2;4;6;8\}$ có tất cả: $4.8.8=256$ số thỏa yêu cầu bài toán.

Vậy số các số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số khác nhau là: $72+256=328$ số.

Câu 82: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Cho khai triển $(1-4x)^{18}=a_0+a_1x+...a_{18}x^{18}$. Giá trị của a_3 bằng

A. -52224.
B. 2448.
C. 52224.
D. -2448.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(1-4x\right)^{18}=\sum_{k=0}^{18}C_{18}^{k}\left(1\right)^{18-k}.\left(-4x\right)^{k}=\sum_{k=0}^{18}C_{18}^{k}\left(-4\right)^{k}.x^{k}$. Mà a_3 là hệ số của x^3 nên $a_3=C_{18}^{3}\left(-4\right)^{3}=-52224$.

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Giải bóng đá V-LEAGUE 2018 có tất cả 14 đội bóng tham gia, các đội bóng thi đấu vòng tròn 2 lượt (tức là hai đội A và B bất kỳ thi đấu với nhau hai trận, một trận trên sân của đội A, trận còn lại trên sân của đội B). Hỏi giải đấu có tất cả bao nhiêu trận đấu?

A. 182. **B.** 91. **C.** 196. **D.** 140.

Lời giải

Chọn A

Số trận đấu là $A_{14}^2 = 182$.

Câu 2: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Số đường chéo của đa giác đều có 20 cạnh là bao nhiêu?

A. 170. **B.** 190. **C.** 360. **D.** 380.

Lời giải

Chọn A

Số đường chéo của đa giác đều n cạnh là $C_n^2 - n$.

Với $n = 20$ thì $C_{20}^2 - 20 = 170$.

Câu 3: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Một người bỏ ngẫu nhiên ba lá thư vào ba chiếc phong bì đã ghi địa chỉ. Xác suất để có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử không gian mẫu là: $n(\Omega) = 3! = 6$.

Gọi A là biến cố "Có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì".

Ta xét các trường hợp sau:

Nếu lá thứ nhất bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Nếu lá thứ hai bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Nếu lá thứ ba bỏ đúng phong bì, hai lá còn lại để sai thì có duy nhất 1 cách.

Không thể có trường hợp hai lá thư bỏ đúng và một lá thư bỏ sai.

Cả ba lá thư đều được bỏ đúng có duy nhất 1 cách

Do đó: $n(A) = 4$.

Vậy xác suất để có ít nhất một lá thư được bỏ đúng phong bì là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Cách 2:

Gọi B là biến cố "Không có lá thư nào được bỏ đúng phong bì".

$\Rightarrow n(B) = 2 \Rightarrow P(A) = 1 - P(B) = 1 - \frac{n(B)}{n(\Omega)} = 1 - \frac{2}{6} = \frac{2}{3}$.

Câu 4: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Một túi đựng 10 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi đó. Xác suất để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1C_3^1C_4^1}{C_{10}^3}$.

C. $\frac{2C_3^3 + C_4^3}{C_{10}^3}$. **D.** $\frac{2C_3^1C_3^1C_4^1}{C_{10}^3}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách rút ngẫu nhiên ba tấm thẻ từ túi có 10 thẻ là: C_{10}^3 cách.

Trong các số từ 1 đến 10 có ba số chia hết cho 3, bốn số chia cho 3 dư 1, ba số chia cho 3 dư 2.

Để tổng các số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 thì ba thẻ đó phải có số được ghi thỏa mãn:

- Ba số đều chia hết cho 3.
- Ba số đều chia cho 3 dư 1.
- Ba số đều chia cho 3 dư 2.
- Một số chia hết cho 3, một số chia cho 3 dư 1, một số chia cho 3 dư 2.

Do đó số cách rút để tổng số ghi trên ba thẻ rút được là một số chia hết cho 3 là $C_3^3 + C_4^3 + C_3^3 + C_3^1C_4^1C_3^1$ cách.

Vậy xác suất cần tìm là: $\dfrac{2C_3^3 + C_4^3 + C_3^1C_3^1C_4^1}{C_{10}^3}$.

Câu 5: S**(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** ố đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2 - x - 1}}$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}} = \dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}}$ (với $x \neq 0$). Suy ra

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to+\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{2-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

và $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} \frac{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}} = \lim_{x\to-\infty} \frac{\left(1+\frac{1}{x}\right)}{-\sqrt{2-\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}$.

Do đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

Phía phải là $x = 1$ và phía trái $x = -1$

Xét $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}} = \dfrac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}}$

$$\Rightarrow \lim_{x\to1^+} \frac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}} = \lim_{x\to1^+} \frac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}} = +\infty$$

và $\displaystyle\lim_{x\to-\frac{1}{2}^-} \frac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}} = \lim_{x\to1^+} \frac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}} = +\infty$

Do đó đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-\frac{1}{2}$.

Vậy đồ thị hàm số có 4 đường tiệm cận.

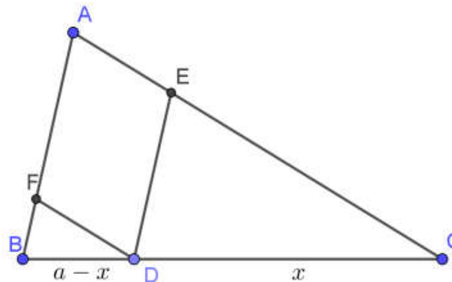
Chú ý: Ta có thể viết ngắn ngọn như sau:

- $y=\frac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}} \to \frac{x}{\sqrt{2x^2}}=\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ nên có 2 TCN.
- $y=\frac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}}$ mẫu không bị khử nên có 2 TCĐ.

Câu 6: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Một tấm bìa carton dạng tam giác ABC diện tích là S. Tại một điểm D thuộc cạnh BC người ta cắt theo hai đường thẳng lần lượt song song với hai cạnh AB và AC để phần bìa còn lại là một hình bình hành có một đỉnh là A diện tích hình bình hành lớn nhất bằng

A. $\frac{S}{4}$. **B.** $\frac{S}{3}$. **C.** $\frac{S}{2}$. **D.** $\frac{2S}{3}$.

Lời giải



Chọn C

Giả sử độ dài đoạn thẳng BC là a và độ dài đoạn thẳng CD là x với $0<x<a$.

Vì $DE // AB \Rightarrow \Delta CDE \backsim \Delta CBA \Rightarrow \frac{CE}{CA}=\frac{CD}{CB}=\frac{x}{a} \Rightarrow \frac{S_{CDE}}{S_{CBA}}=\frac{x^2}{a^2} \Rightarrow S_{CDE}=\frac{x^2}{a^2}S$

Vì $DF // AB \Rightarrow \Delta BDF \backsim \Delta BCA \Rightarrow \frac{BD}{BC}=\frac{BF}{BA}=\frac{a-x}{a}$

$\Rightarrow \frac{S_{BDF}}{S_{BCA}}=\frac{(a-x)^2}{a^2} \Rightarrow S_{BDF}=\frac{(a-x)^2}{a^2}S$

Suy ra $S_{AEDF}=S_{ABC}-S_{BDF}-S_{CDE}=\left(1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{(a-x)^2}{a^2}\right)S$

Do đó S_{AEDF} lớn nhất khi và chỉ khi $\frac{x^2}{a^2}+\frac{(a-x)^2}{a^2}$ nhỏ nhất

Xét $f(x)=\frac{x^2}{a^2}+\frac{(a-x)^2}{a^2}=\frac{a^2-2ax+2x^2}{a^2}=\frac{2\left(x-\frac{a}{2}\right)^2+\frac{a^2}{2}}{a^2}\geq\frac{\frac{a^2}{2}}{a^2}=\frac{1}{2}$

Suy ra $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{1}{2}$ khi $x=\frac{a}{2}$. Khi đó:

$$\left(S_{AEDF}\right)_{\max}=\left(1-\frac{1}{2}\right)S=\frac{S}{2}.$$

Câu 7: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Một nhóm học sinh gồm a lớp A, b lớp B và c lớp C $\left(a, b, c\in\mathbb{N};\ a, b, c\geq 4\right)$. Chọn ngẫu nhiên ra 4 bạn. Xác suất để chọn được 4 bạn thuộc cả ba lớp là

A. $\dfrac{C_a^1C_b^1C_c^1C_{a+b+c-3}^1}{C_{a+b+C}^4}$.

B. $1-\dfrac{C_{a+b}^4+C_{b+c}^4+C_{a+c}^4}{C_{a+b+C}^4}$.

C. $\dfrac{C_a^2C_b^1C_c^1+C_a^1C_b^2C_c^1+C_a^1C_b^1C_c^2}{C_{a+b+C}^4}$.

D. $1-\dfrac{C_{a+b}^4+C_{b+c}^4+C_{a+c}^4}{C_{a+b+C}^4}-\dfrac{C_a^4+C_b^4+C_c^4}{C_{a+b+C}^4}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=C_{a+b+C}^4$.

TH1: Chọn 2 học sinh lớp A, 1 học sinh lớp B, 1 học sinh lớp C: $C_a^2C_b^1C_c^1$.

TH2: Chọn 1 học sinh lớp A, 2 học sinh lớp B, 1 học sinh lớp C: $C_a^1C_b^2C_c^1$.

TH3: Chọn 1 học sinh lớp A, 1 học sinh lớp B, 2 học sinh lớp C: $C_a^1C_b^1C_c^2$.

Gọi A là biến cố để chọn được 4 bạn thuộc cả ba lớp $\Rightarrow n\left(A\right)=C_a^2C_b^1C_c^1+C_a^1C_b^2C_c^1+C_a^1C_b^1C_c^2$.

Vậy xác suất cần tìm là $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{C_a^2C_b^1C_c^1+C_a^1C_b^2C_c^1+C_a^1C_b^1C_c^2}{C_{a+b+C}^4}$.

Câu 8: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Kết quả $\left(b,c\right)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2+bx+c=0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm:

A. $\dfrac{5}{36}$.

B. $\dfrac{7}{12}$.

C. $\dfrac{23}{36}$.

D. $\dfrac{17}{36}$.

Lời giải

Chọn D

Gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, số phần tử không gian mẫu là 36.

Ta có: b là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai nên $b\in\left[1;6\right]$ và $c\in\left[1;6\right]$ với b, $c\in\mathbb{Z}$.

Phương trình $x^2+bx+c=0$ vô nghiệm khi $\Delta<0\Leftrightarrow b^2-4c<0\Leftrightarrow b^2<4c$.

Với $b=1$ có 6 trường hợp xảy ra.

Với $b=2$ có 5 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c=1$).

Với $b=3$ có 4 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c\leq 2$).

Với $b=4$ có 2 trường hợp xảy ra (trừ trường hợp $c\leq 4$)

Do đó có tổng cộng 17 khả năng có thể xảy ra để phương trình vô nghiệm.

Vậy xác suất để phương trình vô nghiệm là: $P=\dfrac{17}{36}$.

Câu 9: **(THPT Chuyên Nguyễn Quang Diệu – Đồng Tháp – Lần 5 năm 2017 – 2018)** Tính giá trị $M=A_{n-15}^2+3A_{n-14}^3$, biết rằng $C_n^4=20C_n^2$ (với n là số nguyên dương, A_n^k là số chỉnh hợp chập k của n phần tử và C_n^k là số tổ hợp chập k của n phần tử).

A. $M=78$.

B. $M=18$.

C. $M=96$.

D. $M=84$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $n \geq 4$, $n \in \mathbb{N}$, ta có $C_n^4 = 20C_n^2 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{4!(n-4)!} = 20\dfrac{n!}{2!(n-2)!}$

$\Leftrightarrow (n-2)(n-3) = 240 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n = 18 \\ n = -13 \end{array}\right. \Rightarrow n = 18$. Vậy $M = A_3^2 + 3A_4^3 = 78$.

Câu 10: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển thành đa thức của biểu thức $A = (1-x)^{10}$ là

A. 30. **B.** -120. **C.** 120. **D.** -30.

Lời giải

Chọn B

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển là: $(-1)^k C_{10}^k x^k$.

Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển ứng với $k = 3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 là $(-1)^3 C_{10}^3 = -120$.

Câu 11: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Cho đa giác đều có n cạnh $(n \geq 4)$. Tìm n để đa giác có số đường chéo bằng số cạnh ?

A. $n = 5$. **B.** $n = 16$. **C.** $n = 6$. **D.** $n = 8$.

Lời giải

Chọn A

Tổng số đường chéo và cạnh của đa giác là : $C_n^2 \Rightarrow$ Số đường chéo của đa giác là $C_n^2 - n$.

Ta có : Số đường chéo bằng số cạnh

$\Leftrightarrow C_n^2 - n = n \Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!} = 2n \Leftrightarrow n(n-1) = 4n \Leftrightarrow n - 1 = 4 \Leftrightarrow n = 5$.

Câu 12: (THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018) Giả sử rằng, trong Đại hội thể dục thể thao tỉnh Gia Lai năm 2018 có 16 đội bóng đăng ký tham gia giải, được chia thành 4 bảng A, B, C, D, mỗi bảng gồm 4 đội. Cách thức thi đấu như sau:

Vòng 1: Các đội trong mỗi bảng thi đấu vòng tròn một lượt, tính điểm và chọn ra đội nhất của mỗi bảng.

Vòng 2 (bán kết): Đội nhất bảng A gặp đội nhất bảng C; Đội nhất bảng B gặp đội nhất bảng D.

Vòng 3 (chung kết): Tranh giải ba: Hai đội thua trong bán kết; tranh giải nhất: Hai đội thắng trong bán kết.

Biết rằng tất cả các trận đấu đều diễn ra trên sân vận động Pleiku vào các ngày liên tiếp, mỗi ngày 4 trận. Hỏi Ban tổ chức cần mượn sân vận động trong bao nhiêu ngày?

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Số trận đấu diễn ra trong vòng 1: $4.C_4^2 = 24$.

Số trận đấu diễn ra trong vòng 2: 2.

Số trận đấu diễn ra trong vòng 3: 2.

Có tất cả 28 trận đấu.

Vậy ban tổ chức cần mượn sân trong $\frac{28}{4}=7$ ngày.

Câu 13: **(THPT Chuyên Hùng Vương – Gia Lai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Một người gọi điện thoại nhưng quên mất chữ số cuối. Tính xác suất để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{19}{90}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=10=10$.

Để người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần ta có 2 trường hợp:

TH1: Người đó gọi đúng ở lần thứ nhất.

TH2: Người đó gọi đúng ở lần thứ hai.

Gọi A_1:" người đó gọi đúng ở lần thứ nhất" $\Rightarrow$ xác suất người đó gọi đúng là $P(A_1)=\frac{1}{10}$ và xác suất người đó gọi không đúng là $P(\overline{A_1})=\frac{9}{10}$.

Gọi A_2:" người đó gọi đúng ở lần thứ hai" $\Rightarrow$ xác suất người đó gọi đúng là $P(A_2)=\frac{1}{9}$.

Gọi A:"người đó gọi đúng số điện thoại mà không phải thử quá hai lần" ta có $A=A_1\cup\overline{A_1}A_2\Rightarrow P(A)=P(A_1)+P(\overline{A_1}).P(A_2)=\frac{1}{10}+\frac{9}{10}.\frac{1}{9}=\frac{1}{5}$.

Câu 14: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Trong các số nguyên từ 100 đến 999, số các số mà các chữ số của nó tăng dần hoặc giảm dần (kể từ trái qua phải) bằng:

A. 204. **B.** 120. **C.** 168. **D.** 240.

Lời giải

Chọn A

Số nguyên cần lập có 3 chữ số đôi một khác nhau. Xét hai trường hợp:

+ TH1: Các chữ số tăng dần từ trái qua phải.

Khi đó 3 chữ số được chọn từ tập $A=\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

Với một cách chọn 3 chữ số từ tập này ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự tăng dần. Do đó số các số lập được trong trường hợp này là: C_9^3.

+ TH2: Các chữ số giảm dần từ trái qua phải.

Khi đó 3 chữ số được chọn từ tập $B=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$

Với một cách chọn 3 chữ số từ tập này ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần. Do đó số các số lập được trong trường hợp này là: C_{10}^3.

Vậy số các số cần tìm là: $C_9^3+C_{10}^3=204$ số.

Câu 15: **(SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho $X=\{0,1,2,3,...,15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp X. Tính xác suất để trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp.

A. $\frac{13}{35}$. **B.** $\frac{7}{20}$. **C.** $\frac{20}{35}$. **D.** $\frac{13}{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Không gian mẫu có số phần tử là: $|\Omega| = C_{16}^3 = 560$ (phần tử).

Ta tìm số cách lấy ra ba số trong đó có đúng hai số liên tiếp nhau hoặc lấy ra được cả ba số liên tiếp nhau. Khi đó ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: lấy ra ba số trong đó có đúng hai số liên tiếp nhau.

- Trong ba số lấy ra có hai số $0,1$ hoặc $14,15$ khi đó số thứ ba có 13 cách lấy. Do đó trường hợp này có: $2.13 = 26$ cách lấy.
- Trong ba số lấy ra không có hai số $0,1$ hoặc $14,15$ khi đó ta có 13 cặp số liên tiếp nhau khác $0,1$ và $14,15$, số thứ ba có 12 cách lấy. Do đó trường hợp này có: $13.12 = 156$ cách lấy.

Trường hợp 2: lấy ra được cả ba số liên tiếp nhau. Ta có lấy ba số liên tiếp nhau ta có 14 cách lấy. Do đó trường hợp này có: 14 cách lấy.

Vậy ta có: $26 + 156 + 14 = 196$ cách lấy ra ba số liên tiếp nhau hoặc lấy ra ba số trong đó có hai số liên tiếp nhau.

Xác suất để trong ba số được chọn không có hai số liên tiếp là: $P = 1 - \dfrac{196}{560} = \dfrac{13}{20}$.

Câu 16: (SGD Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Biết rằng hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \dfrac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm n.

A. $n = 32$. **B.** $n = 30$. **C.** $n = 31$. **D.** $n = 33$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\left(x - \dfrac{1}{4}\right)^n = \sum\limits_{k=1}^{n} (-1)^k C_n^k x^{n-k} \left(\dfrac{1}{4}\right)^k$ (với $0 \le k \le n$ và k, $n \in \mathbb{N}$).

Suy ra hệ số của x^{n-2} trong khai triển $\left(x - \dfrac{1}{4}\right)^n$ là $(-1)^2 \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 C_n^2 = \dfrac{1}{16} C_n^2$.

Theo giả thiết ta có

$\dfrac{1}{16} C_n^2 = 31 \Leftrightarrow C_n^2 = 496 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{2!(n-2)!} = 496 \Leftrightarrow n(n-1) = 992 \Leftrightarrow n^2 - n - 992 = 0 \Leftrightarrow n = 32$.

Câu 17: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Trong một bình đựng 4 viên bi đỏ và 3 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên. Có bao nhiêu cách lấy?

A. 18. **B.** 21. **C.** 42. **D.** 10.

Lời giải

Chọn B

Số cách lấy 2 viên bi từ 7 viên bi là: $C_7^2 = 21$.

Câu 18: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Có bao nhiêu cách chia hết 4 đồ vật khác nhau cho 3 người, biết rằng mỗi người nhận được ít nhất 1 đồ vật.

A. 72. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 36.

Lời giải

Chọn D

Có hai người mà mỗi người nhận một đồ vật và một người nhận hai đồ vật.

Chọn hai người để mỗi người nhận một đồ vật: có C_3^2 cách chọn.

Chọn hai đồ vật trao cho hai người: có A_4^2 cách chọn.

Hai đồ vật còn lại trao cho người cuối cùng.

Vậy số cách chia là : $C_3^2 . A_4^2 = 36$ cách.

Câu 19: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Một nhóm học sinh gồm 5 nam và 5 bạn nữ được xếp thành một hàng dọc. Xác suất để 5 bạn nữ đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{35}$. **B.** $\frac{1}{252}$. **C.** $\frac{1}{50}$. **D.** $\frac{1}{42}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10!$.

Gọi A:" 5 bạn nữ đứng cạnh nhau".

Giả sử ghép 5 bạn nữ thành một nhóm có $5!$ cách ghép.

Coi 5 bạn nữ này là 1 cụm X.

Khi đó bài toán trở thành xếp 5 bạn học sinh nam và X thành một hàng dọc, khi đó số cách xếp là $6! \Rightarrow n(A) = 5!.6!$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5!6!}{10!} = \frac{1}{42}$.

Câu 20: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ bằng

A. $\frac{65}{71}$. **B.** $\frac{69}{77}$. **C.** $\frac{443}{506}$. **D.** $\frac{68}{75}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{35}^4 = 52360$.

Gọi A là biến cố để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ.

$\Rightarrow n(A) = C_{18}^1.C_{17}^3 + C_{18}^2.C_{17}^2 + C_{18}^3.C_{17}^1 = 46920$.

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{69}{77}$.

Câu 21: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Biến n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1-3x)^{2n}$ bằng

A. $-3^5.C_{10}^5$. **B.** $-3^5.C_{12}^5$. **C.** $3^5.C_{10}^5$. **D.** $6^5.C_{10}^5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐK: $n \geq 3; n \in \mathbb{N}$.

Ta có: $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$

$\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-3)!}+2.\dfrac{n!}{(n-2)!}=100 \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!}+2.\dfrac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!}=100$.

$\Leftrightarrow n(n-1)(n-2)+2.n(n-1)=100 \Leftrightarrow n^3-n^2-100=0 \Leftrightarrow n=5(n)$.

Khi đó: $(1-3x)^{2n}=(1-3x)^{10}$.

Số hạng tổng quát khi khai triển nhị thức trên là: $T_{k+1}=C_{10}^k.1^{10-k}.(-3x)^k=(-3)^k.C_{10}^k.x^k$.

Hệ số của $x^5 \Leftrightarrow k=5$. Do đó ta có hệ số của x^5 là: $-3^5.C_{10}^5$.

Câu 22: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Cho x là số thực dương. Số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(x-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^{12}$ là:

A. -126720. **B.** -495. **C.** 495. **D.** 126720.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^{12}$ là $C_{12}^k x^{12-k}\left(-\dfrac{2}{\sqrt{x}}\right)^k=C_{12}^k(-2)^k x^{12-\frac{3k}{2}}$, với $0\le k\le 12, k\in\mathbb{Z}$.

Số hạng không chứa x nên $12-\dfrac{3k}{2}=0 \Leftrightarrow k=8$. Khi đó số hạng cần tìm là: $C_{12}^8(-2)^8=126720$.

Câu 23: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Một nhóm có 6 học sinh gồm 4 nam và 2 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

A. 32. **B.** 20. **C.** 6. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trường hợp 1: chọn 1 nam và 2 nữ có 4 cách chọn.

Trường hợp 2: chọn 2 nam và 1 nữ có $C_4^2.2=12$ cách chọn.

Vậy có $4+12=16$ cách chọn ra 3 học sinh trong đó có cả nam và nữ.

Câu 24: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^7$.

A. $8.C_7^5$. **B.** $8.C_7^3$. **C.** C_7^3. **D.** C_7^2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\left(x^2+\dfrac{2}{x}\right)^7=\sum\limits_{k=0}^{7}C_7^k\left(x^2\right)^{7-k}\left(\dfrac{2}{x}\right)^k=\sum\limits_{k=0}^{7}C_7^k.2^k x^{14-3k}$.

Theo đề bài ta tìm hệ số của x^5 nên $14-3k=5 \Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của x^5 là $8.C_7^3$

Câu 25: **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Tìm số hạng chứa x^4 trong khai triển biểu thức $\left(\frac{2}{x}-x^3\right)^n$ với mọi $x\neq 0$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2+nA_n^2=476$.

A. $1792x^4$. **B.** -1792. **C.** 1792. **D.** $-1792x^4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $C_n^2+nA_n^2=476$

$\Leftrightarrow \frac{n(n-1)}{2}+n^2(n-1)-476=0$

$\Leftrightarrow 2n^3-n^2-n-952=0$

$\Leftrightarrow n=8$.

Số hạng tổng quát của khai triển là: $C_8^k\left(\frac{2}{x}\right)^{8-k}.(-1)^{3k}x^{3k}=(-1)^{3k}C_8^k.2^{8-k}.x^{4k-8}$.

Số hạng này là số hạng chứa $x^4\Leftrightarrow 4k-8=4\Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số là $C_8^3.2^5.(-1)=-1792$.

Câu 26: **(THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018)** Một hộp đựng 5 viên bi đỏ, 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp đó. Tính xác suất lấy được ít nhất 1 viên đỏ.

A. $\frac{37}{42}$. **B.** $\frac{1}{21}$. **C.** $\frac{5}{42}$. **D.** $\frac{20}{21}$.

Lời giải

Chọn D

Lấy 3 viên bi từ $5+4=9$ viên bi có C_9^3 cách.

+ Lấy 1 viên đỏ và 2 viên xanh có $C_5^1C_4^2$ cách.

+ Lấy 2 viên đỏ và 1 viên xanh có $C_5^2C_4^1$ cách.

+ Lấy 3 viên đỏ có C_5^3 cách.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{C_5^1C_4^2+C_5^2C_4^1+C_5^3}{C_9^3}=\frac{20}{21}$.

Câu 27: Tổng $C_{2016}^1+C_{2016}^2+C_{2016}^3+...+C_{2016}^{2016}$ bằng

A. 2^{2016}. **B.** 4^{2016}. **C.** $2^{2016}+1$. **D.** $2^{2016}-1$.

Câu 28: Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60 (cách). **B.** 120 (cách). **C.** 12960 (cách). **D.** 90 (cách).

Câu 29: Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{12}$ là

A. 924. **B.** 495. **C.** 792. **D.** 220.

Câu 30: Tổng $C_{2016}^{1}+C_{2016}^{2}+C_{2016}^{3}+...+C_{2016}^{2016}$ bằng

A. 2^{2016}. **B.** 4^{2016}. **C.** $2^{2016}+1$. **D.** $2^{2016}-1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1+x)^{2016}=C_{2016}^{0}+C_{2016}^{1}x+C_{2016}^{2}x^{2}+...+C_{2016}^{2016}x^{2016}$.

Chọn $x=1$, ta có: $2^{2016}=C_{2016}^{0}+C_{2016}^{1}+C_{2016}^{2}+...+C_{2016}^{2016}$ hay $C_{2016}^{1}+C_{2016}^{2}+...+C_{2016}^{2016}=2^{2016}-1$.

Câu 31: Một trường cấp 3 của tỉnh Đồng Tháp có 8 giáo viên Toán gồm có 3 nữ và 5 nam, giáo viên Vật lý thì có 4 giáo viên nam. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đoàn thanh tra công tác ôn thi THPTQG gồm 3 người có đủ 2 môn Toán và Vật lý và phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn?

A. 60 (cách). **B.** 120 (cách). **C.** 12960 (cách). **D.** 90 (cách).

Lời giải

Chọn D

Vì chọn ra 3 người mà yêu cầu phải có giáo viên nam và giáo viên nữ trong đoàn nên số giáo viên nữ được chọn chỉ có thể bằng 1 hoặc 2. Ta xét hai trường hợp:

* Trường hợp 1: Chọn 1 giáo viên nữ: Có C_3^1 cách. Khi đó:

- Chọn 1 giáo viên nam môn Toán và 1 nam môn Vật lý: Có $C_5^1\times C_4^1$ cách.

- Chọn 2 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^2 cách.

Trường hợp này có $C_3^1\left(C_5^1\times C_4^1+C_4^2\right)$ cách chọn.

* Trường hợp 2: Chọn 2 giáo viên nữ: Có C_3^2 cách chọn. Khi đó chọn thêm 1 giáo viên nam môn Vật lý: Có C_4^1 cách. Trường hợp này có $C_3^2\times C_4^1$ cách chọn.

Vậy tất cả có $C_3^1\left(C_5^1\times C_4^1+C_4^2\right)+C_3^2\times C_4^1=90$ cách chọn.

Câu 32: Số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{12}$ là

A. 924. **B.** 495. **C.** 792. **D.** 220.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát khi khai triển nhị thức trên là: $T_{k+1}=C_{12}^{k}.x^{2k}.\left(x^{-1}\right)^{12-k}=C_{12}^{k}.x^{3k-12}$.

Số hạng không chứa $x\Leftrightarrow 3k-12=0\Leftrightarrow k=4$.

Do đó ta có Số hạng không chứa x là: $C_{12}^{4}=495$.

Câu 33: Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc là bằng nhau.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 34: Cho tập $X=\{1;2;3;...;10\}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

(I). "Mỗi hoán vị của X là một chỉnh hợp chập 10 của X".

(II). "Tập $B=\{1;2;3\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của X".

(III). "A_{10}^{3} là một chỉnh hợp chập 3 của X".

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35: Giả sử trong khai triển $(1+ax)(1-3x)^{6}$ với $a\in\mathbb{R}$ thì hệ số của số hạng chứa x^{3} là 405. Tính a.

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 14.

Câu 36: Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người?

A. 60. **B.** 90. **C.** 180. **D.** 45.

Câu 37: Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc là bằng nhau.

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất thì số phần tử của không gian mẫu là

$n(\Omega)=6.6=36$.

Gọi A:"Số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc là bằng nhau".

Ta có $A=\{(1;1);(2;2);(3;3);(4;4);(5;5);(6;6)\}\Rightarrow n(A)=6$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Câu 38: Cho tập $X=\{1;2;3;...;10\}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau:

(I). "Mỗi hoán vị của X là một chỉnh hợp chập 10 của X".

(II). "Tập $B=\{1;2;3\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của X".

(III). "A_{10}^{3} là một chỉnh hợp chập 3 của X".

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $X=\{1;2;3;...;10\}\Rightarrow n(X)=10$.

Mệnh đề "mỗi hoán vị của X là một chỉnh hợp chập 10 của X" là mệnh đề **sai**.

Phải là "mỗi hoán vị **các phần tử** của X là một chỉnh hợp chập 10 của X"

Mệnh đề "tập $B=\{1;2;3\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của X" là mệnh đề sai vì "tập $B=\{1;2;3\}$ là một tổ hợp chập 3 của X".

Mệnh đề "A_{10}^3 là một chỉnh hợp chập 3 của X" là mệnh đề đúng.

Vậy có 1 mệnh đề đúng.

Câu 39: Giả sử trong khai triển $(1+ax)(1-3x)^6$ với $a\in\mathbb{R}$ thì hệ số của số hạng chứa x^3 là 405. Tính a.

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 14.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1-3x)^6=C_6^0-3C_6^1x+9C_6^2x^2-27C_6^3x^3+...$

$\Rightarrow$ Hệ số x^3 trong khai triển $(1+ax)(1-3x)^6$ là $9aC_6^2-27C_6^3$

Theo giả thiết $9aC_6^2-27C_6^3=405\Rightarrow a=7$.

Câu 40: Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người?

A. 60. **B.** 90. **C.** 180. **D.** 45.

Lời giải

Chọn D

+ Chọn một nhóm 2 người, có C_6^2 cách chọn.

+ Chọn nhóm thứ hai có 2 người, có C_4^2 cách chọn.

+ Hai nhóm còn lại có: 2 cách chia.

Số cách chia 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người là: $\dfrac{C_6^2.C_4^2.2}{2.2}=45$ cách. (do trùng ở hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người).

Câu 41: Có bao nhiêu cách sắp xếp 18 thí sinh vào một phòng thi có 18 bàn mỗi bàn một thí sinh.

A. 18. B. 1. C. 18^{18}. **D.** $18!$.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp là $18!$.

Câu 42: Cho $n\in\mathbb{N}$ thỏa mãn $C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=1023$. Tìm hệ số của x^2 trong khai triển $\left[(12-n)x+1\right]^n$ thành đa thức.

A. 2. B. 90. C. 45. **D.** 180.

Lời giải

Chọn D

Xét khai triển $(1+x)^n = C_n^0 + C_n^1 x + C_n^2 x^2 + ... + C_n^n x^n$, cho $x=1$ ta được

$2^n = C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n \Leftrightarrow 2^n - 1 = C_n^1 + C_n^2 + ... + C_n^n = 1023 \Leftrightarrow n = 10$.

Xét khai triển $(2x+1)^{10}$ có số hạng tổng quát $C_{10}^k 2^{10-k} x^{10-k}$ $(k \le 10, k \in \mathbb{N})$, hệ số của x^2 ứng với k thỏa $10 - k = 2 \Leftrightarrow k = 8$. Vậy hệ số cần tìm là $C_{10}^8 . 2^2 = 180$.

Câu 43: Trong một hộp có 10 viên bi đánh số từ 1 đến 10, lấy ngẫu nhiên ra hai bi. Tính xác suất để hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ.

A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{2}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{10}^2$.

Gọi biến cố A: "Hai bi lấy ra có tích hai số trên chúng là một số lẻ".

$n(A) = C_5^2$.

Vậy $P(A) = \frac{C_5^2}{C_{10}^2} = \frac{2}{9}$.

Câu 44: Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{4}{15}$.

Câu 45: Một hộp chứa 30 thẻ được đánh số từ 1 đến 30. Người ta lấy ngẫu nhiên một thẻ từ hộp đó. Tính xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3.

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{3}{10}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{4}{15}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = 30$.

Gọi A là biến cố: "Thẻ lấy được là số lẻ và không chia hết cho 3".

$\Rightarrow A = \{1;5;7;11;13;17;19;23;25;29\} \Rightarrow n(A) = 10$.

Xác suất để thẻ lấy được mang số lẻ và không chia hết cho 3 là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.

Câu 46: Cho số tự nhiên n thỏa mãn $A_n^2 + 2C_n^n = 22$. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $(3x-4)^n$ bằng

A. -4320. **B.** -1440. **C.** 4320. **D.** 1080.

Câu 47: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

A. $\frac{1}{3}$ **B.** $\frac{19}{28}$ **C.** $\frac{16}{21}$ **D.** $\frac{17}{42}$

Câu 48: Cho số tự nhiên n thỏa mãn $A_n^2 + 2C_n^n = 22$. Hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của biểu thức $(3x-4)^n$ bằng

A. -4320. **B.** -1440. **C.** 4320. **D.** 1080.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $n \geq 2$, $n \in \mathbb{Z}$.

Ta có $A_n^2 + 2C_n^n = 22 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!} + 2 = 22 \Leftrightarrow n(n-1) = 20 \Rightarrow n = 5$ thỏa mãn.

Khi đó $(3x-4)^n = (3x-4)^5 = \sum\limits_{k=0}^{5} C_5^k.(3x)^k.(-4)^{5-k} = \sum\limits_{k=0}^{5} C_5^k.3^k.(-4)^{5-k}x^k$.

Hệ số của số hạng chứa x^3 nên $k = 3$.

Do đó hệ số cần tìm là $C_5^3.3^3.(-4)^2 = 4320$.

Câu 49: Một chiếc hộp chứa 9 quả cầu gồm 4 quả màu xanh, 3 quả màu đỏ và 2 quả màu vàng.Lấy ngẫu nhiên 3 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để trong 3 quả cầu lấy được có ít nhất 1 quả màu đỏ bằng:

A. $\dfrac{1}{3}$ **B.** $\dfrac{19}{28}$ **C.** $\dfrac{16}{21}$ **D.** $\dfrac{17}{42}$

Lời giải

Chọn C

Chọn 3 quả cầu trong 9 quả cầu $\Rightarrow n(\Omega) = C_9^3$.

Gọi A là biến cố cần tìm.

Chọn 3 quả cầu không có quả cầu đỏ có C_6^3.

Nên số cách chọn có ít nhất 1 quả cầu đỏ là $C_9^3 - C_6^3 = n(A)$

Xác xuất cần tìm: $P(A) = \dfrac{C_9^3 - C_6^3}{C_9^3} = \dfrac{16}{21}$.

Câu 50: Tính số cách chọn ra một nhóm 5 người 20 người sao cho trong nhóm đó có 1 tổ trưởng, 1 tổ phó và 3 thành viên còn lại có vai trò như nhau.

A. 310080. **B.** 930240. **C.** 1860480. **D.** 15505.

Câu 51: Tính số cách chọn ra một nhóm 5 người 20 người sao cho trong nhóm đó có 1 tổ trưởng, 1 tổ phó và 3 thành viên còn lại có vai trò như nhau.

A. 310080. **B.** 930240. **C.** 1860480. **D.** 15505.

Lời giải

Chọn A

Có 20 cách để chọn 1 tổ trưởng từ 20 người.

Sau khi chọn 1 tổ trưởng thì có 19 cách để chọn 1 tổ phó.

Sau đó có C_{18}^3 cách để chọn 3 thành viên còn lại.

Vậy có $20.19.C_{18}^3 = 310080$ cách chọn một nhóm 5 người thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 52: Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp có chứa 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ là

A. $\frac{5}{792}$. B. $\frac{5}{11}$. C. $\frac{4}{11}$. D. $\frac{5}{66}$.

Câu 53: Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp có chứa 5 viên bi xanh và 6 viên bi đỏ. Xác suất để 4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ là

A. $\frac{5}{792}$. B. $\frac{5}{11}$. C. $\frac{4}{11}$. D. $\frac{5}{66}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên 4 viên bi từ một hộp có chứa 11 viên bi nên có số ccahs chọn là: $C_{11}^4 = 330$, nên kích thước không gian mẫu là: $n(\Omega) = 330$.

Gọi A là biến cố "4 viên bi được chọn có số bi xanh bằng số bi đỏ": $n(A) = C_5^2.C_6^2 = 150$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{150}{330} = \frac{5}{11}$.

Câu 54: Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

A. $\frac{56}{143}$. B. $\frac{140}{429}$. C. $\frac{1}{143}$. D. $\frac{28}{715}$.

Câu 55: Một đoàn đại biểu gồm 5 người được chọn ra từ một tổ gồm 8 nam và 7 nữ để tham dự hội nghị. Xác suất để chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ là

A. $\frac{56}{143}$. B. $\frac{140}{429}$. C. $\frac{1}{143}$. D. $\frac{28}{715}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^5$.

Gọi biến cố A: "Chọn được đoàn đại biểu có đúng 2 người nữ"

$\Rightarrow n(A) = C_7^2.C_8^3$.

Vậy xác suất cần tìm là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{56}{143}$.

Câu 56: Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc đó không vượt quá 5 bằng

A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.

Câu 57: Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để tổng số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc đó không vượt quá 5 bằng

A. $\frac{5}{12}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{5}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố: ''Tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con súc sắc không vượt quá 5''.

Các phần tử của biến cố A là $(1;1)$, $(1;2)$, $(1;3)$, $(1;4)$, $(2;1)$, $(2;2)$, $(2;3)$, $(3;1)$, $(3;2)$, $(4;1)$.

Như vậy số phần tử của biến cố A là $[0;5]$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5}{18}$.

Câu 58: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của $\left(2x+\dfrac{1}{x^2}\right)^9$ với $x\neq 0$.

A. 4608. **B.** 128. **C.** 164. **D.** 36.

Câu 59: Tìm hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển của $\left(2x+\dfrac{1}{x^2}\right)^9$ với $x\neq 0$.

A. 4608. **B.** 128. **C.** 164. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Số hạng thứ $k+1$ của khai triển: $2^k C_9^k x^{3k-18}$. Số hạng chứa x^3 ứng với: $3k-18=3 \Leftrightarrow k=7$.

Vậy hệ số của x^3 bằng $2^7 C_9^7=4608$.

Câu 60: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.

A. 15. **B.** 21. **C.** 36. **D.** 19.

Câu 61: Cho tập hợp $M=\{0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ 9\}$ có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M và không chứa phần tử 1 là

A. C_{10}^2. **B.** A_9^2. **C.** 9^2. **D.** C_9^2.

Câu 62: Bạn Trang có 10 đôi tất khác nhau. Sáng nay, trong tâm trạng vội vã đi thi, Trang đã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất. Tính xác suất để trong 4 chiếc tất lấy ra có ít nhất một đôi tất.

A. $\dfrac{6}{19}$. **B.** $\dfrac{99}{323}$. **C.** $\dfrac{224}{323}$. **D.** $\dfrac{11}{969}$.

Câu 63: Cho nhị thức $\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^n$, $x\neq 0$ trong đó tổng các hệ số của khai triển nhị thức đó là 1024. Khi đó số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức đã cho bằng

A. 252. **B.** 125. **C.** -252. **D.** 525.

Câu 64: Có bao nhiêu số tự nhiên có 5 chữ số mà tổng các chữ số trong mỗi số là 3.

A. 15. **B.** 21. **C.** 36. **D.** 19.

Lời giải

Chọn A

Tổng 5 chữ số bằng 3 thì tập hợp các số đó có thể là $\{0;1;2\}$, $\{1;1;1\}$, $\{3;0\}$.

- TH1: số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 0, 1 chữ số 1 và 1 chữ số 2:
  Chọn chữ số xếp vào vị trí đầu có 2 cách, xếp chữ số còn lại vào 4 vị trí cuối có 4 cách nên có: $2.4=8$ (số)
- TH2: số có 5 chữ số gồm 3 chữ số 1, 2 chữ số 0 có 6 số.
  Xếp số 1 vào vị trí đầu có 1 cách, 2 số 1 còn lại vào 4 vị trí cuối có C_4^2 cách nên có: $C_4^2=6$ (số)

- TH3: số có 5 chữ số gồm 1 chữ số 3, 4 chữ số 0 có 1 số.

Vậy có $8+6+1=15$ số thoả yêu cầu bài toán.

Câu 65: Cho tập hợp $M=\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 2 phần tử của M và không chứa phần tử 1 là

A. C_{10}^2. **B.** A_9^2. **C.** 9^2. **D.** C_9^2.

Lời giải

Chọn D

Câu 66: Bạn Trang có 10 đôi tất khác nhau. Sáng nay, trong tâm trạng vội vã đi thi, Trang đã lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất. Tính xác suất để trong 4 chiếc tất lấy ra có ít nhất một đôi tất.

A. $\frac{6}{19}$. **B.** $\frac{99}{323}$. **C.** $\frac{224}{323}$. **D.** $\frac{11}{969}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất trong 10 đôi tất khác nhau là C_{20}^4.

Số cách chọn có ít nhất một đôi tất là $10.18.8+C_{10}^2$.

Vậy xác suất cần tìm: $\frac{10.9.8+C_{10}^2}{C_{20}^4}=\frac{99}{323}$.

Cách 2: Lấy ngẫu nhiên 4 chiếc tất trong 10 đôi tất khác nhau là C_{20}^4.

Gọi $\overline{A}$ là biến cố:'' Lấy bốn cái tất không thuộc đôi nào cả''

-Lấy 4 đôi trong 10 đôi, có C_{10}^4 cách.

-Trong 4 đôi lấy ra, mỗi đôi lấy một chiếc: Có $C_2^1.C_2^1.C_2^1.C_2^1=16$ cách.

Vậy $n\left(\overline{A}\right)=C_{10}^4.16$.

Do đó: $p(A)=1-p\left(\overline{A}\right)=1-\frac{C_{10}^4.16}{C_{20}^4}=\frac{99}{323}$.

Câu 67: Cho nhị thức $\left(x+\frac{1}{x}\right)^n$, $x\neq 0$ trong đó tổng các hệ số của khai triển nhị thức đó là 1024. Khi đó số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức đã cho bằng

A. 252. **B.** 125. **C.** -252. **D.** 525.

Lời giải

Chọn A

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^{n-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^{n-2k}$.

Tổng các hệ số bằng $\sum_{k=0}^{n}C_n^k=(1+1)^n=2^n=1024\Rightarrow n=10$.

Số hạng không chứa x tương ứng với $10-2k=0\Leftrightarrow k=5$.

Vậy số hạng không chứa x bằng $C_{10}^5=252$.

Câu 68: Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng d. Có bao nhiêu tam giác có các đỉnh là A và 2 trong 6 điểm phân biệt trên d?

A. 15. **B.** 16. **C.** 30. **D.** 8.

Câu 69: Cho khai triển $(1-2x)^9 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_9x^9$. Khi đó tổng $a_0 + a_1 + a_2$ bằng:

A. 127. **B.** 46. **C.** -2816. **D.** 163.

Câu 70: Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một ghế dài có 6 vị trí. Xác suất của biến cố "Nam và nữ ngồi xen kẽ nhau" là

A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{30}$. C. $\frac{1}{15}$. D. $\frac{1}{10}$.

Câu 71: Cho điểm A nằm ngoài đường thẳng d. Có bao nhiêu tam giác có các đỉnh là A và 2 trong 6 điểm phân biệt trên d?

A. 15. **B.** 16. **C.** 30. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

Để tạo được một tam giác từ đỉnh A và hai điểm trên đường thẳng d thì có $C_6^2 = 15$ cách chọn 2 trong 6 điểm phân biệt trên d.

Câu 72: Cho khai triển $(1-2x)^9 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_9x^9$. Khi đó tổng $a_0 + a_1 + a_2$ bằng:

A. 127. **B.** 46. **C.** -2816. **D.** 163.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(1-2x)^9 = \sum_{k=0}^{9} C_9^k (-2)^k x^k$.

Vậy $a_0 + a_1 + a_2 = C_9^0(-2)^0 + C_9^1(-2)^1 + C_9^2(-2)^2 = 127$.

Câu 73: Xếp ngẫu nhiên 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một ghế dài có 6 vị trí. Xác suất của biến cố "Nam và nữ ngồi xen kẽ nhau" là

A. $\frac{1}{20}$. B. $\frac{1}{30}$. C. $\frac{1}{15}$. D. $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp 3 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một ghế dài có 6 vị trí là $n(\Omega) = 6!$

Gọi A là biến cố "Nam và nữ ngồi xen kẽ nhau".

Số cách xếp nam, nữ ngồi xen kẽ nhau sao cho nam ngồi đầu là $3!.3!$

Số cách xếp nam, nữ ngồi xen kẽ nhau sao cho nữ ngồi đầu là $3!.3!$

$\Rightarrow n(A) = 2.3!.3! \Rightarrow P(A) = \frac{2.3!.3!}{6!} = \frac{1}{10}$.

Câu 74: Lớp 11L có 32 học sinh chia đều thành 4 tổ. Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang, lớp 11L, dự thi đường lên đỉnh Olympia. Xác suất để 5 bạn được chọn thuộc cùng một tổ là

A. $\frac{5}{32}$. **B.** $\frac{5}{31}$. **C.** $\frac{32}{24273}$. **D.** $\frac{1}{899}$.

Câu 75: Cho tổng các hệ số của khai triển của nhị thức $\left(x+\frac{1}{x}\right)^n, n \in N^*$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển đó là:

A. 20. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 25

Câu 76: Lớp 11L có 32 học sinh chia đều thành 4 tổ. Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 5 học sinh đi cổ vũ cho bạn Kiến Giang, lớp 11L, dự thi đường lên đỉnh Olympia. Xác suất để 5 bạn được chọn thuộc cùng một tổ là

A. $\frac{5}{32}$. **B.** $\frac{5}{31}$. **C.** $\frac{32}{24273}$. **D.** $\frac{1}{899}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{31}^{5}$.

Gọi A là biến cố để 5 bạn được chọn thuộc cùng một tổ $\Rightarrow n(A)=3C_8^5+C_7^5$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{899}$.

Câu 77: Cho tổng các hệ số của khai triển của nhị thức $\left(x+\frac{1}{x}\right)^n, n\in N^*$ bằng 64. Số hạng không chứa x trong khai triển đó là:

A. 20. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 25

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $C_n^0+C_n^1+...+C_n^n=64 \Leftrightarrow 2^n=64 \Leftrightarrow n=6$.

$\left(x+\frac{1}{x}\right)^6=\sum_{k=0}^{6}C_6^k.x^{6-k}.x^{-2k}$, theo YCBT ta có: $6-3k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng cần tìm là: $C_6^2=15$.

Câu 78: Gieo ba con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba mặt lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 1 là

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{27}$.

Câu 79: Giả sử $\left(1-x+x^2\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$. Đặt $S=a_0+a_2+a_4+...+a_{2n}$, khi đó S bằng

A. $\frac{3^n+1}{2}$. **B.** $\frac{3^n}{2}$. **C.** $\frac{3^n-1}{2}$. **D.** 2^n+1.

Câu 80: Gieo ba con súc sắc cân đối và đồng chất. Xác suất để số chấm xuất hiện trên ba mặt lập thành một cấp số cộng với công sai bằng 1 là

A. $\frac{1}{36}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{27}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega)=6^3=216$.

Để thỏa yêu cầu bài toán thì số chấm trên 3 mặt là các hoán vị của $\{1;2;3\}$, $\{2;3;4\}$, $\{3;4;5\}$, $\{4;5;6\}$. Do đó $n(A)=3!+3!+3!+3!=24$. Vậy $P(A)=\frac{24}{216}=\frac{1}{9}$

Câu 81: Giả sử $\left(1-x+x^2\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$. Đặt $S=a_0+a_2+a_4+...+a_{2n}$, khi đó S bằng

A. $\frac{3^n+1}{2}$. **B.** $\frac{3^n}{2}$. **C.** $\frac{3^n-1}{2}$. **D.** 2^n+1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ $\left(1-x+x^2\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{2n}x^{2n}$

Chọn $x=1$ ta được $1=a_0+a_1+...+a_{2n}$ (3)

Chọn $x=-1$ ta được $3^n=a_0-a_1+a_2-a_3+...-a_{2n-1}+a_{2n}$ (4)

Từ (3) và (4) ta có: $S=a_0+a_2+a_4+...+a_{2n}=\frac{3^n+1}{2}$.

Câu 82: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các số $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ A. Xác suất để được một số chia hết cho 5 bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{30}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 83: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm bốn chữ số đôi một khác nhau được chọn từ các số $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6$. Chọn ngẫu nhiên một số từ A. Xác suất để được một số chia hết cho 5 bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{30}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có : $n\left(\Omega\right)=A_6^4$.

Số có bốn chữ số đôi một khác nhau lập từ các số $1;\ 2;\ 3;\ 4;\ 5;\ 6$ và chia hết cho 5 có: A_5^3 số.

Vậy xác suất cần tìm bằng: $\frac{A_5^3}{A_6^4}=\frac{1}{6}$.

Câu 84: Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được $0,2$ điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

A. $0,25^{30}.0,75^{20}.C_{50}^{20}$. **B.** $1-0,25^{20}.0,75^{30}$. **C.** $0,25^{20}.0,75^{30}$. **D.** $0,25^{30}.0,75^{20}$.

Câu 85: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{21},\left(x\neq 0\right)$.

A. $2^7C_{21}^7$. **B.** $2^8C_{21}^8$. **C.** $-2^8C_{21}^8$. **D.** $-2^7C_{21}^7$.

Câu 86: Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được $0,2$ điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

A. $0,25^{30}.0,75^{20}.C_{50}^{20}$. **B.** $1-0,25^{20}.0,75^{30}$. **C.** $0,25^{20}.0,75^{30}$. **D.** $0,25^{30}.0,75^{20}$.

Lời giải

Chọn A

Khi chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 đáp án, xác suất trả lời đúng là $0,25$ và xác suất trả lời sai là $0,75$.

Để được 6 điểm, thí sinh cần trả lời đúng 30 câu và sai 20 câu.

Chọn 20 câu trong 50 câu, có C_{50}^{20} cách.

Theo quy tắc nhân xác suất, ta có xác suất cần tính là: $P=0,25^{30}.0,75^{20}.C_{50}^{20}$.

Câu 87: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển nhị thức Newton $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{21},\left(x\neq 0\right)$.

A. $2^7C_{21}^7$. **B.** $2^8C_{21}^8$. **C.** $-2^8C_{21}^8$. **D.** $-2^7C_{21}^7$.

Lời giải

Chọn D

Xét khai triển $\left(x-\frac{2}{x^2}\right)^{21}$

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $T_{k+1}=\left(-1\right)^k2^kC_{21}^kx^{21-3k}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển trên ứng với $21-3k=0\Leftrightarrow k=7$.

Vậy số hạng không chứa x trong khai triển trên là $-2^7C_{21}^7$.

Câu 88: Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B. Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người. Tính số cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.

A. 11088. **B.** 9504. **C.** 15048. **D.** 3003.

Câu 89: Một dãy phố có 5 cửa hàng bán quần áo. Có 5 người khách đến mua quần áo, mỗi người khách vào ngẫu nhiên một trong năm cửa hàng đó. Tính xác suất để có một cửa hàng có 3 người khách.

A. $\frac{32}{125}$. **B.** $\frac{181}{625}$. **C.** $\frac{24}{125}$. **D.** $\frac{3}{125}$.

Câu 90: Một tập thể có 14 người trong đó có hai bạn tên A và B. Người ta cần chọn một tổ công tác gồm 6 người. Tính số cách chọn sao cho trong tổ phải có 1 tổ trưởng và 5 tổ viên hơn nữa A hoặc B phải có mặt nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ.

A. 11088. **B.** 9504. **C.** 15048. **D.** 3003.

Lời giải

Chọn B

* Chọn nhóm 6 bạn bất kỳ ta có C_{14}^6 cách.

* Chọn nhóm 6 bạn trong đó có cả A và B, có C_{12}^4 cách.

* Chọn nhóm 6 bạn trong đó không có hai bạn A và B, có C_{12}^6 cách.

Suy ra số cách chọn 6 bạn có mặt A, B nhưng không đồng thời có mặt cả hai người trong tổ là: $C_{14}^6-C_{12}^4-C_{12}^6=1584$ cách.

Chọn 1 tổ trưởng từ nhóm 6 bạn này, có 6 cách.

Vậy có $1584.6=9504$ cách chọn thỏa yêu cầu đề.

Câu 91: Một dãy phố có 5 cửa hàng bán quần áo. Có 5 người khách đến mua quần áo, mỗi người khách vào ngẫu nhiên một trong năm cửa hàng đó. Tính xác suất để có một cửa hàng có 3 người khách.

A. $\frac{32}{125}$. **B.** $\frac{181}{625}$. **C.** $\frac{24}{125}$. **D.** $\frac{3}{125}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có, số phần tử của không gian mẫu là $5^5 = 3125$.

Gọi A là biến cố "có một cửa hàng có 3 người khách".

Khi đó, ta có:

* Chọn 3 người khách xếp vào một trong năm cửa hàng, có $C_5^3.5$ cách.

* Xếp hai người khách còn lại vào bốn cửa hàng còn lại, có $4^2 = 16$ cách.

Suy ra số phần tử thuận lợi cho A là $C_5^3.5.16 = 800$ cách.

Vậy xác suất của biến cố A là $\frac{800}{3125} = \frac{32}{125}$.

Câu 92: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau.

A. $\frac{5}{21}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 93: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau.

A. $\frac{5}{21}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có 7 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 là $6.6! = 4320$.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 4320$.

Gọi A là biến cố số được chọn có chữ số 1 và chữ số 2 đứng cạnh nhau

Ta nhóm hai số 1 và 2 thành một nhóm x.

Ta có số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, x, 3, 4, 5, 6 là $5.5! = 600$

Hoán vị hai số 1 và 2 trong nhóm x có 2 cách.

Vậy $n(A) = 600.2 = 1200$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{5}{18}$.

Câu 94: Tính $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{\sin 2018n}{n}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 2018.

Câu 95: Cho tập X có 9 phần tử. Tìm số tập con có 5 phần tử của tập X.

A. 120. **B.** 126. **C.** 15120. **D.** 216.

Câu 96: Tính $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sin 2018n}{n}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** $+\infty$. **D.** 2018.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left|\dfrac{\sin 2018n}{n}\right|\le\dfrac{1}{n}$ mà $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{1}{n}=0$ nên theo định lý kẹp thì $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{\sin 2018n}{n}=0$.

Câu 97: Cho tập X có 9 phần tử. Tìm số tập con có 5 phần tử của tập X.

A. 120. **B.** 126. **C.** 15120. **D.** 216.

Lời giải

Chọn B

Từ tập X có 9 phần tử chọn ra 5 phần tử để hình thành nên tập con.

Vậy tập X có $C_9^5=126$ tập con chứa 5 phần tử.

Câu 98: Hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức $P(x)=(1-2x)^{10}$ là

A. -15360. **B.** 15360. **C.** -15363. **D.** 15363.

Câu 99: Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ và 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất của biến cố A: “6 viên bi lấy ra cùng một màu”.

A. $P(A)=\dfrac{7}{5060}$. **B.** $P(A)=\dfrac{17}{5060}$. **C.** $P(A)=\dfrac{73}{5060}$. **D.** $P(A)=\dfrac{27}{5060}$.

Câu 100: Hệ số của x^7 trong khai triển biểu thức $P(x)=(1-2x)^{10}$ là

A. -15360. **B.** 15360. **C.** -15363. **D.** 15363.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P(x)=\sum\limits_{k=0}^{10}C_n^k1^{10-k}(-2x)^k=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k(-2)^kx^k$

Số hạng chứa x^7 ứng với giá trị $k=7$

Vậy hệ số của x^7 là: $C_{10}^7(-2)^7=-15360$.

Câu 101: Trong một chiếc hộp có 7 viên bi trắng, 8 viên bi đỏ và 10 viên bi vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 6 viên bi. Tính xác suất của biến cố A: “6 viên bi lấy ra cùng một màu”.

A. $P(A)=\dfrac{7}{5060}$. **B.** $P(A)=\dfrac{17}{5060}$. **C.** $P(A)=\dfrac{73}{5060}$. **D.** $P(A)=\dfrac{27}{5060}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n(\Omega)=C_{25}^6=177100$

$n(A)=C_7^6+C_8^6+C_{10}^6=245\Rightarrow P(A)=\dfrac{7}{5060}$.

Câu 102: Một đa giác lồi có 10 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác lồi và nối chúng lại với nhau ta được một tam giác. Tính xác suất để tam giác thu được có ba cạnh là ba đường chéo của đa giác đã cho.

A. $\dfrac{11}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{5}{12}$.

Câu 103: Một đội văn nghệ có 20 người, trong đó 10 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người sao cho có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ trong 5 người đó.

A. 12900. **B.** 13125. **C.** 550. **D.** 15504.

Câu 104: Có bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau có thể lập được từ các chữ số $0,2,4,6,8$?

A. 48. **B.** 60. **C.** 10. **D.** 24.

Câu 105: Một đa giác lồi có 10 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh của đa giác lồi và nối chúng lại với nhau ta được một tam giác. Tính xác suất để tam giác thu được có ba cạnh là ba đường chéo của đa giác đã cho.

A. $\frac{11}{12}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{8}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{10}^{3}=120$.

Số tam giác có một cạnh là cạnh của đa giác là: $n\left(n-4\right)=60$.

Số tam giác có hai cạnh là cạnh của đa giác là $n=10$.

Vậy số tam giác có ba cạnh là đường chéo là $120-70=50$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{50}{120}=\frac{5}{12}$.

Câu 106: Một đội văn nghệ có 20 người, trong đó 10 nam và 10 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 5 người sao cho có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ trong 5 người đó.

A. 12900. **B.** 13125. **C.** 550. **D.** 15504.

Lời giải

Chọn A

Chọn 2 nam và 3 nữ: $C_{10}^{2}.C_{10}^{3}$.

Chọn 3 nam và 2 nữ: $C_{10}^{2}.C_{10}^{3}$.

Chọn 4 nam và 1 nữ: $C_{10}^{4}.C_{10}^{1}$.

Số cách chọn ra 5 người sao cho có ít nhất 2 nam và ít nhất 1 nữ:

$C_{10}^{2}.C_{10}^{3}+C_{10}^{2}.C_{10}^{3}+C_{10}^{4}.C_{10}^{1}=12900$.

Câu 107: Có bao nhiêu số có 3 chữ số đôi một khác nhau có thể lập được từ các chữ số $0,2,4,6,8$?

A. 48. **B.** 60. **C.** 10. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Gọi số cần tìm là: $\overline{abc}$

a có 4 cách chọn

b có 4 cách chọn

c có 3 cách chọn

Vậy: $4.4.3=48$ cách.

Câu 108: Có 10 thẻ được đánh số $1,\ 2,\ldots,10$. Bốc ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số lẻ.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Câu 109: Có 10 thẻ được đánh số $1,\ 2,...,10$. Bốc ngẫu nhiên 2 thẻ. Tính xác suất để tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số lẻ.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số cách bốc 2 thẻ từ 10 thẻ là: $C_{10}^2 = 45$.

Để tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số lẻ thì cả 2 thẻ bốc được phải được đánh số lẻ.

Trong 10 thẻ có 5 thẻ được đánh số lẻ.

Số cách lấy 2 thẻ để tích 2 số ghi trên 2 thẻ bốc được là một số lẻ là: $C_5^2 = 10$.

Vậy xác suất cần tìm là: $\frac{10}{45} = \frac{2}{9}$.

Câu 110: Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

A. 81. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 64.

Câu 111: Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu cùng màu bằng

A. $\frac{31}{66}$. **B.** $\frac{31}{33}$. **C.** $\frac{25}{66}$. **D.** $\frac{25}{33}$.

Câu 112: Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{2}{x^3} - \sqrt{x^5}\right)^{12}$ với $x > 0$ bằng:

A. -7920. **B.** 7920. **C.** -126720. **D.** 126720.

Câu 113: Một hộp có 3 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh bằng

A. 81. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 64.

Lời giải

Chọn C

Số cách lấy ra hai viên bi, trong đó có 1 viên bi đỏ và 1 viên bi xanh là $C_3^1.C_4^1 = 3.4 = 12$.

Câu 114: Một hộp chứa 12 quả cầu gồm 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên lần lượt hai quả cầu từ hộp đó. Xác suất để hai quả cầu cùng màu bằng

A. $\frac{31}{66}$. **B.** $\frac{31}{33}$. **C.** $\frac{25}{66}$. **D.** $\frac{25}{33}$.

Lời giải

Chọn A

* Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = A_{12}^2 = 132$.

* Gọi A là biến cố lấy được hai quả cùng màu $\Rightarrow$ Số phần tử của A là: $n(A) = A_5^2 + A_7^2 = 62$.

* Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{31}{66}$.

Câu 115: Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{2}{x^3}-\sqrt{x^5}\right)^{12}$ với $x>0$ bằng:

A. -7920. **B.** 7920. **C.** -126720. **D.** 126720.

Lời giải

Chọn B

Số hạng thứ $k+1$ là : $T_{k+1}=C_{12}^{k}(-1)^k\left(\frac{2}{x^3}\right)^{12-k}\left(\sqrt{x^5}\right)^k=C_{12}^{k}(-1)^k 2^{12-k}x^{\frac{5k}{2}+3k-36}$.

Hệ số chứa x^8 ứng với $\frac{5k}{2}+3k-36=8\Leftrightarrow k=8$.

Vậy hệ số cần tìm bằng : $C_{12}^{8}.2^4=7920$.

Câu 116: Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^6$ bằng

A. 729. **B.** 160. **C.** 1. **D.** 60.

Câu 117: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Xác suất để số chấm xuất hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau bằng

A. $\frac{2}{27}$. **B.** $\frac{5}{72}$. **C.** $\frac{7}{108}$. **D.** $\frac{5}{108}$.

Câu 118: Số hạng không chứa x trong khai triển biểu thức $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^6$ bằng

A. 729. **B.** 160. **C.** 1. **D.** 60.

Lời giải

Chọn D

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x+\frac{2}{x^2}\right)^6$ là $C_6^k x^{6-k}\left(\frac{2}{x^2}\right)^k=C_6^k 2^k x^{6-3k}$, $k=0;1;2;..;6$

Ứng với số hạng không chứa x trong khai triển, ta có $6-3k=0 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy số hạng cần tìm là $C_6^2 2^2=60$.

Câu 119: Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Xác suất để số chấm xuất hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau bằng

A. $\frac{2}{27}$. **B.** $\frac{5}{72}$. **C.** $\frac{7}{108}$. **D.** $\frac{5}{108}$.

Lời giải

Chọn B

Gieo ngẫu nhiên một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp thì không gian mẫu là

$\Omega=\{(i;j;k)|1\le i;j;k\le 6\}$ suy ra $n(\Omega)=6^3=216$.

Gọi A là biến cố số chấm xuất hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau

Vì số chấm xuất hiện ra ở lần đầu bằng tổng số chấm hiện ra ở hai lần sau nên số chấm xuất hiện ở lần đầu phải lớn hơn hoặc bằng 2

Trường hợp 1: Lần đầu xuất hiện số chấm là 2 thì sô chấm xuất hiện ở hai lần sau là $(1;1)$.

Trường hợp 2: Lần đầu xuất hiện số chấm là 3 thì sô chấm xuất hiện ở hai lần sau là $(1;2)$; $(2;1)$.

Trường hợp 3: Lần đầu xuất hiện số chấm là 4 thì sô chấm xuất hiện ở hai lần sau là $(1;3)$; $(3;1)$ và $(2;2)$.

Trường hợp 4: Lần đầu xuất hiện số chấm là 5 thì sô chấm xuất hiện ở hai lần sau là $(1;4)$; $(4;1)$; $(2;3)$; $(3;2)$.

Trường hợp 5: Lần đầu xuất hiện số chấm là 6 thì sô chấm xuất hiện ở hai lần sau là $(1;5)$; $(5;1)$; $(2;4)$; $(4;2)$; $(3;3)$

Vậy $n(A)=1+2+3+4+5=15$. Suy ra $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{15}{216}=\frac{5}{72}$.

Câu 120: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số trong đó các chữ số ở vị trí cách đều chữ số đứng chính giữa thì giống nhau?

A. 7290 số. **B.** 9000 số. **C.** 8100 số. **D.** 6561 số.

Câu 121: Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số trong đó các chữ số ở vị trí cách đều chữ số đứng chính giữa thì giống nhau?

A. 7290 số. **B.** 9000 số. **C.** 8100 số. **D.** 6561 số.

Lời giải

Chọn B

Giả sử số cần tìm có dạng $\overline{abcdcba}$.

Khi đó: a có 9 cách chọn, các chữ số b, c, d mỗi số có 10 cách chọn.

Số các số cần tìm là: $9.10^3=9000$.

Câu 122: Thầy giáo Cường đựng trong túi 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Thầy giáo lần lượt rút 2 viên bi, tính xác suất để rút được một bi xanh và một bi đỏ

A. $\frac{6}{25}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{4}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

Câu 123: Thầy giáo Dương có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu (khó, dễ, trung bình) và số câu dễ không ít hơn 2?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Câu 124: Một đa giác đều có đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 125: Thầy giáo Cường đựng trong túi 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Thầy giáo lần lượt rút 2 viên bi, tính xác suất để rút được một bi xanh và một bi đỏ

A. $\frac{6}{25}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{4}{15}$. **D.** $\frac{8}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thầy giáo lần lượt rút 2 viên bi, có $10.9=90$ cách.

Để rút được một bi xanh và một bi đỏ có $4.6 = 24$ cách.

Xác suất cần tìm là $P = \dfrac{24}{90} = \dfrac{4}{15}$.

Câu 126: Thầy giáo Dương có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu hỏi khó, 10 câu hỏi trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu (khó, dễ, trung bình) và số câu dễ không ít hơn 2?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TH1: 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó: $C_{15}^2.C_{10}^1.C_5^2 = 10500$ cách.

TH2: 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó: $C_{15}^2.C_{10}^2.C_5^1 = 23625$ cách.

TH3: 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó: $C_{15}^3.C_{10}^1.C_5^1 = 22750$ cách.

Vậy số cách thỏa mãn yêu cầu bài toán : $10500 + 23625 + 22750 = 56875$ cách.

Câu 127: Một đa giác đều có đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử đa giác lồi có n cạnh $(n \in \mathbb{N}, n \geq 3)$. Khi đó đa giác lồi có n đỉnh.

Số đường chéo của đa giác lồi n cạnh: $C_n^2 - n$.

Theo giả thiết ta có: $C_n^2 - n = 2n \Leftrightarrow C_n^2 = 3n \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-2)!.2!} = 3n \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)(n-2)!}{(n-2)!.2!} = 3n$

$\Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2} = 3n \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0 \\ n - 1 = 6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 0\,(l) \\ n = 7\,(n) \end{array}\right.$.

Vậy đa giác có 7 cạnh thì số đường chéo gấp đôi số cạnh.

Câu 128: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 7 quả cầu màu đỏ và 8 quả cầu màu xanh. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu cùng màu.

A. $\dfrac{6}{13}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** $\dfrac{7}{15}$. **D.** $\dfrac{7}{30}$.

Câu 129: Một hộp chứa 15 quả cầu gồm 7 quả cầu màu đỏ và 8 quả cầu màu xanh. Chọn ngẫu nhiên đồng thời hai quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để chọn được hai quả cầu cùng màu.

A. $\dfrac{6}{13}$. **B.** $\dfrac{1}{7}$. **C.** $\dfrac{7}{15}$. **D.** $\dfrac{7}{30}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$.

Gọi A là biến cố "để chọn được hai quả cầu cùng màu". Ta có: $n(A) = C_7^2 + C_8^2 = 49$.

Xác suất để chọn được hai quả cầu cùng màu là $P = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{7}{15}$.

Câu 130: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7\left(n+3\right)$.

A. 495. **B.** 313. **C.** 1303. **D.** 13129.

Câu 131: Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả màu xanh.

A. $\frac{9}{55}$. **B.** $\frac{2}{11}$. **C.** $\frac{4}{11}$. **D.** $\frac{1}{11}$.

Câu 132: Tìm hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^n$ biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7\left(n+3\right)$.

A. 495. **B.** 313. **C.** 1303. **D.** 13129.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$C_{n+4}^{n+1}-C_{n+3}^{n}=7\left(n+3\right)\Leftrightarrow C_{n+4}^{3}-C_{n+3}^{3}=7\left(n+3\right)$

$\Leftrightarrow \frac{\left(n+4\right)\left(n+3\right)\left(n+2\right)}{3!}-\frac{\left(n+3\right)\left(n+2\right)\left(n+1\right)}{3!}=7\left(n+3\right)$

$\Leftrightarrow \left(n+4\right)\left(n+2\right)-\left(n+2\right)\left(n+1\right)=42\Leftrightarrow n=12$.

Số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^{12}$ là $T_{k+1}=C_{12}^{k}\left(\frac{1}{x^3}\right)^{12-k}.\left(\sqrt{x^5}\right)^{k}=C_{12}^{k}x^{-36+\frac{11}{2}k}$.

Ta cần tìm k sao cho $\begin{cases}0\le k\le 12\\ -36+\frac{11}{2}k=8\end{cases}\Leftrightarrow k=8$.

Do đó hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{12}^{8}=495$.

Câu 133: Một hộp chứa 11 quả cầu trong đó có 5 quả màu xanh và 6 quả đỏ. Lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất để 2 lần đều lấy được quả màu xanh.

A. $\frac{9}{55}$. **B.** $\frac{2}{11}$. **C.** $\frac{4}{11}$. **D.** $\frac{1}{11}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=C_{11}^{1}.C_{10}^{1}=110$.

Gọi A là biến cố để 2 lần đều lấy được quả màu xanh $\Rightarrow n\left(A\right)=C_{5}^{1}.C_{4}^{1}=20$.

Vậy xác suất cần tìm $P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{2}{11}$.

Câu 134: Trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3}+x^5\right)^{12}$ với $x\neq 0$. Số hạng chứa x^4 là:

A. 792. **B.** 924. **C.** $792x^4$. **D.** $924x^4$.

Câu 135: Trong khai triển $\left(\frac{1}{x^3}+x^5\right)^{12}$ với $x\neq 0$. Số hạng chứa x^4 là:

A. 792. **B.** 924. **C.** $792x^4$. **D.** $924x^4$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(\frac{1}{x^3}+x^5\right)^{12}=\sum_{i=0}^{12}C_{12}^k.\left(\frac{1}{x^3}\right)^{12-k}.\left(x^5\right)^k=\sum_{i=0}^{12}C_{12}^k.x^{8k-36}$.

Xét số hạng chứa x^4 thì $8k-36=4\Leftrightarrow k=5$. Vậy số hạng chứa x^4 là $C_{12}^5.x^4=792x^4$.

Câu 136: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **C.** $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$. **D.** $\frac{A_5^4}{C_8^4}$.

Câu 137: Từ một đội văn nghệ gồm 5 nam và 8 nữ cần lập một nhóm gồm 4 người hát tốp ca. Xác suất để trong 4 người được chọn đều là nam bằng

A. $\frac{C_8^4}{C_{13}^4}$. **B.** $\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$. **C.** $\frac{C_8^4}{A_{13}^4}$. **D.** $\frac{A_5^4}{C_8^4}$.

Lời giải.

Chọn B

Ta có $n(\Omega)=C_{13}^4$.

Gọi A là biến cố "Chọn 4 bạn nam trong 5 bạn nam" $\Rightarrow$ $n(A)=C_5^4$.

Vậy $P(A)=\frac{C_5^4}{C_{13}^4}$.

Câu 138: Một hộp có 4 bi đỏ, 3 bi xanh, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tính xác suất để 3 bi lấy ra có ít nhất một bi đỏ.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{10}{21}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{37}{42}$.

Câu 139: Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức Newton $P(x)=4x^7+x^2(x-2)^6$.

A. -8. **B.** $-8x^7$. **C.** 16. **D.** $16x^7$.

Câu 140: Một hộp có 4 bi đỏ, 3 bi xanh, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên 3 bi. Tính xác suất để 3 bi lấy ra có ít nhất một bi đỏ.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{10}{21}$. **C.** $\frac{2}{7}$. **D.** $\frac{37}{42}$.

Lời giải

Chọn D

Chọn ngẫu nhiên 3 bi trong 9 bi có $n(\Omega)=C_9^3=84$.

Chọn 3 bi trong đó có ít nhất 1 bi đỏ là: $n(A)=C_4^3+C_4^2C_5^1+C_4^1C_5^2=74$.

Xác suất để 3 bi được chọn có ít nhất 1 bi đỏ là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{74}{84}=\frac{37}{42}$.

Câu 141: Tìm số hạng chứa x^7 trong khai triển nhị thức Newton $P(x)=4x^7+x^2(x-2)^6$.

A. -8. **B.** $-8x^7$. **C.** 16. **D.** $16x^7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $P(x) = 4x^7 + x^2(x-2)^6 = 4x^7 + x^2\sum_{k=0}^{6} C_6^k x^k (-2)^{6-k} = 4x^7 + \sum_{k=0}^{6} C_6^k x^{k+2} (-2)^{6-k}$.

Số hạng chứa x^7 là $\left[4 + C_6^5 (-2)^{6-5}\right] x^7 = -8x^7$.

Câu 142: Cho tập hợp A có 100 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của A là:

A. A_{100}^2. **B.** A_{100}^{98}. **C.** C_{100}^2. **D.** 100^2.

Câu 143: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức: $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^{15}$

A. $C_{15}^5.2^5$. **B.** $C_{15}^7.2^7$. **C.** C_{15}^5. **D.** $C_{15}^8.2^8$.

Câu 144: Một nhóm có 7 học sinh trong đó có 3 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các học sinh trên thành một hàng ngang sao cho các học sinh nữ đứng cạnh nhau?

A. 144. **B.** 5040. **C.** 576. **D.** 1200.

Câu 145: Cho tập hợp A có 100 phần tử. Số tập con gồm 2 phần tử của A là:

A. A_{100}^2. **B.** A_{100}^{98}. **C.** C_{100}^2. **D.** 100^2.

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm 2 phần tử của A là số tổ hợp chập 2 của 100 phần tử, có C_{100}^2 tập hợp.

Câu 146: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức: $\left(\sqrt{x} + \frac{2}{x}\right)^{15}$

A. $C_{15}^5.2^5$. **B.** $C_{15}^7.2^7$. **C.** C_{15}^5. **D.** $C_{15}^8.2^8$.

Lời giải

Chọn A

Số hạng tổng quát của khai triển $C_{15}^k \left(\sqrt{x}\right)^{15-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = C_{15}^k 2^k x^{\frac{15-k}{2} - k}$.

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa $\frac{15-k}{2} - k = 0 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{15}^5.2^5$.

Câu 147: Một nhóm có 7 học sinh trong đó có 3 nam và 4 nữ. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các học sinh trên thành một hàng ngang sao cho các học sinh nữ đứng cạnh nhau?

A. 144. **B.** 5040. **C.** 576. **D.** 1200.

Lời giải

Chọn C

Xem 4 học sinh nữ là một tập X, xếp 3 nam và X thành hàng ngang có $4!$ cách, hoán vị 4 học sinh nữ có $4!$ cách. Vậy có $4!.4! = 576$ cách xếp.

Câu 148: Cho tập A có 10 phần tử, số tập con của A là

A. 1024. **B.** 512. **C.** 2048. **D.** 511.

Câu 149: Cho tập A có 10 phần tử, số tập con của A là

A. 1024. **B.** 512. **C.** 2048. **D.** 511.

Lời giải

Chọn A .

Số tập con của tập hợp có n phần tử là 2^n.

Áp dụng vào bài ra ta có số tập con của A là $2^{10}=1024$.

Câu 150: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ thành một hàng dọc. Xác suất để không có bất kì hai học sinh cùng giới nào đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{126}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{21}$. **D.** $\frac{1}{252}$.

Câu 151: Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 5 nam và 5 nữ thành một hàng dọc. Xác suất để không có bất kì hai học sinh cùng giới nào đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{1}{126}$. **B.** $\frac{1}{42}$. **C.** $\frac{1}{21}$. **D.** $\frac{1}{252}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách xếp 10 học sinh vào một hàng dọc là $10!$.

Để không có bất kì hai học sinh cùng giới nào đứng cạnh nhau thì học sinh nam nữ đứng xen kẽ. Khi đó số cách là $2.5!.5!$.

Do đó xác suất cần tìm là $\frac{2.5!.5!}{10!}=\frac{1}{126}$.

Câu 152: Một ban đại diện gồm 5 người được thành lập từ 10 người có tên sau đây: Lan, Mai, Minh, Thu, Miên, An, Hà, Thanh, Mơ, Nga. Tính xác suất để ít nhất ba người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ M.

A. $\frac{1}{24}$. **B.** $\frac{11}{42}$. **C.** $\frac{5}{21}$. **D.** $\frac{5}{252}$.

Câu 153: Một ban đại diện gồm 5 người được thành lập từ 10 người có tên sau đây: Lan, Mai, Minh, Thu, Miên, An, Hà, Thanh, Mơ, Nga. Tính xác suất để ít nhất ba người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ M.

A. $\frac{1}{24}$. **B.** $\frac{11}{42}$. **C.** $\frac{5}{21}$. **D.** $\frac{5}{252}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $n(\Omega)=C_{10}^{5}$.

Gọi A là biến cố "Có ít nhất ba người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ M"

Trường hợp 1. Trong năm người được chọn có 3 người có tên bắt đầu bằng chữ M. Số cách chọn là $C_4^3\cdot C_6^2$.

Trường hợp 2. Trong năm người được chọn có 4 người có tên bắt đầu bằng chữ M. Số cách chọn là $C_4^4\cdot C_6^1$.

Vậy $n(A)=C_4^3\cdot C_6^2+C_4^4\cdot C_6^1$.

Vậy xác suất để ít nhất ba người trong ban đại diện có tên bắt đầu bằng chữ M là

$$P(A)=\frac{C_4^3\cdot C_6^2+C_4^4\cdot C_6^1}{C_{10}^5}=\frac{11}{42}.$$

Câu 1: (THTT Số 1-484 tháng 10 năm 2017-2018) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của $\left(x\sqrt{x}+\dfrac{1}{x^4}\right)^n$, với $x>0$, nếu biết rằng $C_n^2-C_n^1=44$.

A. 165. **B.** 238. **C.** 485. **D.** 525.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $\begin{cases} n\ge 2 \\ n\in\mathbb{N}\end{cases}$ $(*)$.

Ta có $C_n^2-C_n^1=44 \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2}-n=44 \Leftrightarrow n=11$ hoặc $n=-8$ (loại).

Với $n=11$, số hạng thứ $k+1$ trong khai triển nhị thức $\left(x\sqrt{x}+\dfrac{1}{x^4}\right)^{11}$ là

$$C_{11}^k\left(x\sqrt{x}\right)^{11-k}\left(\frac{1}{x^4}\right)^k=C_{11}^k x^{\frac{33}{2}-\frac{11}{2}k}.$$

Theo giả thiết, ta có $\dfrac{33}{2}-\dfrac{11k}{2}=0$ hay $k=3$.

Vậy, số hạng không chứa x trong khai triển đã cho là $C_{11}^3=165$.

Câu 2: (THPT Chuyên Quang Trung-Bình Phước-lần 1-năm 2017-2018) Trên giá sách có 4 quyển sách toán, 3 quyển sách lý, 2 quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên 3 quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.

A. $\dfrac{2}{7}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{37}{42}$. **D.** $\dfrac{10}{21}$.

Lời giải

Chọn C

Số kết quả có thể khi chọn bất kì 3 quyển sách trong 9 quyển sách là $C_9^3=84$.

Gọi A là biến cố ‘ Lấy được ít nhất 1 sách toán trong 3 quyển sách.’

$\overline{A}$ là biến cố ‘ Không lấy được sách toán trong 3 quyển sách.’

Ta có xác sút để xảy ra A là $P(A)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{C_5^3}{84}=\dfrac{37}{42}$.

Câu 3: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Tổng $T=C_{2017}^1+C_{2017}^3+C_{2017}^5+\ldots+C_{2017}^{2017}$ bằng:

A. $2^{2017}-1$. **B.** 2^{2016}. **C.** 2^{2017}. **D.** $2^{2016}-1$.

Lời giải

Chọn B

Xét hai khai triển:

$+2^{2017}=(1+1)^{2017}=C_{2017}^0+C_{2017}^1+C_{2017}^2+C_{2017}^3+\ldots+C_{2017}^{2017}$ (1).

$+0=(1-1)^{2017}=C_{2017}^0-C_{2017}^1+C_{2017}^2-C_{2017}^3+\ldots-C_{2017}^{2017}$ (2)

Lấy $(1)-(2)$ theo vế ta được: $2^{2017}=2\left(C_{2017}^1+C_{2017}^3+C_{2017}^5+\ldots+C_{2017}^{2017}\right)\Rightarrow T=2^{2016}$.

Câu 4: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Biết rằng hệ số của x^4 trong khai triển nhị thức Newton $(2-x)^n, (n \in \mathbb{N}^*)$ bằng 60. Tìm n.

A. $n=5$. **B.** $n=6$. **C.** $n=7$. **D.** $n=8$.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát trong khai triển nhị thức Newton $(2-x)^n, (n \in \mathbb{N}^*)$ là

$C_n^k 2^{n-k}(-1)^k x^k$, với $k \in \mathbb{Z}, 0 \le k \le n$, suy ra hệ số của x^4 là $C_n^4 2^{n-4}$. Theo đề bài suy ra

$$C_n^4 2^{n-4} = 60 \Leftrightarrow C_n^4 2^n = 960 \ (*).$$

Tới đây ta dùng phương pháp thử trực tiếp đáp án và chỉ có $n=6$ thỏa phương trình $(*)$.

Câu 5: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho tập A gồm n điểm phân biệt trên mặt phẳng sao cho không có 3 điểm nào thẳng hàng. Tìm n sao cho số tam giác có 3 đỉnh lấy từ 3 điểm thuộc A gấp đôi số đoạn thẳng được nối từ 2 điểm thuộc A.

A. $n=6.$ **B.** $n=12.$ **C.** $n=8.$ **D.** $n=15.$

Lời giải

Chọn C

Theo đề bài: $C_n^3 = 2C_n^2$ (1) (với $n \ge 3$, $n \in \mathbb{N}$)

$\Leftrightarrow \dfrac{n!}{3!(n-3)!} = 2\dfrac{n!}{2!(n-2)!} \Leftrightarrow \dfrac{1}{6} = \dfrac{1}{n-2} \Leftrightarrow n=8$.

Câu 6: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 1-năm 2017-2018) Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

A. $0,25^{30}.0,75^{20}.$ **B.** $0,25^{20}.0,75^{30}.$ **C.** $0,25^{30}.0,75^{20}.C_{50}^{20}.$ **D.** $1-0,25^{20}.0,75^{30}.$

Lời giải

Chọn C

Xác suất để chọn được câu trả lời đúng là $\dfrac{1}{4}$, xác suất để chọn được câu trả lời sai là $\dfrac{3}{4}$.

Để được 6 điểm thì thí sinh đó phải trả lời đúng 30 câu và trả lời sai 20 câu.

Xác suất để thí sinh đó được 6 điểm là $C_{50}^{20}\left(\dfrac{3}{4}\right)^{20}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{30} = 0,25^{30}.0,75^{20}.C_{50}^{20}$.

Câu 7: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Cho hai đường thẳng song song a và b. Trên đường thẳng a lấy 6 điểm phân biệt; trên đường thẳng b lấy 5 điểm phân biệt. Chọn ngẫu nhiên 3 điểm trong các điểm đã cho trên hai đường thẳng a và b. Tính xác xuất để 3 điểm được chọn tạo thành một tam giác.

A. $\dfrac{5}{11}$. **B.** $\dfrac{60}{169}$. **C.** $\dfrac{2}{11}$. **D.** $\dfrac{9}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{11}^3 = 165$.

Gọi A là biến cố : "3 điểm được chọn lập thành một tam giác".

KN1 : Chọn 2 điểm trên đường thẳng a và 1 điểm trên đường thẳng b , có $C_6^2.C_5^1$ cách.

KN2 : Chọn 1 điểm trên đường thẳng a và 2 điểm trên đường thẳng b , có $C_6^1.C_5^2$ cách.

Nên $n(A)=C_6^2C_5^1+C_6^1.C_5^2=135$.

Vậy xác suất để 3 điểm được chọn tạo thành một tam giác là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{9}{11}$.

Câu 8: (THPT Hoa Lư A-Ninh Bình-lần 1-năm 2017-2018) Ba xạ thủ A_1, A_2, A_3 độc lập với nhau cùng nổ súng bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của A_1, A_2, A_3 tương ứng là $0,7$; $0,6$ và $0,5$. Tính xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng.

A. $0,45$. **B.** $0,21$. **C.** $0,75$. **D.** $0,94$.

Lời giải

Chọn D

Gọi A_i: "Xạ thủ thứ i bắn trúng mục tiêu" với $i=\overline{1,3}$.

Khi đó $\overline{A_i}$: "Xạ thủ thứ i bắn không trúng mục tiêu".

Ta có $P(A_1)=0,7\Rightarrow P(\overline{A_1})=0,3$; $P(A_2)=0,6\Rightarrow P(\overline{A_2})=0,4$; $P(A_3)=0,5\Rightarrow P(\overline{A_3})=0,5$.

Gọi B: "Cả ba xạ thủ bắn không trúng mục tiêu".

Và $\overline{B}$: "có ít nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu".

Ta có $P(B)=P(\overline{A_1}).P(\overline{A_2}).P(\overline{A_3})=0,3.0,4.0,5=0,06$.

Khi đó $P(\overline{B})=1-P(B)=1-0,06=0,94$.

Câu 9: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Cho tam giác ABC cân tại đỉnh A, biết độ dài cạnh đáy BC, đường cao AH và cạnh bên AB theo thứ tự lập thành cấp số nhân với công bội q. Giá trị của q^2 bằng

A. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{2-\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}$

Lời giải

Chọn C

Đặt $BC=a$; $AB=AC=b$; $AH=h$. Theo giả thiết ta có a, h, b lập cấp số nhân, suy ra

$h^2=ab.$ Mặt khác tam giác ABC cân tại đỉnh A nên $h^2={m_a}^2=\dfrac{b^2+b^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}$

Do đó $\dfrac{b^2+b^2}{2}-\dfrac{a^2}{4}=ab\Leftrightarrow a^2+4ab-4b^2=0\Leftrightarrow a=\left(2\sqrt{2}-2\right)b$ (vì $a, b>0$)

Lại có $b=q^2a$ nên suy ra $q^2=\dfrac{b}{a}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}-2}=\dfrac{2\sqrt{2}+2}{4}=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$.

Câu 10: (THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018) Tìm hệ số của x^6 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{10}$.

A. $C_{10}^6.2^6.(-3)^4$. **B.** $C_{10}^6.2^4.(-3)^6$. **C.** $-C_{10}^4.2^6.(-3)^4$. **D.** $-C_{10}^6.2^4.3^6$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(2-3x)^{10}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}.2^{10-k}.(-3x)^{k}=\sum_{k=0}^{10}C_{10}^{k}.2^{10-k}.(-3)^{k}.x^{k}$

Theo giả thiết suy ra: $k=6$.

Vậy hệ số của x^{6} trong khai triển là $C_{10}^{6}.2^{10-6}.(-3)^{6}=C_{10}^{6}.2^{4}.(-3)^{6}$.

Câu 11: (THPT Xuân Hòa-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018) Cho đa giác đều 12 đỉnh nội tiếp đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đó. Tính xác suất để 3 đỉnh được chọn tạo thành một tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho.

A. $\dfrac{12.8}{C_{12}^{3}}$. **B.** $\dfrac{C_{12}^{8}-12.8}{C_{12}^{3}}$. **C.** $\dfrac{C_{12}^{3}-12-12.8}{C_{12}^{3}}$. **D.** $\dfrac{12+12.8}{C_{12}^{3}}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{12}^{3}$.

Gọi $A=$ "Chọn được ba đỉnh tạo thành tam giác không có cạnh nào là cạnh của đa giác đã cho"

$\Rightarrow \overline{A}=$ "Chọn được ba đỉnh tạo thành tam giác có ít nhất một cạnh là cạnh của đa giác đã cho"

$\Rightarrow \overline{A}=$ "Chọn được ba đỉnh tạo thành tam giác có một cạnh hoặc hai cạnh là cạnh của đa giác đã cho"

* **TH1**: Chọn ra tam giác có 2 cạnh là 2 cạnh của đa giác đã cho $\Leftrightarrow$ Chọn ra 3 đỉnh liên tiếp của đa giác 12 cạnh $\Rightarrow$ Có 12 cách.

* **TH2**: Chọn ra tam giác có đúng 1 cạnh là cạnh của đa giác đã cho $\Leftrightarrow$ Chọn ra 1 cạnh và 1 đỉnh không liền với 2 đỉnh của cạnh đó $\Rightarrow$ Có 12 cách chọn 1 cạnh và $C_{8}^{1}=8$ cách chọn đỉnh.

$\Rightarrow$ Có 12.8 cách.

$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A})=12+12.8$

$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là: $n(A)=C_{12}^{3}-12-12.8$

$\Rightarrow$ Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{C_{12}^{3}-12-12.8}{C_{12}^{3}}$

Câu 12: (THPT Sơn Tây-Hà Nội-lần 1-năm 2017-2018) Với $n\in\mathbb{N}, n\ge 2$ và thỏa mãn $\dfrac{1}{C_{2}^{2}}+\dfrac{1}{C_{3}^{2}}+\dfrac{1}{C_{4}^{2}}+...+\dfrac{1}{C_{n}^{2}}=\dfrac{9}{5}$. Tính giá trị của biểu thức $P=\dfrac{C_{n}^{5}+C_{n+2}^{3}}{(n-4)!}$.

A. $\dfrac{61}{90}$. **B.** $\dfrac{59}{90}$. **C.** $\dfrac{29}{45}$. **D.** $\dfrac{53}{90}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{1}{C_{2}^{2}}+\dfrac{1}{C_{3}^{2}}+\dfrac{1}{C_{4}^{2}}+...+\dfrac{1}{C_{n}^{2}}=\dfrac{9}{5}\Leftrightarrow\dfrac{0!2!}{2!}+\dfrac{1!2!}{3!}+\dfrac{2!2!}{4!}+...+\dfrac{(n-2)!2!}{n!}=\dfrac{9}{5}$

$\Leftrightarrow 2!\left(\dfrac{1}{1.2}+\dfrac{1}{2.3}+\dfrac{1}{3.4}+...+\dfrac{1}{(n-1)n}\right)=\dfrac{9}{5}\Leftrightarrow 2!\left(1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}+...+\dfrac{1}{n-1}-\dfrac{1}{n}\right)=\dfrac{9}{5}$

$\Leftrightarrow 2!\left(1-\dfrac{1}{n}\right)=\dfrac{9}{5}\Leftrightarrow\dfrac{1}{n}=\dfrac{1}{10}\Leftrightarrow n=10$.

$P = \frac{C_n^5 + C_{n+2}^3}{(n-4)!} = \frac{C_{10}^5 + C_{12}^3}{6!} = \frac{59}{90}$

Câu 13: **(THPT Chuyên ĐH Vinh-GK1-năm 2017-2018)** Có bao nhiêu số có 4 chữ số được viết từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sao cho số đó chia hết cho 15?

A. 234. **B.** 243. **C.** 132. **D.** 432

Lời giải

Chọn B

Đặt tập $E = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$.

Gọi số cần tìm có dạng $x = \overline{abcd}$. Vì $x \vdots 15 \Rightarrow \begin{cases} x \vdots 3 \\ x \vdots 5 \end{cases} \Rightarrow d = 5$ hay d có 1 cách chọn.

- Chọn a có 9 cách $(a \in E)$.
- Chọn b có 9 cách $(b \in E)$.
- Khi đó tổng $a+b+d$ sẽ chia hết cho 3 hoặc chia 3 dư 1 hoặc chia 3 dư 2 nên tương ứng trong từng trường hợp c sẽ chia hết cho 3 hoặc chia 3 dư 2 hoặc chia 3 dư 1.

Nhận xét

- Các số chia hết cho 3: 3, 6, 9.
- Các số chia 3 dư 1: 1, 4, 7.
- Các số chia 3 dư 2: 2, 5, 8.

Mỗi tính chất như thế đều chỉ có 3 số nên c chỉ có đúng 3 cách chọn từ một số trong các bộ trên.

Vậy có $1.9.9.3 = 243$ số thỏa yêu cầu.

Câu 14: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 1-đề 2-năm 2017-2018)** Có bao nhiêu số tự nhiên có sáu chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4?

A. 249. **B.** 1500. **C.** 3204. **D.** 2942.

Lời giải

Chọn B

Chữ số 5 đứng liền giữa hai chữ số 1 và 4 nên ta có thể có 154 hoặc 451

Gọi số cần tìm là $\overline{abc}$ (các chữ số khác nhau từng đôi một và a, b, c thuộc $\{0,2,3,6,7,8,9\}$), sau đó ta chèn thêm 154 hoặc 451 để có được số gồm 6 chữ số cần tìm.

TH1: $a \neq 0$, số cách chọn a là 6, số cách chọn b và c là A_6^2, sau đó chèn 154 hoặc 451 vào 4 vị trí còn lại nên có $6.A_6^2.4.2$ cách

TH2: $a = 0$, số cách chọn a là 1, số cách chọn b và c là A_6^2, sau đó chèn 154 hoặc 451 vào vị trí trước a có duy nhất 1 cách nên có $A_6^2.2$ cách

Vậy có $6.A_6^2.4.2 + A_6^2.2 = 1500$ (số).

Câu 15: **(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Để chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam $20-11$ Đoàn trường THPT Hai Bà Trưng đã phân công ba khối: khối 10, khối 11 và khối 12 mỗi khối chuẩn bị ba tiết mục gồm: một tiết mục múa, một tiết mục kịch và một tiết mục hát tốp ca. Đến ngày tổ chức ban tôt chức chọn ngẫu nhiên ba tiết mục. Tính xác suất để ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung?

A. $\frac{1}{14}$. **B.** $\frac{1}{84}$. **C.** $\frac{1}{28}$. **D.** $\frac{9}{56}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn ba tiết mục trong chín tiết mục có $n(\Omega)=C_9^3$ cách chọn.

Gọi A là biến cố: ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung.

Chọn tiết mục khối 10 có 3 cách chọn

Chọn tiết mục ở khối 11 có 2 cách

Và tiết mục ở khối 12 có 1 cách.

Nên có $n(A)=3.2.1=6$ cách chọn

Xác suất của biến cố A: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{14}$.

Câu 16: (THTT Số 2-485 tháng 11-năm học 2017-2018) Một người bắn súng, để bắn trúng vào tâm, xác suất tầm ba phần bảy $\left(\frac{3}{7}\right)$. Hỏi cả thảy bắn ba lần, xác suất bắn trúng tâm đúng một lần là bao nhiêu?

A. $\frac{48}{343}$. **B.** $\frac{144}{343}$. **C.** $\frac{199}{343}$. **D.** $\frac{27}{343}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A_i, $i=\overline{1,3}$ lần lượt là biến cố bắn trúng vào tâm ở các lần thứ nhất, thứ hai và thứ ba.

Xác suất để người đó bắn ba lần và trúng mục tiêu một lần là

$$P\left(A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}\cup\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}\cup\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3\right)=P\left(A_1.\overline{A_2}.\overline{A_3}\right)+P\left(\overline{A_1}.A_2.\overline{A_3}\right)+P\left(\overline{A_1}.\overline{A_2}.A_3\right)$$

$$=P(A_1).P\left(\overline{A_2}\right).P\left(\overline{A_3}\right)+P\left(\overline{A_1}\right).P(A_2).P\left(\overline{A_3}\right)+P\left(\overline{A_1}\right).P\left(\overline{A_2}\right).P(A_3)$$

$$=\frac{3}{7}.\frac{4}{7}.\frac{4}{7}+\frac{4}{7}.\frac{3}{7}.\frac{4}{7}+\frac{4}{7}.\frac{4}{7}.\frac{3}{7}=\frac{144}{343}.$$

Câu 17: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Kết quả (b,c) của việc gieo con xúc sắc cân đối và đồng chất hai lần, trong đó b là số chấm xuất hiện trong lần gieo đầu, c là số chấm xuất hiện ở lần gieo thứ hai, được thay vào phương trình bậc hai $x^2+bx+c=0$. Tính xác suất để phương trình có nghiệm.

A. $\frac{19}{36}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{18}$. **D.** $\frac{17}{36}$.

Lời giải

Chọn A

Xét biến cố A: "phương trình có nghiệm"

Trường hợp 1: $b\geq 5$. Khi đó c nhận giá trị tùy ý, nên có tất cả $2.6=12$ kết quả thuận lợi cho biến cố A.

Trường hợp 2: $b=4$. Khi đó $c\leq 4$, nên có $1.4=4$ kết quả thuận lợi cho biến cố A.

Trường hợp 3: $b<4$. Có 3 kết quả là $(3,1),(3,2),(2,1)$

Vậy $n(A)=12+4+3=19$.

Xác suất để phương trình có nghiệm là $P(A)=\dfrac{19}{36}$.

Câu 18: **(THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018)** Có bao nhiêu số tự nhiên có 7 chữ số khác nhau từng đôi một, trong đó chữ số 2 đứng liền giữa chữ số 1 và chữ số 3?

A. 2942. **B.** 5880. **C.** 7440. **D.** 3204.

Lời giải

Chọn C

1	2	3	4	5	6	7

Có 5 cách chọn vị trí để xếp bộ ba chữ số $\{1,2,3\}$.

Có A_7^4 cách sắp xếp 4 chữ số được chọn từ tập hợp $\{0,4,5,6,7,8,9\}$.

Theo quy tắc nhân trường hợp này có $5.2!A_7^4$ cách sắp xếp.

Trong các trường hợp ở trên có những trường hợp chữ số 0 đứng đầu:

Có $4.2!.A_6^3$ số dạng này.

Vậy số các số tự nhiên thoả mãn bài ra là $5.2!A_7^4-4.2!A_6^3=7440$.

Câu 19: **(THPT Thạch Thành-Thanh Hóa-năm 2017-2018)** Khai triển đa thức $P(x)=(5x-1)^{2017}$ ta được

$$P(x)=a_{2017}x^{2017}+a_{2016}x^{2016}+\cdots+a_1x+a_0.$$

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $a_{2000}=-C_{2017}^{17}.5^{17}$. **B.** $a_{2000}=C_{2017}^{17}.5^{17}$.

C. $a_{2000}=-C_{2017}^{17}.5^{2000}$. **D.** $a_{2000}=C_{2017}^{17}.5^{2000}$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức nhị thức Niu-tơn, ta có:

$$(5x-1)^{2017}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k(5x)^{2017-k}.(-1)^k=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k(5)^{2017-k}.(-1)^k.(x)^{2017-k}.$$

Số hạng chứa x^{2000} ứng với $2017-k=2000\Leftrightarrow k=17$.

Do đó: $a_{2000}=-C_{2017}^{17}.5^{2000}$.

Câu 20: **(THPT Quãng Xương-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018)** Một tổ có 9 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chia tổ thành 3 nhóm, mỗi nhóm 4 người để làm 3 nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.

A. $\dfrac{8}{55}$. **B.** $\dfrac{292}{34650}$. **C.** $\dfrac{292}{1080}$. **D.** $\dfrac{16}{55}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu $C_{12}^4C_8^4.1=34650$.

Gọi A là biến cố "Chia mỗi nhóm có đúng một nữ và ba nam"

Số cách phân chia cho nhóm 1 là $C_3^1C_9^3=252$ (cách).

Khi đó còn lại 2 nữ 6 nam nên số cách phân chia cho nhóm 2 có $C_2^1C_6^3=40$ (cách).

Cuối cùng còn lại bốn người thuộc về nhóm 3 nên có 1 cách chọn.

Theo quy tắc nhân ta có số kết quả thuận lợi $n(A)=252.40.1=10080$ (cách).

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{10080}{34650}=\frac{16}{55}$.

Câu 21: **(THPT Bình Xuyên-Vĩnh Phúc-năm 2017-2018)** Một tổ có 6 học sinh nam và 4 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn luôn có học sinh nữ là:

A. $\frac{1}{14}$. **B.** $\frac{1}{210}$. **C.** $\frac{13}{14}$. **D.** $\frac{209}{210}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh trong 10 học sinh có $|\Omega|=C_{10}^4$ cách chọn.

Gọi A là biến cố: Chọn được 4 học sinh luôn có học sinh nữ.

Ta có số cách chọn được 4 học sinh nam là C_6^4 cách chọn

Số phần tử của biến cố A: $|A|=C_{10}^4-C_6^4$

Xác suất của biến cố A: $P(A)=\frac{|A|}{|\Omega|}=\frac{13}{14}$.

Câu 22: **(THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018)** Một ngân hàng đề thi có 50 câu hỏi khác nhau, trong đó có 40% câu hỏi ở mức độ nhận biết, 20% câu hỏi ở mức độ thông hiểu, 30% câu hỏi ở mức độ vận dụng và 10% câu hỏi ở mức độ vận dụng cao. Xây dựng 1 đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi khác nhau từ ngân hàng đề thi đó bằng cách sắp xếp ngẫu nhiên các câu hỏi. Tính xác suất để xây dựng được 1 đề thi mà các câu hỏi được sắp xếp theo mức độ khó tăng dần: *nhận biết – thông hiểu – vận dụng – vận dụng cao. (chọn giá trị gần đúng nhất)*

A. $4,56.10^{-26}$. **B.** $5,46.10^{-29}$. **C.** $5,46.10^{-26}$. **D.** $4,56.10^{-29}$.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết, ta có cấu trúc của đề thi gồm:

+ 20 câu hỏi ở mức độ nhận biết.

+ 10 câu hỏi ở mức độ thông hiểu.

+ 15 câu hỏi ở mức độ vận dụng.

+ 5 câu hỏi ở mức độ vận dụng cao.

Với 50 câu hỏi đã có, trộn ngẫu nhiên để tạo ra 1 đề thi, ta có $50!$ đề được tạo thành.

Trong số đó, có các đề được sắp xếp theo mức độ khó tăng dần: *nhận biết – thông hiểu – vận dụng – vận dụng cao* nên vị trí các nhóm câu hỏi là cố định, còn các câu hỏi trong cùng 1 nhóm thì có thể hoán vị cho nhau. Vì vậy, ta có được:

- $20!$ hoán vị của 20 câu hỏi ở mức độ nhận biết (câu 1 đến câu 20).
- $10!$ hoán vị của 10 câu hỏi ở mức độ thông hiểu (câu 21 đến câu 30).
- $15!$ hoán vị của 15 câu hỏi ở mức độ vận dụng (câu 31 đến câu 45).
- $5!$ hoán vị của 5 câu hỏi ở mức độ vận dụng cao (câu 46 đến câu 50).

Do đó, số đề thi thỏa mãn yêu cầu bài toán gồm: $(20!).(10!).(15!).(5!)$ đề.

Vậy, xác suất để xây dựng được 1 đề thi thỏa mãn yêu cầu của bài toán là:

$P\left(A\right)=\dfrac{(20!).(10!).(15!).(5!)}{50!}=4,56.10^{-26}$.

Câu 23: (THPT Tam Phước-Đồng Nai-lần 1-năm 2017-2018) Trong một cuộc thi có 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Với mỗi câu, nếu chọn phương án trả lời đúng thì thí sinh được cộng 5 điểm, nếu chọn phương án trả lời sai sẽ bị trừ 1 điểm. Tính xác suất để một thí sinh làm bài bằng cách lựa chọn ngẫu nhiên phương án được 26 điểm, biết thí sinh phải làm hết các câu hỏi và mỗi câu hỏi chỉ chọn duy nhất một phương án trả lời. *(chọn giá trị gần đúng nhất)*

A. $0,016222$. **B.** $0,162227$. **C.** $0,028222$. **D.** $0,282227$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A=$ "thí sinh đó được 26 điểm" = "thí sinh đó trả lời đúng 6 câu hỏi và trả lời sai 4 câu hỏi"

Xác suất trả lời đúng một câu hỏi là: $P\left(A_0\right)=\dfrac{1}{4}$.

Xác suất trả lời sai một câu hỏi là: $P\left(\overline{A_0}\right)=\dfrac{3}{4}$.

Xác suất của biến cố A là: $P\left(A\right)=C_{10}^{4}\left(\dfrac{1}{4}\right)^{6}.\left(\dfrac{3}{4}\right)^{4}=0,016222$.

Câu 24: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Cho tập hợp A có n phần tử $\left(n\geq 4\right)$. Biết rằng số tập con của A có 8 phần tử nhiều gấp 26 lần số tập con của A có 4 phần tử. Hãy tìm $k\in\left\{1;\ 2;\ 3;...;\ n\right\}$ sao cho số tập con gồm k phần tử của A là nhiều nhất.

A. $k=20$. **B.** $k=11$. **C.** $k=14$. **D.** $k=10$.

Lời giải

Chọn D

Theo giả thiết, ta có $C_n^8=26C_n^4$, với $n\geq 8;\ n\in\mathbb{N}$.

$\Leftrightarrow \dfrac{n!}{8!(n-8)!}=26.\dfrac{n!}{4!(n-4)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{(n-4)!}{(n-8)!}=26.\dfrac{8!}{4!}$

$\Leftrightarrow (n-4)(n-5)(n-6)(n-7)=16.15.14.13$

$\Leftrightarrow \left(n^2-11n+28\right)\left(n^2-11n+30\right)=43680$

Đặt $n^2-11n+28=t$. Khi đó phương trình có dạng

$$t(t+2)=43680$$
$$\Leftrightarrow t^2+2t-43680=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=208 \\ t=-210 \end{array}\right.$$

Với $t=208$

$$\Rightarrow n^2-11n+28=208$$
$$\Leftrightarrow n^2-11n-180=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=20(tm) \\ n=-9(l) \end{array}\right.$$

Với $t=-210$

$$\Rightarrow n^2-11n+28=-210$$
$$\Leftrightarrow n^2-11n+238=0\ (VN)$$

Khi đó: Số tập con có k phần tử của A là C_{20}^k; với $0\le k\le 20; k\in\mathbb{N}$; tập này có nhiều phần tử nhất khi

$$\begin{cases} C_{20}^{k-1}\le C_{20}^k \\ C_{20}^k\ge C_{20}^{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{20!}{(k-1)!(21-k)!}\le\dfrac{20!}{k!(20-k)!} \\ \dfrac{20!}{k!(20-k)!}\ge\dfrac{20!}{(k+1)!(19-k)!} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{k!}{(k-1)!}\le\dfrac{(21-k)!}{(20-k)!} \\ \dfrac{(k+1)!}{k!}\ge\dfrac{(20-k)!}{(19-k)!} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k\le 21-k \\ k+1\ge 20-k \end{cases} \Leftrightarrow \frac{19}{2}\le k\le\frac{21}{2}.$$

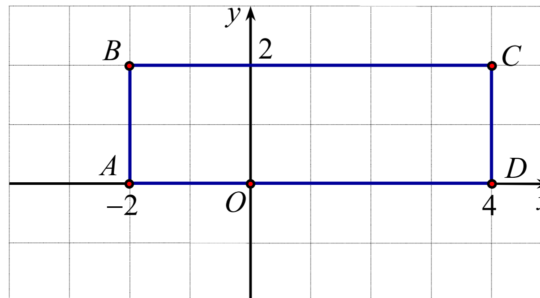
So với điều kiện $0\le k\le 20; k\in\mathbb{N}$ ta được $k=10$.

Câu 25: (THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018) Trên mặt phẳng Oxy ta xét một hình chữ nhật $ABCD$ với các điểm $A(-2;\ 0)$, $B(-2;2)$, $C(4;\ 2)$, $D(4;\ 0)$. Một con châu chấu nhảy trong hình chữ nhật đó tính cả trên cạnh hình chữ nhật sao cho chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên(tức là điểm có cả hoành độ và tung độ đều nguyên). Tính xác suất để nó đáp xuống các điểm $M(x;\ y)$ mà $x+y<2$.

A. $\dfrac{3}{7}$ **B.** $\dfrac{8}{21}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$ **D.** $\dfrac{4}{7}$

Lời giải

Chọn A



Gọi $\Omega=$ "Con Châu Chấu nhảy trong hình chữ nhật $ABCD$ và cả trên các cạnh của hình chữ nhật đó, chân nó luôn đáp xuống mặt phẳng tại các điểm có tọa độ nguyên"

Do $x\in[-2;\ 4], x\in\mathbb{Z}\Rightarrow$ có 7 số x.

Do $y \in [0;\ 2], y \in \mathbb{Z} \Rightarrow$ có 3 số y.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = 3.7 = 21$

Gọi $A =$"Con Châu Chấu luôn đáp xuống các điểm $M(x; y)$ mà $x + y < 2$"

$(x;\ y) \in \{(-2;\ 0), (-1;\ 0), (0;\ 0), (1;\ 0), (0;\ 1), (-1;\ 1), (-2;\ 1), (-2;\ 2), (-1;\ 2)\}$

Số phần tử của A là: $n(A) = 9$

Xác suất cần tìm là $p(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{9}{21} = \dfrac{3}{7}$.

Câu 26: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Tính tổng $S = C_{2018}^{1009} + C_{2018}^{1010} + C_{2018}^{1011} + ... + C_{2018}^{2018}$ (trong tổng đó, các số hạng có dạng C_{2018}^{k} với k nguyên dương nhận giá trị liên tục từ 1009 đến 2018).

A. $S = 2^{2018} - C_{2018}^{1009}$.

B. $S = 2^{2017} + \dfrac{1}{2}C_{2018}^{1009}$.

C. $S = 2^{2017} - \dfrac{1}{2}C_{2018}^{1009}$.

D. $S = 2^{2017} - C_{2018}^{1009}$.

Lời giải

Chọn B

Áp dụng tính chất $C_n^k = C_n^{n-k}$ ta có

$C_{2018}^{0} = C_{2018}^{2018}$

$C_{2018}^{1} = C_{2018}^{2017}$

$C_{2018}^{2} = C_{2018}^{2016}$

.

$C_{2018}^{1008} = C_{2018}^{1010}$

$C_{2018}^{1009} = C_{2018}^{1009}$

$\Rightarrow\ C_{2018}^{0} + C_{2018}^{1} + C_{2018}^{2} + ... + C_{2018}^{1009} = C_{2018}^{1009} + C_{2018}^{2010} + ... + C_{2018}^{2018}$.

$\Rightarrow 2S = C_{2018}^{0} + C_{2018}^{1} + C_{2018}^{2} + ... + C_{2018}^{2018} + C_{2018}^{1009}$.

Mặt khác $C_{2018}^{0} + C_{2018}^{1} + C_{2018}^{2} + ... + C_{2018}^{2018} = (1+1)^{2018} = 2^{2018}$.

Vậy $S = \dfrac{2^{2018} + C_{2018}^{1009}}{2} = 2^{2017} + \dfrac{C_{2018}^{1009}}{2}$.

Câu 27: **(THPT Chuyên Hùng Vương-Bình Phước-lần 2-năm 2017-2018)** Hai bạn *Hùng* và *Vương* cùng tham gia một kỳ thi thử trong đó có hai môn thi trắc nghiệm là *Toán* và *Tiếng Anh*. Đề thi của mỗi môn gồm 6 mã đề khác nhau và các môn khác nhau thì mã đề cũng khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho học sinh một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất để trong hai môn *Toán* và *Tiếng Anh* thì hai bạn *Hùng* và *Vương* có chung đúng một mã đề thi.

A. $\dfrac{5}{36}$.

B. $\dfrac{5}{9}$.

C. $\dfrac{5}{72}$.

D. $\dfrac{5}{18}$.

Lời giải

Chọn D

- Không mất tính tổng quát có thể giả sử rằng *Hùng* được phát đề trước và *Vương* được phát đề sau.

  Hùng có C_6^1 cách chọn mã đề môn *Toán*, C_6^1 cách chọn mã đề môn *Tiếng Anh*, và *Vương* có C_6^1 cách chọn mã đề môn *Toán*, C_6^1 cách chọn mã đề môn *Tiếng Anh*.

  Suy ra số phần tử của không gian mẫu bằng $n(\Omega)=C_6^1.C_6^1.C_6^1.C_6^1=1296$.

- Gọi A là biến cố "Hai bạn *Hùng* và *Vương* có chung đúng một mã đề".

Trường hợp 1: Chung mã đề môn *Toán*.

Hùng có C_6^1 cách chọn đề môn *Toán*, và *Vương* có 1 cách chọn mã đề giống *Hùng*. Khi đó môn *Tiếng Anh, Hùng* có C_6^1 cách chọn mã đề và *Vương* có C_5^1 cách chọn mã đề khác *Hùng*.

Suy ra có $C_6^1.1.C_6^1.C_5^1=180$ cách.

Trường hợp 2: Chung mã đề môn *Tiếng Anh*.

Tương tự trường hợp 1, ta cũng có $C_6^1.1.C_6^1.C_5^1=180$ cách.

Theo quy tắc cộng ta có $n(A)=180+180=360$.

Xác suất cần tìm là $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{360}{1296}=\dfrac{5}{18}$.

Câu 28: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách văn học, 4 cuốn sách âm nhạc và 3 cuốn sách hội họa. Thầy muốn lấy ra 6 cuốn và đem tặng cho 6 em học sinh mỗi em một cuốn. Thầy giáo muốn rằng sau khi tặng xong, mỗi một trong 3 thể loại văn học, âm nhạc, hội họa đều còn lại ít nhất một cuốn. Hỏi thầy có tất cả bao nhiêu cách tặng?

A. 665280. **B.** 85680. **C.** 119. **D.** 579600.

Lời giải

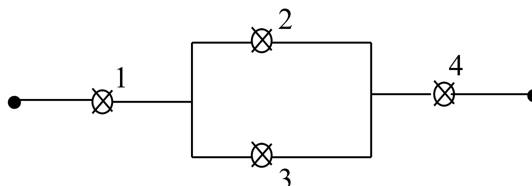
Chọn D

Số cách chọn 6 cuốn bất kì tặng cho 6 em học sinh: A_{12}^6.

Số cách chọn để tặng hết một trong ba loại: $C_5^5.C_7^1.6!+C_4^4.C_8^2.6!+C_3^3.C_9^3.6!$.

Số cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán: $A_{12}^6-C_5^5.C_7^1.6!+C_4^4.C_8^2.6!+C_3^3.C_9^3.6!=579600$.

Câu 29: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Một mạch điện gồm 4 linh kiện như hình vẽ, trong đó xác suất hỏng của từng linh kiện trong một khoảng thời gian t nào đó tương ứng là $0,2$; $0,1$; $0,05$ và $0,02$. Biết rằng các linh kiện làm việc độc lập với nhau và các dây luôn tốt. Tính xác suất để mạng điện hoạt động tốt trong khoảng thời gian t.



A. $0,37$. **B.** $0,67032$. **C.** $0,78008$. **D.** $0,8$.

Lời giải

Chọn B

Mạng điện hoạt động tốt khi tất cả linh kiện đều hoạt động tốt.

Xác suất để mạng điện hoạt động tốt là: $(1-0,2).(1-0,1).(1-0,05).(1-0,02)=0,67032$.

Trình bày lại

Chọn C:

Mạng điện hoạt động tốt khi xảy ra các trường hợp sau:

TH1: Mạng 1 ,2 ,4 tốt, 3 không tốt.

Xác suất là $P_1=(1-0,2).(1-0,1).0,005.(1-0,02)$

TH2: Mạng 1 , 3 ,4 tốt, 2 không tốt.

Xác suất là $P_2=(1-0,2).0,1.(1-0,005).(1-0,02)$

TH3: Mạng 1 , 2, 3 ,4 tốt.

Xác suất là $P_3=(1-0,2).(1-0,1).(1-0,005).(1-0,02)$

Xác suất thỏa mãn ycbt là: $P=P_1+P_2+P_3=0,78008$

Câu 30: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa-ần 1-năm 2017-2018) Tính tổng $P=\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\cdots+\left(C_n^n\right)^2$ theo n.

A. C_n^n. **B.** C_n^2. **C.** C_{2n}^n. **D.** C_{2n}^{2n}.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(1+x)^n(1+x)^n=(1+x)^{2n}$ (1).

$(1+x)^n(1+x)^n=\left(\sum_{k=0}^{n}C_n^kx^k\right).\left(\sum_{l=0}^{n}C_n^lx^l\right)$ và $(1+x)^{2n}=\sum_{i=0}^{2n}C_{2n}^ix^i$.

Xét hệ số của x^n trong khai triển vế trái của (1) là $\sum_{k+l=n}C_n^k.C_n^l=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.C_n^{n-k}=\sum_{k=0}^{n}\left(C_n^k\right)^2$.

Hệ số của x^n trong khai triển vế phải của (1) là C_{2n}^n.

Từ đó suy ra $\sum_{k=0}^{n}\left(C_n^k\right)^2=\left(C_n^0\right)^2+\left(C_n^1\right)^2+\cdots+\left(C_n^n\right)^2=C_{2n}^n$.

Câu 31: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó chứa các chữ số 3, 4, 5 và chữ số 4 đứng cạnh chữ số 3 và chữ số 5?

A. 1470. **B.** 750. **C.** 2940. **D.** 1500.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$. Vì chữ số 4 cạnh chữ số 3 và chữ số 5 nên có 2 lựa chọn là 345 và 543.

TH1:

-Nếu $\overline{abc}$ là 345, 543 thì có 2 cách sắp xếp.

Chọn $\overline{def}$: Có A_7^3 cách.

Vậy có $2.A_7^3$ cách.

TH2:

- Nếu $\overline{abc}$ không là 345 và 543.

Chọn a: Có 6 cách (Loại $0, 3, 4, 5$)

Còn lại 6 chữ số, chọn thêm 2 chữ số: Có C_6^2 cách.

Ba chữ số $3.\ 4,\ 5$ cạnh nhau coi là một khối, hoán vị với 2 chữ số vừa lấy thêm có $3!$ cách.

Vậy có $6.C_6^2.3!$ cách.

Kl: Có $2.A_7^3+6.C_6^2.3!=1500$ số.

Câu 32: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Có bao nhiêu cách xếp 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 8 cuốn sách Hóa lên một kệ sách sao cho các cuốn sách cùng một môn học thì xếp cạnh nhau, biết các cuốn sách đôi một khác nhau?

A. $6.5!.6!.8!$. **B.** $19!$. **C.** $3.5!.6!.8!$. **D.** $6.P_5.P_6.P_7$.

Lời giải

Chọn A

Với mỗi cách xếp 5 cuốn sách Toán (tương ứng 6 cuốn sách Lý và 8 cuốn sách Hóa) cạnh nhau ta gọi là một bộ Toán (tương ứng một bộ Lý và một bộ Hóa).

+ Ta có $5!$ bộ Toán, $6!$ bộ Lý và $8!$ bộ Hóa.

+ Với mỗi 1 bộ Toán, 1 bộ Lý và 1 bộ Hóa xếp lên kệ sách ta có $3!=6$ cách.

Vậy số cách xếp 5 cuốn sách Toán, 6 cuốn sách Lý và 8 cuốn sách Hóa lên một kệ sách sao cho các cuốn sách cùng một môn học thì xếp cạnh nhau là $6.5!.6!.8!$.

Câu 33: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Cho hình vuông $ABCD$. Trên các cạnh AB, BC, CD, DA lần lượt cho 1, 2, 3 và n điểm phân biệt $\left(n\ge 3,\ n\in\mathbb{N}\right)$ khác A, B, C, D. Lấy ngẫu nhiên 3 điểm từ $n+6$ điểm đã cho. Biết xác suất lấy được 1 tam giác là $\dfrac{439}{560}$. Tìm n.

A. $n=10$. **B.** $n=19$. **C.** $n=11$. **D.** $n=12$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{n+6}^3$.

Gọi A là biến cố 3 đỉnh tạo thành một tam giác.

Để 3 điểm là 3 đỉnh của một tam giác thì 3 điểm đó không thẳng hàng. Ta xét biến cố đối $\overline{A}$ là biến cố 3 đỉnh không tạo thành tam giác.

Trường hợp 1: Lấy 3 điểm thuộc cạnh CD $\Rightarrow$ có 1 cách.

Trường hợp 2: Lấy 3 điểm thuộc cạnh DA $\Rightarrow$ có C_n^3 cách.

Vậy $n\left(\overline{A}\right)=1+C_n^3 \Rightarrow P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\dfrac{1+C_n^3}{C_{n+6}^3}$.

Theo giả thiết ta có: $1-\dfrac{1+C_n^3}{C_{n+6}^3}=\dfrac{439}{560}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1+C_n^3}{C_{n+6}^3}=\dfrac{121}{560} \Leftrightarrow 560\left[1+\dfrac{n\left(n-1\right)\left(n-2\right)}{6}\right]=121\cdot\dfrac{\left(n+6\right)\left(n+5\right)\left(n+4\right)}{6}$

$\Leftrightarrow 439n^3-3495n^2-7834n-11160=0 \Leftrightarrow n=10$.

----------HẾT----------

Câu 34: (THPT Lục Ngạn-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Có bao nhiêu số chẵn có 4 chữ số đôi một khác nhau và lớn hơn 5000?

A. 1232. **B.** 1120. **C.** 1250. **D.** 1288.

Lời giải

Chọn D

Giả sử số cần tìm có dạng $x=\overline{a_1a_2a_3a_4},\ a_i\neq a_j;\ i,j=\overline{1,4}$.

Vì $x>5000$ và x là số chẵn nên $\begin{cases} a_1\in\{5;6;7;8;9\} \\ a_4\in\{0;2;4;6;8\}\end{cases}$

- Trường hợp 1: Nếu $a_1=\{5;7;9\}\ \Rightarrow\ a_1$ có 3 cách chọn.

  $\Rightarrow\ a_4$ có 5 cách chọn.

  Các số còn lại có A_8^2 cách chọn.

  Tất cả có $3.5.A_8^2=840$ cách chọn (1)

- Trường hợp 2: Nếu $a_1\in\{6;8\}\ \Rightarrow\ a_1$ có 2 cách chọn.

  $\Rightarrow\ a_4$ có 4 cách chọn.

  Các số còn lại có A_8^2 cách chọn.

  Tất cả có $2.4.A_8^2=448$ cách chọn (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow$ có $840+448=1288$ số.

Câu 35: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, số hạng không chứa x trong khai triển của thức $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 322560. **B.** 3360. **C.** 80640. **D.** 13440.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $n\geq 2$ và $n\in\mathbb{Z}$

Ta có $C_n^1+C_n^2=55\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-1)!}+\dfrac{n!}{(n-2)!2!}=55\Leftrightarrow n^2+n-110=0\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=10 \\ n=-11(L)\end{array}\right.$

Với $n=10$ ta có khai triển $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^{10}$

Số hạng tổng quát của khai triển $C_{10}^k x^{3(10-k)}.\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k=C_{10}^k 2^k x^{30-5k}$, với $0\leq k\leq 10$.

Số hạng không chứa x ứng với k thỏa $30-5k=0\Leftrightarrow k=6$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{10}^6 2^6=13440$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Từ các chữ số $1, 2, 3, 4, 5, 6$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có sáu chữ số và thỏa mãn điều kiện: sáu chữ số của mỗi số là khác nhau và chữ số hàng nghìn lớn hơn 2?

A. 720 số. **B.** 360 số. **C.** 288 số. **D.** 240 số.

Lời giải

Chọn D

Gọi số có sáu chữ số cần tìm là $n=\overline{abcdef}$, trong đó sáu chữ số khác nhau từng đôi một, $c>2$ và f là số chẵn.

Trường hợp 1: Nếu $f=2 \Rightarrow n=\overline{abcde2}$

Có 4 cách chọn c, nên có $4.4!=96$ số.

Trường hợp 2: Nếu $f=4 \Rightarrow n=\overline{abcde4}$

Có 3 cách chọn c, nên có $3.4!=72$ số.

Trường hợp 3: Nếu $f=6 \Rightarrow n=\overline{abcde6}$

Có 3 cách chọn c, nên có $3.4!=72$ số.

Vậy số các số cần tìm là $96+72+72=240$ số.

Câu 2: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Trong khai triển $\left(3x^2+\frac{1}{x}\right)^n$ biết hệ số của x^3 là $3^4C_n^5$. Giá trị n có thể nhận là

A. 9. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 16.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(3x^2+\frac{1}{x}\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k\left(3x^2\right)^{n-k}\left(\frac{1}{x}\right)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k3^{n-k}x^{2n-3k}$.

Biết hệ số của x^3 là $3^4C_n^5$ nên $\begin{cases}2n-3k=3\\ n-k=4\\ 0\le k\le n,(k,n\in N)\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}k=5\\ n=9\end{cases}$.

Vậy $n=9$.

Câu 3: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-MĐ 903 lần 1-năm 2017-2018) Có 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20. Chọn ngẫu nhiên 8 tấm, tính xác suất để chọn được 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó ít nhất có 2 tấm mang số chia hết cho 4, kết quả gần đúng là

A. $12\,\%$. **B.** $23\,\%$. **C.** $3\,\%$. **D.** $2\,\%$.

Lời giải

Chọn D

Trong 20 tấm thẻ có 10 số lẻ, 10 số chẵn và 5 số chia hết cho 4.

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{20}^8$.

Gọi A là biến cố chọn được 8 tấm thẻ thỏa đề bài.

Số cách chọn 8 tấm thẻ trong đó có 5 tấm mang số lẻ, 3 tấm mang số chẵn trong đó ít nhất có 2 tấm mang số chia hết cho 4 là: $n(A)=C_{10}^5.C_5^2.C_5^1+C_{10}^5.C_5^3$.

Xác suất cần tìm: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_{10}^5.C_5^2.C_5^1+C_{10}^5.C_5^3}{C_{20}^8}=\frac{90}{4199}=0,02$.

Câu 4: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018) Trong một hình tứ diện ta tô màu các đỉnh, trung điểm các cạnh, trọng tâm các mặt và trọng tâm tứ diện. Chọn ngẫu nhiên 4 điểm trong số các điểm đã tô màu, tính xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện.

A. $\frac{188}{273}$. **B.** $\frac{1009}{1365}$. **C.** $\frac{245}{273}$. **D.** $\frac{136}{195}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^4$.

Tính biến cố bù như sau:

Xét số cách chọn 4 đỉnh không tạo thành tứ diện. Có 2 trường hợp:

+ TH1: Chọn 3 điểm thẳng hàng, có 25 cách. Chọn điểm còn lại, có 12 cách.

Vậy có 25.12=300 cách.

+ TH2: Chọn 4 điểm thuộc 1 mặt mà không có 3 điểm nào thẳng hàng.

- Có 10 mặt chứa 7 điểm: Mỗi mặt 11 cách chọn. Suy ra có 110 cách.

- Có 15 mặt chứa 5 điểm, mỗi mặt 1 cách chọn. Suy ra có 15 cách.

Tổng: 300 + 110 + 15 = 425 cách.

Vậy, xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện là: $1-\frac{425}{C_{15}^4}=\frac{188}{273}$.

Cách 2:

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^4$.

Tính biến cố bù như sau:

Xét các bộ bốn điểm cùng nằm trên một mặt phẳng gồm các bộ thuộc các mặt phẳng sau:

Câu 5: Mặt phẳng chứa 1 cạnh và trung điểm của cạnh đối diện, suy ra có 7 điểm thuộc mặt phẳng loại này. Có C_7^4 bộ mỗi mặt và 6 mặt như vậy.

Vậy có $6C_7^4$ (bộ).

Câu 6: Mặt phẳng chứa mặt của tứ diện, suy ra có 7 điểm thuộc mỗi mặt và 4 mặt loại này.

Vậy có $4C_7^4$ (bộ).

Câu 7: Mặt phẳng chứa 2 đường trung bình của tứ diện, suy ra có 5 điểm thuộc mặt này và 3 mặt loại này.

Vậy có $3C_5^4$ (bộ).

Câu 8: Mặt phẳng chứa 1 đỉnh của tứ diện và 1 đường trung bình của mặt đối diện, suy ra có 5 điểm thuộc mỗi mặt (đỉnh, 2 trung điểm, cạnh và 2 trọng tâm) và có 12 mặt loại này.

Vậy có $12C_5^4$ (bộ).

Vậy, xác suất để 4 điểm được chọn là bốn đỉnh của một tứ diện là:

$$1-\frac{6.C_7^4+4C_7^4+3C_5^4+12C_5^4}{C_{15}^4}=\frac{188}{273}.$$

Câu 9: (THPT Kim Liên-Hà Nội năm 2017-2018) Một lớp học có 30 bạn học sinh trong đó có 3 cán sự lớp. Hỏi có bao nhiêu cách cử 4 bạn học sinh đi dự đại hội đoàn trường sao cho trong 4 học sinh đó có ít nhất một cán sự lớp.

A. 23345. **B.** 9585. **C.** 12455. **D.** 9855.

Lời giải

Chọn D

* Số cách cử 4 bạn học sinh trong 30 bạn là: $C_{30}^{4}=27405$.

* Số cách cử 4 bạn học sinh trong 27 bạn trong đó không có cán sự lớp là: $C_{27}^{4}=17550$.

* Vậy số cách cử 4 bạn học sinh trong đó có ít nhất một cán sự lớp là: $27405-17550=9855$.

Câu 10: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Có 9 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 9. Chọn ngẫu nhiên ra hai tấm thẻ. Tính xác suất để tích của hai số trên hai tấm thẻ là một số chẵn.

A. $\frac{13}{18}$. **B.** $\frac{55}{56}$. **C.** $\frac{5}{28}$. **D.** $\frac{1}{56}$.

Lời giải

Chọn A

Chọn ngẫu nhiên ra hai tấm thẻ từ 9 tấm thẻ nên số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{9}^{2}=36$.

Gọi A là biến cố: "Tích hai số trên hai tấm thẻ là một số chẵn", khi đó ta có:

$\overline{A}$: "Tích hai số trên hai tấm thẻ là một số lẻ", $n\left(\overline{A}\right)=C_{5}^{2}=10\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\frac{n\left(\overline{A}\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{10}{36}=\frac{5}{18}$.

Xác suất cần tìm là $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-\frac{5}{18}=\frac{13}{18}$.

Câu 11: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Từ tập hợp các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau, chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số đó chia hết cho 9

A. $\frac{5.7!}{9.A_{9}^{7}}$. **B.** $\frac{5.A_{8}^{8}}{C_{10}^{8}}$. **C.** $\frac{A_{8}^{8}+7A_{7}^{7}}{9.A_{9}^{7}}$. **D.** $\frac{A_{8}^{8}+4.7.A_{7}^{7}}{9.A_{9}^{7}}$.

Lời giải

Chọn D

Một số chia hết cho 9 khi và chỉ khi tổng các chữ số của số đó là một số chia hết cho 9.

Từ các chữ số $0,1,2,...,9$ ta chia thành 5 cặp $0,9$, $1,8$, $2,7$, $3,6$, $4,5$.

Một số tự nhiên thoả mãn đề bài khi số đó là một hoán vị từ 4 cặp số trên.

TH 1: 4 cặp số không có chữ số 0 tạo được A_{8}^{8} số.

TH 2: 4 cặp số có chữ số 0 thì có 4 cách chọn. Mỗi cách chọn 4 bộ số có chữ số 0 vừa rồi có $7.A_{7}^{7}$ số thoả mãn được tạo ra.

Kết luận: Có $A_{8}^{8}+4.7.A_{7}^{7}$ số thoả mãn yêu cầu.

Số các số tự nhiên có 8 chữ số khác nhau là $9.A_{9}^{7}$.

Vậy xác suất chọn được số thoả mãn đề bài bằng $\frac{A_{8}^{8}+4.7.A_{7}^{7}}{9.A_{9}^{7}}$.

Câu 12: (THPT Triệu Thị Trinh-lần 1 năm 2017-2018) Tập A gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được lập từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Lấy ngẫu nhiên một số từ tập A, tính xác suất để số lấy ra có mặt chữ số 1 và 3.

A. $\frac{80}{147}$. **B.** $\frac{10}{21}$. **C.** $\frac{106}{147}$. **D.** $\frac{25}{49}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Từ các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 lập được $A_8^6 - A_7^5 = 17640$ số có 6 chữ số khác nhau.

Suy ra $n(\Omega) = 17640$.

Đặt X là biến cố "lấy được số có chữ số 1 và 3".

Xét các số trong A thỏa mãn điều kiện có mặt chữ số 1 và 3.

Trường hợp 1: Số có dạng $\overline{1abcde}$

Chọn vị trí cho số 3 có 5 cách chọn.

Chọn 4 số trong 6 số còn lại và cho vào 4 vị trí còn lại có A_6^4 cách.

Vậy có $5.A_6^4 = 1800$ số.

Trường hợp 2: Số có dạng $\overline{3abcde}$. Tương tự cũng có $5.A_6^4 = 1800$ số.

Trường hợp 3: Số 1 hoặc số 3 không ở vị trí đầu tiên.

Có A_5^2 cách chọn vị trí cho số 1 và số 3.

Chữ số đầu tiên khác 0 và chọn trong $0, 2, 4, 5, 6, 7$ nên có 5 cách chọn.

Chọn 3 số trong 5 số cho 3 vị trí còn lại có A_5^3 cách.

Vậy tạo được $A_5^2.5.A_5^3 = 6000$ số.

Suy ra $n(X) = 9600 \Rightarrow P(X) = \dfrac{9600}{17640} = \dfrac{80}{147}$.

Cách 2:

Chọn 2 vị trí và xếp chữ số 1 và 3 có A_6^2 cách

Chọn 4 trong 6 chữ số còn lại và sắp xếp có A_6^4 cách

Theo quy tắc nhân có A_6^2 A_6^4 cácch xếp

Trong các số trên có $1.A_5^2.A_5^3$ số dạng $\overline{0abcde}$.

$\Rightarrow n(X) = A_6^2.A_6^4 - 1.A_5^2.A_5^3 = 9600 \Rightarrow P(X) = \dfrac{9600}{17640} = \dfrac{80}{147}$.

Câu 13: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được 5 ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng?

A. $\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{7}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Cách 1. Hai người ngang sức nên xác suất người thứ nhất thắng 1 trận là $\dfrac{1}{2}$; thua 1 trận là $\dfrac{1}{2}$.

A là biến cố: "Người thứ nhất giành chiến thắng chung cuộc"

Vậy A = "Người thứ nhất thắng ngay trận đầu" $\cup$ "Người thứ nhất thắng sau 2 trận" $\cup$ "Người thứ nhất thắng sau 3 trận"

$\Rightarrow P(A) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{8}$.

Cách 2. Hai người ngang sức nên xác suất người thứ hai thắng 1 trận là $\dfrac{1}{2}$; thua 1 trận là $\dfrac{1}{2}$.

A là biến cố: "Người thứ nhất giành chiến thắng chung cuộc"

$\overline{A}$ = "người thứ hai thắng chung cuộc" (tức là người thứ hai thắng liên tiếp 3 ván)

$P\left(\overline{A}\right)=\frac{1}{2}.\frac{1}{2}.\frac{1}{2}=\frac{1}{8}\Rightarrow P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=\frac{7}{8}$.

Câu 14: (THPT Thạch Thành 2-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên A có bốn chữ số. Gọi N là số thỏa mãn $3^N=A$. Xác suất để N là một số tự nhiên bằng:

A. $\frac{1}{2500}$. **B.** $\frac{1}{3000}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{4500}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi số $A=\overline{abcd}$ khi đó số A có $9.10.10.10=9000$ cách chọn.

$N=\log_3 A$, để N là số tự nhiên thì $A=3^N$ với N là số tự nhiên.

Do A là số tự nhiên có 4 chữ số nên $N=7,8$ có 2 trường hợp.

Xác suất để N là số tự nhiên là $P=\frac{2}{9000}=\frac{1}{4500}$

Câu 15: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Trong một đợt kiểm tra vệ sinh an toàn thực phẩm của ngành y tế tại chợ X, ban quản lý chợ lấy ra 15 mẫu thịt lợn trong đó có 4 mẫu ở quầy A, 5 mẫu ở quầy B, 6 mẫu ở quầy **C.** Đoàn kiểm tra lấy ngẫu nhiên 4 mẫu để phân tích xem trong thịt lợn có chứa hóa chất tạo nạc hay không. Xác suất để mẫu thịt của cả 3 quầy A, B, C đều được chọn bằng

A. $\frac{43}{91}$. **B.** $\frac{4}{91}$. **C.** $\frac{48}{91}$. **D.** $\frac{87}{91}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử không gian mẫu là: $n\left(\Omega\right)=C_{15}^4=1365$.

Gọi biến cố A: "Lấy ngẫu nhiên 4 mẫu".

Số cách chọn 4 mẫu có cả 3 quầy là:

	Số mẫu quầy A	Số mẫu quầy B	Số mẫu quầy C	Số cách chọn
Trường hợp 1	2	1	1	$C_4^2.C_5^1.C_6^1$
Trường hợp 2	1	2	1	$C_4^1.C_5^2.C_6^1$
Trường hợp 3	1	1	2	$C_4^1.C_5^1.C_6^2$
Tổng số cách				720

Xác suất cần tính là: $P\left(A\right)=\frac{720}{1365}=\frac{48}{91}$.

Câu 16: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Cho đa giác đều 20 đỉnh nội tiếp trong đường tròn tâm O. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giá**C.** Xác suất để 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật bằng:

A. $\frac{7}{216}$. **B.** $\frac{2}{969}$. **C.** $\frac{3}{323}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn C

* Số cách chọn 4 đỉnh trong 20 đỉnh là $C_{20}^4=4845=n\left(\Omega\right)$.

* Gọi đường chéo của đa giác đều đi qua tâm O của đường tròn là đường chéo lớn. Số đường chéo lớn của đa giác đều 20 đỉnh là 10.

* Hai đường chéo lớn của đa giác đều tạo thành một hình chữ nhật. Do đó số hình chữ nhật được tạo thành là $C_{10}^2 = 45$. Gọi A là biến cố: 4 đỉnh được chọn là 4 đỉnh của một hình chữ nhật. Ta có $n(A) = 45$.

* Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{45}{4845} = \dfrac{3}{323}$.

Câu 17: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^3 + 2A_n^2 = 100$. Hệ số của x^5 trong khai triển $(1-3x)^{2n}$ bằng:

A. $-3^5 C_{10}^5$. **B.** $-3^5 C_{12}^5$. **C.** $3^5 C_{10}^5$. **D.** $6^5 C_{10}^5$.

Lời giải

Chọn A

Với điều kiện $n \in \mathbb{N}^*, n \geq 3$ ta có:

$A_n^3 + 2A_n^2 = 100 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2) + 2n(n-1) = 100$

$\Leftrightarrow n^3 - n^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow n = 5$.

Ta có $(1-3x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k (-3)^k x^k$.

Số hạng chứa x^5 ứng với $k = 5$.

Vậy: Hệ số của x^5 là $C_{10}^5 .(-3)^5 = -3^5 .C_{10}^5$.

Câu 18: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Cho tổng $S = C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + ... + C_{2017}^{2017}$ Giá trị tổng S bằng:

A. 2^{2018}. **B.** 2^{2017}. **C.** $2^{2017} - 1$. **D.** 2^{2016}

Lời giải

Chọn C

Ta có khai triển $(1+x)^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 x + C_{2017}^2 x^2 + ... + C_{2017}^k x^k + ... + C_{2017}^{2017} x^{2017}$.

Thay $x = 1$ ta được $2^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + ... + C_{2017}^k + ... + C_{2017}^{2017}$

Suy ra $2^{2017} = 1 + S \Rightarrow S = 2^{2017} - 1$.

Ghi chú: Trong trắc nghiệm ta khai triển $(1+1)^{2017}$ ta được

$2^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1 + C_{2017}^2 + ... + C_{2017}^k + ... + C_{2017}^{2017}$

Suy ra $S = 2^{2017} - 1$.

Câu 19: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 2 năm học 2017-2018) Từ các chữ số 0; 1; 2; 3; 5; 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 108 số. **B.** 228 số. **C.** 36 số. **D.** 144 số.

Lời giải

Chọn A

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ là số cần tìm.

Trường hợp 1: $a_4 = 3$

Chọn a_1 có 4 cách. Chọn a_2, a_3 có A_4^2 cách.

Trường hợp 2: $a_1 = 3$

Chọn a_4 có 2 cách. Chọn a_2, a_3 có A_4^2 cách.

Trường hợp 3: $a_1 \neq 3$, $a_4 \neq 3$

Chọn a_4 có 2 cách. Chọn a_1 có 3 cách. Đưa số 3 vào 2 cách. Chọn vị trí còn lại 3 cách.

Vậy tất cả có: $4.A_4^2 + 2.A_4^2 + 2.3.2.3 = 108$ số.

Câu 20: (THPT Chuyên ĐHSP-Hà Nội-lần 1 năm 2017-2018) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển nhị thức Niu-tơn $\left(x\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ biết tổng các hệ số của khai triển bằng 128.

A. 35. **B.** 38. **C.** 37. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(x\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k\left(x\sqrt{x}\right)^{n-k}\left(\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^k$.

Tổng các hệ số của khai triển trên bằng $S=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k=\left(1+1\right)^n=2^n=128\Rightarrow n=7$.

Khi $n=7$ ta có $\left(x\sqrt{x}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^7=\sum\limits_{k=0}^{7}C_7^k x^{\frac{21}{2}-\frac{11}{6}k}$.

Lúc đó x^5 ứng với $\dfrac{21}{2}-\dfrac{11}{6}k=5\Rightarrow k=3$. Vậy hệ số cần tìm là $C_7^3=35$.

Câu 21: (SGD Bắc Ninh năm 2017-2018) Đề kiểm tra 15 phút có 10 câu trắc nghiệm mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó có một phương án đúng, trả lời đúng được $1,0$ điểm. Một thí sinh làm cả 10 câu, mỗi câu chọn một phương án. Tính xác suất để thí sinh đó đạt từ $8,0$ trở lên.

A. $\dfrac{436}{4^{10}}$. **B.** $\dfrac{463}{4^{10}}$. **C.** $\dfrac{436}{10^4}$. **D.** $\dfrac{463}{10^4}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu $n\left(\Omega\right)=4^{10}$.

Gọi A là biến cố "thí sinh đạt từ $8,0$ trở lên".

Ta có các trường hợp:

+ Thí sinh đúng 8 câu, sai 2 câu có $C_{10}^8.3^2=405$ (cách).

+ Thí sinh đúng 9 câu, sai 1 câu có $C_{10}^9.3^1=30$ (cách).

+ Thí sinh đúng cả 10 câu có $C_{10}^{10}=1$ (cách).

Do đó $n\left(A\right)=405+30+1=436$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{436}{4^{10}}$.

Câu 22: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Giả sử con súc sắc xuất hiện mặt b chấm. Tính xác suất sao cho phương trình $x^2-bx+b-1=0$ (x là ẩn số) có nghiệm lớn hơn 3.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{6}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gieo một con súc sắc cân đối đồng chất thì số phần tử của không gian mẫu là 6.

Phương trình $x^2-bx+b-1=0 \Leftrightarrow (x-1)(x+1-b)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=b-1 \end{array}\right.$.

Để phương trình có nghiệm $x>3$ thì $b-1>3 \Leftrightarrow b>4$. Vậy $b\in\{5;6\}$.

Xác suất cần tính là $P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

Câu 23: (SGD Ninh Bình năm 2017-2018) Có bao nhiêu số có 10 chữ số được tạo thành từ các chữ số 1, 2, 3 sao cho bất kì 2 chữ số nào đứng cạnh nhau cũng hơn kém nhau 1 đơn vị?

A. 32. **B.** 16. **C.** 80. **D.** 64.

Lời giải

Chọn D

Gọi số tự nhiên cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3...a_{10}}$

Bước 1: Xếp số 2 ở vị trí lẻ a_1, a_3, …, a_9 hoặc vị trí chẵn a_2, a_2, …, a_{10} có 2 cách.

Bước 2: Xếp các số 1 hoặc 3 vào các vị trí còn lại có 2^5 cách.

Theo quy tắc nhân ta có $2.2^5=64$ cách.

Câu 24: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Cho tập hợp $A=\{1,2,3,...,10\}$. Chọn ngẫu nhiên ba số từ A. Tìm xác suất để trong ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp.

A. $P=\frac{7}{90}$. **B.** $P=\frac{7}{24}$. **C.** $P=\frac{7}{10}$. **D.** $P=\frac{7}{15}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^3=120$.

Gọi B là biến cố "Ba số chọn ra không có hai số nào là hai số nguyên liên tiếp".

$\Rightarrow$ $\overline{B}$ là biến cố "Ba số được chọn có ít nhất hai số là các số tự nhiên liên tiếp".

+ Bộ ba số dạng $(1,2,a_1)$, với $a_1\in A\setminus\{1,2\}$: có 8 bộ ba số.

+ Bộ ba số có dạng $(2,3,a_2)$, với $a_2\in A\setminus\{1,2,3\}$: có 7 bộ ba số.

+ Tương tự mỗi bộ ba số dạng $(3,4,a_3)$, $(4,5,a_4)$, $(5,6,a_5)$, $(6,7,a_6)$, $(7,8,a_7)$, $(8,9,a_8)$, $(9,10,a_9)$ đều có 7 bộ.

$\Rightarrow n(\overline{B})=8+8.7=64$.

$\Rightarrow P(B)=1-P(\overline{B})=1-\frac{64}{120}=\frac{7}{15}$.

Câu 25: (THPT Chuyên ĐH KHTN-Hà Nội năm 2017-2018) Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $3^nC_n^0-3^{n-1}C_n^1+3^{n-2}C_n^2-.....+(-1)^nC_n^n=2048$. Hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^n$ là:

A. 11264. **B.** 22. **C.** 220. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(3-1)^n=3^nC_n^0-3^{n-1}C_n^1+3^{n-2}C_n^2-.....+(-1)^nC_n^n$

$\Leftrightarrow 2^n=2048 \Leftrightarrow 2^n=2^{11} \Leftrightarrow n=11$.

Xét khai triển $(x+2)^{11}=\sum_{k=0}^{11}C_{11}^kx^{11-k}.2^k$

Tìm hệ số của x^{10} $\Leftrightarrow$ tìm $k\in\mathbb{N}$ $(k\le 11)$ thỏa mãn $11-k=10 \Leftrightarrow k=1$.

Vậy hệ số của x^{10} trong khai triển $(x+2)^{11}$ là $C_{11}^{1}.2=22$.

Câu 26: (THPT Chuyên Hạ Long-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $5,6,7,8,9$. Tính tổng tất cả các số thuộc tập S.

A. 9333420. **B.** 46666200. **C.** 9333240. **D.** 46666240.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số các số tự nhiên gồm 5 chữ số đôi một khác nhau được lập từ $5,6,7,8,9$ là $5!=120$ số.

Vì vai trò các chữ số như nhau nên mỗi chữ số $5,6,7,8,9$ xuất hiện ở hàng đơn vị là $4!=24$ lần.

Tổng các chữ số ở hàng đơn vị là $24(5+6+7+8+9)=840$.

Tương tự thì mỗi lần xuất hiện ở các hàng chục, trăm, nghìn, chục nghìn của mỗi chữ số là 24 lần.

Vậy tổng các số thuộc tập S là $840(1+10+10^2+10^3+10^4)=9333240$.

Câu 27: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^0+5C_n^1+8C_n^2+...+(3n+2)C_n^n=1600$.

A. $n=5$. **B.** $n=7$. **C.** $n=10$. **D.** $n=8$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2C_n^0+5C_n^1+8C_n^2+...+(3n+2)C_n^n=3\left(C_n^1+2C_n^2+...+nC_n^n\right)+2\left(C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n\right)$.

Mặt khác $C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=2^n$.

Cách 1: Ta có $kC_n^k=k.\dfrac{n!}{(n-k)!k!}=n.\dfrac{(n-1)!}{(n-k)!(k-1)!}=nC_{n-1}^{k-1}$.

Khi đó $C_n^1+2C_n^2+...+nC_n^n=nC_{n-1}^0+nC_{n-1}^1+...+nC_{n-1}^{n-1}=n\left(C_{n-1}^0+C_{n-1}^1+...+C_{n-1}^{n-1}\right)=n2^{n-1}$.

Cách 2: $(1+x)^n=C_n^0+C_n^1x+C_n^2x^2+C_n^3x^3+...+C_n^nx^n\ (1)$.

Đạo hàm hai vế của (1) ta được $n(1+x)^{n-1}=C_n^1+2xC_n^2+3x^2C_n^3+...+nx^{n-1}C_n^n$

Khi đó với $x=1$, ta có $n2^{n-1}=C_n^1+2C_n^2+3C_n^3+...+nC_n^n$

Do đó $2C_n^0+5C_n^1+8C_n^2+...+(3n+2)C_n^n=3n.2^{n-1}+2.2^n=(3n+4).2^{n-1}$.

Theo giả thiết ta có $(3n+4).2^{n-1}=1600\Leftrightarrow n=7$.

Câu 28: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Thầy Bình đặt lên bàn 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Bạn An chọn ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để trong 10 tấm thẻ lấy ra có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho 10.

A. $\dfrac{99}{667}$. **B.** $\dfrac{8}{11}$. **C.** $\dfrac{3}{11}$. **D.** $\dfrac{99}{167}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{30}^{10}$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán.

Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ, có C_{15}^{5} cách.

Lấy 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10, có C_{3}^{1} cách.

Lấy 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10, có C_{12}^{4}.

Vậy $P(A)=\dfrac{C_{15}^{5}.C_{3}^{1}.C_{12}^{4}}{C_{30}^{10}}=\dfrac{99}{667}$.

Câu 29: (THPT Chuyên Lê Quý Đôn-Đà Nẵng năm 2017-2018) Cho số nguyên dương n, tính tổng

$$S=\frac{-C_{n}^{1}}{2.3}+\frac{2C_{n}^{2}}{3.4}-\frac{3C_{n}^{3}}{4.5}+...+\frac{(-1)^{n}nC_{n}^{n}}{(n+1)(n+2)}.$$

A. $S=\dfrac{-n}{(n+1)(n+2)}$. **B.** $S=\dfrac{2n}{(n+1)(n+2)}$. **C.** $S=\dfrac{n}{(n+1)(n+2)}$. **D.** $S=\dfrac{-2n}{(n+1)(n+2)}$.

Lời giải

Chọn A

Với k, $n\in\mathbb{N}$, $0\le k\le n$, $n>0$ ta có:

$$\frac{1}{k+1}C_{n}^{k}=\frac{n!}{(k+1)k!(n-k)!}=\frac{(n+1)!}{(n+1)(k+1)!(n-k)!}=\frac{1}{n+1}C_{n+1}^{k+1}.$$

Áp dụng ta có:

$$\frac{k.C_{n}^{k}}{(k+1)(k+2)}=\frac{C_{n}^{k}}{k+1}\left(1-\frac{2}{k+2}\right)=\frac{C_{n}^{k}}{k+1}-2\frac{C_{n}^{k}}{(k+1)(k+2)}=\frac{C_{n+1}^{k+1}}{n+1}-2.\frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}.$$

Suy ra $S=\dfrac{-C_{n+1}^{2}+C_{n+1}^{3}-C_{n+1}^{4}+...+(-1)^{n}C_{n+1}^{n+1}}{n+1}-\dfrac{2\left[-C_{n+2}^{3}+C_{n+2}^{4}+...+(-1)^{n}C_{n+2}^{n+2}\right]}{(n+1)(n+2)}$.

Ta có $-C_{n+1}^{2}+...+(-1)^{n}C_{n+1}^{n+1}=\left(-C_{n+1}^{0}+C_{n+1}^{1}-C_{n+1}^{2}+...+(-1)^{n}C_{n+1}^{n+1}\right)+C_{n+1}^{0}-C_{n+1}^{1}$

$=-(1-1)^{n+1}+1-(n+1)=-n$.

$-C_{n+2}^{3}+C_{n+2}^{4}+...+(-1)^{n}C_{n+2}^{n+2}$

$=\left(C_{n+2}^{0}-C_{n+2}^{1}+C_{n+2}^{2}-C_{n+2}^{3}+C_{n+2}^{4}+...+(-1)^{n}C_{n+2}^{n+2}\right)-\left(C_{n+2}^{0}-C_{n+2}^{1}+C_{n+2}^{2}\right)$

$=(1-1)^{n+1}-\left(1-(n+2)+\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}\right)=-\dfrac{n^{2}+n}{2}$.

Vậy $S=\dfrac{1}{n+1}(-n)+\dfrac{2}{(n+1)(n+2)}.\dfrac{n^{2}+n}{2}=\dfrac{-n}{(n+1)(n+2)}$.

Phương pháp trắc nghiệm

Thử với $n=1$, ta được $S=\dfrac{-1}{6}$.

Thử các phương án: phương án **A**: $S=-\dfrac{1}{6}$; phương án **B**: $S=\dfrac{2}{6}=\dfrac{1}{3}$; phương án **C**: $S=\dfrac{1}{6}$; phương án **D**: $S=\dfrac{-2}{6}=\dfrac{-1}{3}$ $\Rightarrow$ chọn phương án **A**.

Câu 30: (THPT Chuyên Phan Bội Châu-Nghệ An- lần 1 năm 2017-2018) Tô màu các cạnh của hình vuông $ABCD$ bởi 6 màu khác nhau sao cho mỗi cạnh được tô bởi một màu và hai cạnh kề nhau thì tô bởi hai màu khác nhau. Hỏi có bao nhiêu cách tô?

A. 360. **B.** 480. **C.** 600. **D.** 630.

Lời giải

Chọn D

Trường hợp 1: Tô cạnh AB và CD khác màu:

- Số cách tô cạnh AB: 6 cách.
- Số cách tô cạnh BC: 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).
- Số cách tô cạnh CD: 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và BC).
- Số cách tô cạnh AD: 4 cách (tô khác màu với các cạnh AB và CD).

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.4.4 = 480$ cách tô cạnh AB và CD khác màu.

Trường hợp 2: Tô cạnh AB và CD cùng màu:

- Số cách tô cạnh AB: 6 cách.
- Số cách tô cạnh BC: 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).
- Số cách tô cạnh CD: 1 cách (tô cùng màu với cạnh AB).
- Số cách tô cạnh AD: 5 cách (tô khác màu với cạnh AB).

Theo quy tắc nhân ta có: $6.5.1.5 = 150$ cách tô cạnh AB và CD cùng màu.

Vậy số cách tô màu thỏa đề bài là: $480 + 150 = 630$ cách.

Câu 31: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Có mười cái ghế (mỗi ghế chỉ ngồi được một người) được sắp trên một hàng ngang. Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh ngồi vào, mỗi học sinh ngồi đúng một ghế. Tính xác suất sao cho không có hai ghế trống nào kề nhau.

A. $0,25$. **B.** $0,46$. **C.** $0,6(4)$. **D.** $0,4(6)$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = A_{10}^7 = 604800$.

Gọi A là biến cố: "Xếp ngẫu nhiên 7 học sinh ngồi vào mười cái ghế sao cho không có hai ghế trống nào kề nhau".

Sắp 7 ghế trống và đặt 7 học sinh vào có $7!$ cách.

Giữa 7 học sinh có 8 khoảng trống ta chọn ra 3 chỗ đặt 3 cái ghế còn lại vào có C_8^3.

Khi đó $n(A) = 7!C_8^3 = 282240$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{282240}{604800} = \dfrac{7}{15} = 0,4(6)$.

Câu 32: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Tìm số hạng thứ 4 trong khai triển $(a-2x)^{20}$ theo lũy thừa tăng dần của x ?

A. $-C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$. **B.** $C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$. **C.** $-C_{20}^3 2^3 a^{17}$. **D.** $C_{20}^3 2^3 a^{17}$.

Lời giải

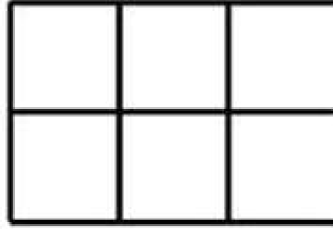
Chọn D

Khai triển theo lũy thừa tăng dần của x: $(a-2x)^{20} = \sum\limits_{k=0}^{20} (-2x)^k .a^{20-k} = \sum\limits_{k=0}^{20} (-2)^k .a^{20-k} x^k$

số hạng thứ 4 trong khai triển: $T_3 = -C_{20}^3 2^3 a^{17} x^3$.

Câu 33: **(THPT Chuyên Quốc Học-Huế năm 2017-2018)** Bé Minh có một bảng hình chữ nhật gồm 6 hình vuông đơn vị, cố định không xoay như hình vẽ. Bé muốn dùng 3 màu để tô tất cả các cạnh của các hình vuông đơn vị, mỗi cạnh tô một lần sao cho mỗi hình vuông đơn vị được tô bởi

đúng 2 màu, trong đó mỗi màu tô đúng 2 cạnh. Hỏi bé Minh có tất cả bao nhiêu cách tô màu bảng ?



A. 4374. **B.** 139968. **C.** 576. **D.** 15552.

Lời giải

Chọn D

Tô màu theo nguyên tắc:

Tô 1 ô vuông 4 cạnh: chọn 2 trong 3 màu, ứng với 2 màu được chọn có 6 cách tô. Do đó, có $6.C_3^2$ cách tô.

Tô 3 ô vuông 3 cạnh (có một cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 3 cách tô màu 1 trong 3 cạnh theo màu của cạnh đã tô trước đó, chọn 1 trong 2 màu còn lại tô 2 cạnh còn lại, có $3.C_2^1 = 6$ cách tô. Do đó có 6^3 cách tô.

Tô 2 ô vuông 2 cạnh (có 2 cạnh đã được tô trước đó): ứng với 1 ô vuông có 2 cách tô màu 2 cạnh (2 cạnh tô trước cùng màu hay khác nhau không ảnh hưởng số cách tô). Do đó có 2^2 cách tô.

Vậy có: $6.C_3^2.6^3.4 = 15552$ cách tô.

Câu 34: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Gọi A là tập các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau được tạo ra từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5. Từ A chọn ngẫu nhiên một số. Tính xác suất để số được chọn có chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau.

A. $\frac{4}{25}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{8}{25}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = 5.5! = 600$.

Gọi số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và có chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau là $\overline{abcde}$.

- Ta coi cặp $(3,4)$ là phần tử kép, khi đó chỉ có 5 phần tử 0, 1, 2, $(3,4)$, 5.
- Số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và có chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau (kể cả số 0 đứng đầu) là: $2.5! = 240$ số.
- Số các số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau và có chữ số 3 và 4 đứng cạnh nhau (có số 0 đứng đầu) là: $2.4! = 48$ số.

Gọi B là biến cố cần tính xác suất, suy ra $n(B) = 240 - 48 = 192$.

Vậy $P(B) = \frac{192}{600} = \frac{8}{25}$.

Câu 35: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 3 năm 2017-2018) Cho đa giác đều 100 nội tiếp một đường tròn. Số tam giác từ được tạo thành từ 3 trong 100 đỉnh của đa giác là:

A. 44100. **B.** 78400. **C.** 117600. **D.** 58800.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét đường kính A_1A_{51} của đường tròn ngoại tiếp đa giác. Với điểm A_1 có $2.C_{49}^2$ cách chọn hai đỉnh thuộc cùng nửa đường tròn đường kính A_1A_{51} để tạo thành tam giác tù có góc A_1. Như vậy có $100.2.C_{49}^2$ tam giác, trong đó mỗi tam giác bị đếm hai lần.

Vậy số tam giác tù là $100.C_{49}^2 = 117600$.

Câu 36: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Số 6303268125 có bao nhiêu ước số nguyên ?

A. 420. **B.** 630. **C.** 240. **D.** 720.

Lời giải

Chọn D

Ta có $6303268125 = 5^4.3^5.7^3.11^2$.

Do đó 6303268125 có $2.(4+1).(5+1).(3+1).(2+1) = 720$ ước số nguyên.

Câu 37: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc - lần 3 năm 2017-2018) Từ các chữ số $0, 1, 2, 3, 5, 8$ có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có bốn chữ số đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số 3.

A. 36 số. **B.** 108 số. **C.** 228 số. **D.** 144 số.

Lời giải

Chọn B

Gọi số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $\overline{abcd}$. Do số cần lập là số lẻ và phải có mặt chữ số 3 nên ta có các trường hợp.

TH1: $a = 3$ khi đó số có dạng $\overline{3bcd}$.

Có 2 cách chọn d.

Có 4 cách chọn a.

Có 3 cách chọn c.

Theo quy tắc nhân có $1.4.3.2 = 24$ (số).

TH2: $b = 3$ khi đó số có dạng $\overline{a3cd}$.

Có 2 cách chọn d.

Có 3 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 3 cách chọn c.

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$ (số).

TH3: $c = 3$ khi đó số có dạng $\overline{ab3d}$.

Có 2 cách chọn d.

Có 3 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 3 cách chọn b.

Theo quy tắc nhân có $3.1.3.2 = 18$ (số).

TH4: $d = 3$ khi đó số có dạng $\overline{abc3}$.

Có 4 cách chọn a (do $a \neq 0$).

Có 4 cách chọn b.

Có 3 cách chọn c.

Theo quy tắc nhân có $4.4.3.1 = 48$ (số).

Theo quy tắc cộng có $24 + 18 + 18 + 48 = 108$ (số).

Câu 38: (THPT Hoài Ân-Hải Phòng năm 2017-2018) Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu, mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được $0,2$ điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên 1 trong 4 phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được 6 điểm.

A. $1-0,25^{20}.0,75^{30}$. **B.** $0,25^{30}.0,75^{20}$. **C.** $0,25^{20}.0,75^{30}$. **D.** $0,25^{30}.0,75^{20}C_{50}^{20}$.

Lời giải

Chọn D

Vì mỗi câu trả lời đúng được $0,2$ điểm nên để đạt được 6 điểm cần trả lời đúng 30 câu.

Do mỗi câu có 4 phương án trả lời trong đó chỉ có 1 phương án đúng nên xác suất trả lời đúng một câu hỏi là $\frac{1}{4}$ và xác suất trả lời sai một câu hỏi là $\frac{3}{4}$.

Vậy xác suất thí sinh đạt được 6 điểm là $0,25^{30}.0,75^{20}C_{50}^{20}$.

Câu 39: (THPT Kinh Môn 2-Hải Dương năm 2017-2018) Cho một đa giác đều gồm $2n$ đỉnh $\left(n\geq 2, n\in\mathbb{N}\right)$. Chọn ngẫu nhiên ba đỉnh trong số $2n$ đỉnh của đa giác, xác suất ba đỉnh được chọn tạo thành một tam giác vuông là $\frac{1}{5}$. Tìm n

A. $n=5$. **B.** $n=4$. **C.** $n=10$. **D.** $n=8$.

Lời giải

Chọn D

Ta có một đa giác đều $2n$ cạnh có n đường chéo đi qua tâm. Ta lấy hai đường chéo thì tạo thành một hình chữ nhật. Mỗi một hình chữ nhật sẽ có bốn tam giác vuông. Vậy số tam giác vuông tạo thành từ đa giác đều $2n$ đỉnh là $4.C_n^2=\frac{4.n!}{2!\left(n-2\right)!}=2n\left(n-1\right)$,

Không gian mẫu là: $C_{2n}^3=\frac{(2n)!}{3!\left(2n-3\right)!}=\frac{2n.\left(2n-1\right)\left(2n-2\right)}{6}$,

Xác suất là: $P=\frac{12n\left(n-1\right)}{2n\left(2n-1\right)\left(2n-2\right)}=\frac{3}{\left(2n-1\right)}$,

Theo bài ra thì $P=\frac{1}{5}\Leftrightarrow\frac{3}{2n-1}=\frac{1}{5}\Leftrightarrow 15=2n-1\Leftrightarrow n=8$.

Câu 40: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tìm xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ chia hết cho 10.

A. $\frac{99}{667}$. **B.** $\frac{98}{667}$. **C.** $\frac{97}{667}$. **D.** $\frac{96}{667}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu : $C_{30}^{10}=30045015$.

Lấy 5 tấm thẻ mang số lẻ có : C_{15}^5.

Lấy 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có đúng một tấm thẻ chia hết cho 10: $C_3^1C_{12}^4$

Số phần tử của biến cố cần tìm : $C_3^1C_{12}^4C_{15}^5=4459455$.

Vậy xác suất cần tìm là : $\frac{4459455}{30045015}=\frac{99}{667}$.

Câu 41: (THPT Lê Hoàn-Thanh Hóa-lần 1 năm 2017-2018) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 ta lập các số tự nhiên có 6 chữ số, mà các chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số vừa lập, tính xác suất để chọn được một số có đúng 3 chữ số lẻ mà các chữ số lẻ xếp kề nhau.

A. $\frac{4}{35}$. **B.** $\frac{1}{35}$. **C.** $\frac{1}{840}$. **D.** $\frac{1}{210}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phần từ của không gian mẫu là $n(\Omega)=A_8^6=20160$.

Gọi A: "Số được chọn có đúng 3 chữ số lẻ mà các chữ số lẻ xếp kề nhau".

Chọn 3 chữ số lẻ có $A_4^3=24$ cách. Ta coi 3 chữ số lẻ này là một số a;

Sắp xếp số a vào 4 vị trí có 4 cách;

Còn 3 vị trí còn lại sắp xếp các chữ số chẵn có $A_4^3=24$ cách;

Khi đó $n(A)=24.4.24=2304$.

Vậy xác suất cần tính là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{4}{35}$.

Câu 42: (THPT Ninh Giang-Hải Dương năm 2017-2018) Chia ngẫu nhiên 20 chiếc kẹo giống nhau thành 4 phần quà (phần nào cũng có kẹo). Tính xác suất để mỗi phần đều có ít nhất 3 chiếc kẹo.

A. $\frac{55}{969}$. **B.** $\frac{56}{969}$. **C.** $\frac{56}{323}$. **D.** $\frac{55}{323}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt 20 chiếc kẹo thành thành ngang, khi đó có 19 khoảng trống giữa các chiếc kẹo. Khi đó để chia 20 chiếc kẹo thành 4 phần quà thì ta đặt bất kì 3 vạch vào trong các khoảng trống đó.

Khi đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{19}^3$

Để chia thành 4 phần quà mà mỗi phần có ít nhất 3 chiếc kẹo ta làm như sau:

+ Chia mỗi phần là 2 viên kẹo.

+ Còn lại 12 viên kẹo. Khi đó bài toán trở thành: Có bao nhiêu cách chia 12 viên kẹo thành 4 phần quà sao cho mỗi phần có ít nhất 1 viên kẹo. Để làm bài toán này ta cũng xếp 12 viên kẹo thành hàng ngang, khi đó có 11 khoảng trống. Vậy có C_{11}^3 cách chia.

Khi đó xác suất để chia 20 viên kẹo thỏa mãn yêu cầu bài toán là: $\frac{C_{11}^3}{C_{19}^3}=\frac{55}{323}$.

Câu 43: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Từ các chữ số 1, 2, 3, 4, 5, 6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên lẻ có 6 chữ số khác nhau và trong mỗi số đó tổng của ba chữ số đầu lớn hơn tổng của ba chữ số cuối một đơn vị

A. 32. **B.** 72. **C.** 36. **D.** 24.

Lời giải

Chọn B

Gọi $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ là số cần tìm

Ta có $a_6\in\{1;3;5\}$ và $(a_1+a_2+a_3)-(a_4+a_5+a_6)=1$

❍ Với $a_6 = 1$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 2 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2,3,6\} \\ a_4, a_5 \in \{4,5\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2,4,5\} \\ a_4, a_5 \in \{3,6\} \end{cases}$

❍ Với $a_6 = 3$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 4 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2;4;5\} \\ a_4, a_5 \in \{1,6\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1,4,6\} \\ a_4, a_5 \in \{2,5\} \end{cases}$

❍ Với $a_6 = 5$ thì $(a_1 + a_2 + a_3) - (a_4 + a_5) = 6 \Rightarrow \begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{2,3,6\} \\ a_4, a_5 \in \{1,4\} \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a_1, a_2, a_3 \in \{1,4,6\} \\ a_4, a_5 \in \{2,3\} \end{cases}$

Mỗi trường hợp có $3!.2! = 12$ số thỏa mãn yêu cầu

Vậy có tất cả $6.12 = 72$ số cần tìm.

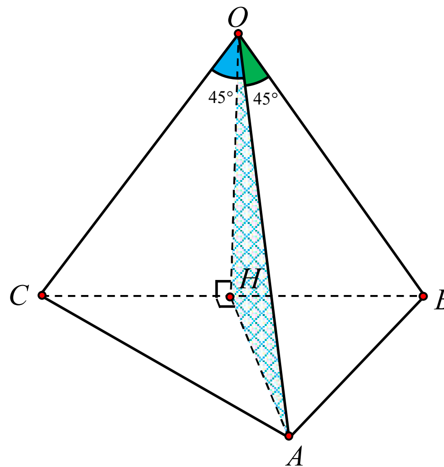
Câu 44: (THPT Phan Đăng Lưu-Huế-lần 1 năm 2017-2018) Khối chóp $O.ABC$ có $OB = OC = a$, $\widehat{AOB} = \widehat{AOC} = 45°$, $\widehat{BOC} = 60°$, $OA = a\sqrt{2}$. Khi đó thể tích khối tứ diện $O.ABC$ bằng:

A. $\frac{a^2}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:



❍ Tam giác OBC có $OB = OC = a$, $\widehat{BOC} = 60° \Rightarrow OBC$ là tam giác đều $\Rightarrow BC = a$.

❍ Tam giác OAC và OAB bằng nhau $\Rightarrow AB = AC$

❍ Áp dụng định lí cosin trong tam giác OAB ta có:

$AB^2 = OA^2 + OB^2 - 2.OA.OB.\cos 45° \Leftrightarrow AB^2 = a^2 \Leftrightarrow AB = AC = a$.

Khi đó tam giác ABC đều.

Gọi H là trung điểm BC thì $OH = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $\cos\widehat{OHA} = \frac{OH^2 + AH^2 - OA^2}{2.AH.OH} = \frac{-1}{3}$

$\Rightarrow \sin\widehat{OHA} = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Rightarrow S_{OAH} = \frac{1}{2}OH.AH.\sin\widehat{OHA} = \frac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp OH \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (OAH)$.

$V_{O.ABC} = 2V_{B.OAH} \Leftrightarrow V_{O.ABC} = 2.\frac{1}{3}.BH.S_{OAH} \Leftrightarrow V_{O.ABC} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Cách 2: Áp dụng công thức giải nhanh

Khối tứ diện $OABC$ có $\begin{cases} OA = a, OB = b, OC = c \\ \widehat{AOB} = \alpha, \widehat{AOC} = \beta, \widehat{BOC} = \gamma \end{cases}$ thì

$V_{OABC} = \frac{abc}{6}\sqrt{1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta - \cos^2\gamma + 2\cos\alpha.\cos\beta.\cos\gamma} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$.

Câu 45: (THPT Quãng Xương 1-Thanh Hóa năm 2017-2018) Số cách chia 8 đồ vật khác nhau cho 3 người sao cho có một người được 2 đồ vật và 2 người còn lại mỗi người được 3 đồ vật là

A. 560. **B.** 840. **C.** 3360. **D.** 1680.

Lời giải

Chọn D

Ta có: Người thứ nhất lấy 2 đồ vật có C_8^2 cách.

Người thứ hai lấy 3 đồ vật từ 6 đồ vật còn lại có C_6^3 cách.

Người thứ ba lấy 3 đồ vật còn lại có C_3^3 cách.

Vì vai trò lấy của cả ba người là như nhau nên hoán vị ba người lấy hai đồ vật, có 3 cách.

Vậy có tất cả: $3.C_8^2.C_6^3.C_3^3 = 1680$ cách.

Câu 46: (THPT Thanh Miện 1-Hải Dương-lần 1 năm 2017-2018) Từ 1 nhóm học sinh của lớp 10A gồm 5 bạn học giỏi môn Toán, 4 bạn học giỏi môn Lý, 3 bạn học giỏi môn Hóa, 2 bạn học giỏi môn Văn (mỗi học sinh chỉ học giỏi đúng 1 môn). Đoàn trường chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để tham gia thi hành trình tri thức. Tính xác suất để chọn được 4 học sinh sao cho có ít nhất 1 bạn học giỏi Toán và ít nhất 1 bạn học giỏi Văn.

A. $P = \frac{395}{1001}$. **B.** $P = \frac{415}{1001}$. **C.** $P = \frac{621}{1001}$. **D.** $P = \frac{1001}{415}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 4 học sinh từ 1 nhóm có 14 học sinh là: $C_{14}^4 = 1001$ cách.

Số cách chọn 4 học sinh gồm:

1 giỏi Toán, 1 giỏi Văn, 2 giỏi Lý hoặc Hóa là: $C_5^1.C_2^1.C_7^2 = 210$.

1 giỏi Toán, 2 giỏi Văn, 1 giỏi Lý hoặc Hóa là: $C_5^1.C_2^2.C_7^1 = 35$.

2 giỏi Toán, 1 giỏi Văn, 1 giỏi Lý hoặc Hóa là: $C_5^2.C_2^1.C_7^1 = 140$.

2 giỏi Toán, 2 giỏi Văn là: $C_5^2.C_2^2 = 10$ .3 giỏi Toán, 1 giỏi Văn là: $C_5^3.C_2^1 = 20$.

Số cách chọn 4 học sinh sao cho có ít nhất 1 bạn học giỏi Toán và ít nhất 1 bạn học giỏi Văn là:

$210 + 35 + 140 + 10 + 20 = 415$.

Vậy xác suất cần tính là: $P = \frac{415}{1001}$.

Câu 47: (THPT Tứ Kỳ-Hải Dương năm 2017-2018) Người ta muốn chia tập hợp 16 học sinh gồm 3 học sinh lớp $12A$, 5 học sinh lớp $12B$ và 8 học sinh lớp $12C$ thành hai nhóm, mỗi nhóm có 8 học sinh. Xác suất sao cho ở mỗi nhóm đều có học sinh lớp $12A$ và mỗi nhóm có ít nhất hai học sinh lớp $12B$ là:

A. $\frac{42}{143}$. **B.** $\frac{84}{143}$. **C.** $\frac{356}{1287}$. **D.** $\frac{56}{143}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $n(\Omega)=C_{16}^{8}=12870$.

Số cách chia nhóm thỏa mãn bài toán là số cách chọn ra một tổ có số học sinh lớp $12A$ từ 1 đến 2 em, số học sinh lớp $12B$ là 2 em, còn lại là học sinh lớp $12C$.

Khi đó xảy ra các trường hợp sau:

TH1: 2 học sinh $12B$ + 2 học sinh $12A$ + 4 học sinh $12C$

Có: $C_5^2.C_3^2.C_8^4=2100$.

TH2: 2 học sinh $12B$ + 1 học sinh $12A$ + 5 học sinh $12C$

Có: $C_5^2.C_3^1.C_8^5=1680$.

$\Rightarrow n(A)=2100+1680=3780$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{3780}{12870}=\frac{42}{143}$.

Câu 48: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Cho đa giác đều $A_1A_2A_3\ldots.A_{30}$ nội tiếp trong đường tròn (O). Tính số hình chữ nhật có các đỉnh là 4 trong 30 đỉnh của đa giác đó.

A. 105. **B.** 27405. **C.** 27406. **D.** 106.

Lời giải

Chọn A

Trong đa giác đều $A_1A_2A_3\ldots.A_{30}$ nội tiếp trong đường tròn (O) cứ mỗi điểm A_1 có một điểm A_i đối xứng với A_1 qua O $(A_1\neq A_i)$ ta được một đường kính, tương tự với A_2, A_3,.., A_{30}. Có tất cả 15 đường kính mà các điểm là đỉnh của đa giác đều $A_1A_2A_3\ldots.A_{30}$. Cứ hai đường kính đó ta được một hình chữ nhật mà bốn điểm là các đỉnh của đa giác đều: có $C_{15}^2=105$ hình chữ nhật tất cả.

Câu 49: (THPT Xuân Trường-Nam Định năm 2017-2018) Tính tổng

$C_{2017}^1-2^2C_{2017}^2+3.2^2C_{2017}^3-4.2^3C_{2017}^4+\ldots-2016.2^{2015}C_{2017}^{2016}+2017.2^{2016}C_{2017}^{2017}$ ta được kết quả là

A. -2017. **B.** -2016. **C.** 2017. **D.** 2016.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $(1-x)^{2017}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k.(-1)^k.x^k \Rightarrow \left[(1-x)^{2017}\right]'=\sum_{k=0}^{2017}\left[C_{2017}^k.(-1)^k.x^k\right]'$

$\Leftrightarrow 2017.(1-x)^{2016}=C_{2017}^1-2xC_{2017}^2+3x^2C_{2017}^3-4.2^3C_{2017}^4+\ldots-2016.2^{2015}C_{2017}^{2016}+2017.2^{2016}C_{2017}^{2017}$

Cho $x=2$ ta được:

$C_{2017}^1-2^2C_{2017}^2+3.2^2C_{2017}^3-4.2^3C_{2017}^4+\ldots-2016.2^{2015}C_{2017}^{2016}+2017.2^{2016}C_{2017}^{2017}=2017$.

Câu 50: (THPT Lương Văn ChasnhPhus Yên năm 2017-2018) Có 10 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt, thắng được 3 điểm, hòa 1 điểm, thua 0 điểm. Kết thúc giải đấu, tổng cộng số điểm của tất cả 10 đội là 130. Hỏi có bao nhiêu trận hòa ?

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Vì 10 đội bóng thi đấu theo thể thức vòng tròn một lượt nên số trận đấu là $C_{10}^2 = 45$ (trận).

Gọi số trận hòa là x, số không hòa là $45 - x$ (trận).

Tổng số điểm mỗi trận hòa là 2, tổng số điểm của trận không hòa là $3(45 - x)$.

Theo đề bài ta có phương trình $2x + 3(45 - x) = 130 \Leftrightarrow x = 5$.

Vậy có 5 trận hòa.

Câu 51: (THPT Hậu Lộc 2-Thanh Hóa năm 2017-2018) Từ các chữ số $\{0,1,2,3,4,5,6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Xác suất để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ là:

A. $p = \frac{4}{85}$. **B.** $p = \frac{4}{135}$. **C.** $p = \frac{3}{20}$. **D.** $p = \frac{5}{158}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi số cần lập là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$.

Gọi A là biến cố "số đó là tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$"

Không gian mẫu có số phần tử là : $n(\Omega) = 6.A_6^5 = 4320$ (phần tử).

Để viết được số thỏa mãn điều kiện $a_1 + a_2 = a_3 + a_4 = a_5 + a_6$ ta có các trường hợp sau :

TH1 : các số được lấy từ tập $\{0;1;2;3;4;5\}$ ta có :

+) Nếu $(a_1;a_2)$ là $(0;5)$ thì ta có 1 cách xếp cho a_1, a_2. Còn lại có : $2.2!.2! = 8$ cách xếp cho bốn vị trí $a_3;a_4;a_5;a_6$. Do đó có : $1.8 = 8$ số thỏa mãn bài toán.

+) Nếu $(a_1;a_2) \neq (0;5)$ thì ta có : $2.2! = 4$ cách xếp cho a_1, a_2. Còn lại có : $2.2!.2! = 8$ cách xếp cho bốn vị trí $a_3;a_4;a_5;a_6$. Do đó có : $4.8 = 32$ số thỏa mãn bài toán.

$\Rightarrow$ TH1 có : $8 + 32 = 40$ số thỏa mãn bài toán.

TH2 : các số được lấy từ tập $\{0;2;3;4;5;6\}$ tương tự ta có :

+) Nếu $(a_1;a_2)$ là $(0;6)$ thì ta có 1 cách xếp cho a_1, a_2. Còn lại có : $2.2!.2! = 8$ cách xếp cho bốn vị trí $a_3;a_4;a_5;a_6$. Do đó có : $1.8 = 8$ số thỏa mãn bài toán.

+) Nếu $(a_1;a_2) \neq (0;6)$ thì ta có : $2.2! = 4$ cách xếp cho a_1, a_2. Còn lại có : $2.2!.2! = 8$ cách xếp cho bốn vị trí $a_3;a_4;a_5;a_6$. Do đó có : $4.8 = 32$ số thỏa mãn bài toán.

$\Rightarrow$ TH2 có : $8 + 32 = 40$ số thỏa mãn bài toán.

TH3 : các số được lấy từ tập $\{1;2;3;4;5;6\}$ ta có : $3!2!2!2! = 48$ số thỏa mãn bài toán.

$\Rightarrow n(\Omega_A) = 40 + 40 + 48 = 128$.

Xác suất cần tìm là : $P\left(A\right)=\dfrac{128}{4320}=\dfrac{4}{135}$.

Câu 52: (THPT Chuyên Biên Hòa-Hà Nam-lần 1 năm 2017-2018) Cho tập A gồm 20 phần tử. Có bao nhiêu tập con của A khác rỗng và số phần tử là số chẵn?

A. $2^{19}-1$. **B.** $2^{20}-1$. **C.** 2^{20}. **D.** 2^{19}.

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển $\left(1+x\right)^{20}=C_{20}^{0}+C_{20}^{1}x+C_{20}^{2}x^{2}+C_{20}^{3}x^{3}+...+C_{20}^{19}x^{19}+C_{20}^{20}x^{20}$.

Khi $x=1$ ta có $2^{20}=C_{20}^{0}+C_{20}^{1}+C_{20}^{2}+C_{20}^{3}+...+C_{20}^{19}+C_{20}^{20}$ $\quad(1)$

Khi $x=-1$ ta có $0=C_{20}^{0}-C_{20}^{1}+C_{20}^{2}-C_{20}^{3}+...-C_{20}^{19}+C_{20}^{20}$ $\quad(2)$

Cộng vế theo vế (1) và (2) ta được:

$2^{20}=2\left(C_{20}^{0}+C_{20}^{2}+...+C_{20}^{20}\right)\Rightarrow 2^{19}-1=C_{20}^{2}+C_{20}^{4}+...+C_{20}^{20}$.

Vậy số tập con của A khác rỗng và số phần tử là số chẵn là $2^{19}-1$ phần tử.

Câu 53: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Khai triển $(\sqrt{5}-\sqrt[4]{7})^{124}$. Có bao nhiêu số hạng hữu tỉ trong khai triển trên?

A. 30. **B.** 31. **C.** 32. **D.** 33.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $(\sqrt{5}-\sqrt[4]{7})^{124}=\sum\limits_{k=0}^{124}C_{124}^{k}.\left(-1\right)^{k}.5^{\frac{124-k}{2}}.7^{\frac{k}{4}}$

Số hạng hữu tỉ trong khai triển tương ứng với $\begin{cases}\dfrac{124-k}{2}\in\mathbb{Z}\\ \dfrac{k}{4}\in\mathbb{Z}\end{cases}\Leftrightarrow k\in\left\{0;4;8;12;...;124\right\}$.

Vậy số các giá trị k là: $\dfrac{124-0}{4}+1=32$.

Câu 54: (THPT Trần Nhân Tông-Quảng Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Một thí sinh tham gia kì thi THPT Quốc gia. Trong bài thi môn Toán bạn đó làm được chắc chắn đúng 40 câu. Trong 10 câu còn lại chỉ có 3 câu bạn loại trừ được mỗi câu một đáp án chắc chắn sai. Do không còn đủ thời gian nên bạn bắt buộc phải khoanh bừa các câu còn lại. Hỏi xác suất bạn đó được 9 điểm là bao nhiêu?

A. $0,079$. **B.** $0,179$. **C.** $0,097$. **D.** $0,068$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Bài thi có 50 câu nên mỗi câu đúng được $\dfrac{1}{5}$ điểm. Như vậy để được 9 điểm, thí sinh này phải trả lời đúng thêm 5 câu nữa.

Trong 10 câu còn lại chia làm 2 nhóm:

+ Nhóm A là 3 câu đã loại trừ được một đáp án chắc chắn sai. Nên xác suất chọn được phương án trả lời đúng là $\frac{1}{3}$, xác suất chọn được phương án trả lời sai là $\frac{2}{3}$.

+ Nhóm B là 7 câu còn lại, xác suất chọn được phương án trả lời đúng là $\frac{1}{4}$, xác suất chọn được phương án trả lời sai là $\frac{3}{4}$.

Ta có các trường hợp sau:

- TH1 : có 3 câu trả lời đúng thuộc nhóm A và 2 câu trả lời đúng thuộc nhóm B.

- Xác suất là $P_1 = \left(\frac{1}{3}\right)^3 .C_7^2.\left(\frac{1}{4}\right)^2.\left(\frac{3}{4}\right)^5 = \frac{189}{16384}$.

- TH2 : có 2 câu trả lời đúng thuộc nhóm A và 3 câu trả lời đúng thuộc nhóm B.

- Xác suất là $P_2 = C_3^2\left(\frac{1}{3}\right)^2.\frac{2}{3}.C_7^3.\left(\frac{1}{4}\right)^3.\left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{315}{8192}$.

- TH3 : có 1 câu trả lời đúng thuộc nhóm A và 4 câu trả lời đúng thuộc nhóm B.

- Xác suất là $P_3 = C_3^1.\frac{1}{3}.\left(\frac{2}{3}\right)^2.C_7^4.\left(\frac{1}{4}\right)^4.\left(\frac{3}{4}\right)^3 = \frac{105}{4096}$.

- TH4 : không có câu trả lời đúng nào thuộc nhóm A và 5 câu trả lời đúng thuộc nhóm **B.**

- Xác suất là $P_4 = \left(\frac{2}{3}\right)^3.C_7^5.\left(\frac{1}{4}\right)^5.\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{7}{2048}$.

Vậy xác suất cần tìm là : $P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = \frac{1295}{16384} = 0.079$.

Câu 55: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Từ các chữ số 2, 3, 4 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 9 chữ số, trong đó chữ số 2 có mặt 2 lần, chữ số 3 có mặt 3 lần, chữ số 4 có mặt 4 lần?

A. 1260. **B.** 40320. **C.** 120. **D.** 1728.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: dùng tổ hợp

Chọn vị trí cho 2 chữ số 2 có C_9^2 cách.

Chọn vị trí cho 3 chữ số 3 có C_7^3 cách.

Chọn vị trí cho 4 chữ số 4 có C_4^4 cách.

Vậy số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $C_9^2\, C_7^3\, C_4^4 = 1260$ số.

Cách 2: dùng hoán vị lặp

Số các số tự nhiên thỏa yêu cầu bài toán là $\frac{9!}{2!3!4!} = 1260$ số.

Câu 56: (THTT số 5-488 tháng 2 năm 2018) Tìm hệ số của x^7 trong khai triển $f(x) = \left(1 - 3x + 2x^3\right)^{10}$ thành đa thức.

A. 204120. **B.** -262440. **C.** -4320. **D.** -62640.

Lời giải

Chọn D

$f(x) = \left(1-3x+2x^3\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k\left(1-3x\right)^{10-k}.\left(2x^3\right)^k = \sum_{k=0}^{10}\sum_{i=0}^{10-k} C_{10}^k C_{10-k}^i\left(-3x\right)^i.\left(2x^3\right)^k$.

$=\sum_{k=0}^{10}\sum_{i=0}^{10-k}C_{10}^{k}C_{10-k}^{i}\left(-3\right)^{i}.2^{k}.x^{i+3k}\quad\left(i,k\in\mathbb{N},0\le k\le 10,0\le i\le 10-k\right)$.

Số hạng chứa x^7 ứng với $i+3k=7$.

i	1	2	3	4	5	6	7
k	2	$\frac{5}{3}$	$\frac{4}{3}$	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	0
	T/m	Không t/m	Không t/m	T/m	Không t/m	Không t/m	T/m

Vậy hệ số của x^7 là: $C_{10}^{2}.C_{8}^{1}.\left(-3\right).2^{2}+C_{10}^{1}.C_{9}^{4}.\left(-3\right)^{4}.2+C_{10}^{0}.C_{10}^{7}.\left(-3\right)^{7}=-62640$.

Câu 57: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên có 30 chữ số, sao cho trong mỗi số chỉ có mặt hai chữ số 0 và 1, đồng thời số chữ số 1 có mặt trong số tự nhiên đó luôn là một số lẻ?

A. 2^{27}. **B.** 2^{29}. **C.** 2^{28}. **D.** 3.2^{27}.

Lời giải

Chọn C

Giả sử số cần lập có dạng $\overline{a_1a_2...a_{30}}$, với $a_i\in\left\{0;1\right\}$, $i=1,2,...,30$ và $a_1=1$.

Do $a_1=1$ nên số chữ số 1 trong 29 số còn lại phải là một số chẵn.

Gọi k là số chữ số 1 trong 29 số còn lại thì bài toán trở thành đếm số cách sắp xếp k chữ số 1 này vào 29 vị trí nên có C_{29}^{k} cách.

Vậy có $S=C_{29}^{0}+C_{29}^{2}+...+C_{29}^{28}$ số thỏa mãn.

Đặt $T=C_{29}^{1}+C_{29}^{3}+...+C_{29}^{29}$ thì $\begin{cases}S+T=C_{29}^{0}+C_{29}^{1}+...+C_{29}^{29}=2^{29}\\ S-T=C_{29}^{0}-C_{29}^{1}+...-C_{29}^{29}=\left(1-1\right)^{29}=0\end{cases}$ nên $S=T=2^{28}$.

Ta có $f'\left(x\right)=4x^3+4x\ =4x\left(x^2+1\right)$. Để $f'\left(x\right)>0\ \Leftrightarrow x>0$.

Câu 58: (THPT Hoàng Hoa Thám-Hưng Yên-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp đựng 9 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Hỏi phải rút ít nhất bao nhiêu thẻ để xác suất "có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4" phải lớn hơn $\frac{5}{6}$.

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Giả sử rút x $\left(1\le x\le 9;x\in\mathbb{N}\right)$ thẻ, số cách chọn x thẻ từ 9 thẻ trong hộp là $C_9^x\Rightarrow n\left(\Omega\right)=C_9^x$.

Gọi A là biến cố: "Trong số x thẻ rút ra, có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4"

$\Rightarrow n\left(\overline{A}\right)=C_7^x$. Ta có $P\left(\overline{A}\right)=\frac{C_7^x}{C_9^x}\Rightarrow P\left(A\right)=1-\frac{C_7^x}{C_9^x}$.

Do đó $P\left(A\right)>\frac{5}{6}\Leftrightarrow 1-\frac{C_7^x}{C_9^x}>\frac{5}{6}\Leftrightarrow x^2-17x+60<0\Rightarrow 5<x<12\Rightarrow 6\le x\le 7$.

Vậy số thẻ ít nhất phải rút là 6.

Câu 1: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Có 11 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 11, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{9}{11}$. **B.** $\frac{3}{11}$. **C.** $\frac{2}{11}$. **D.** $\frac{8}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách chọn hai thẻ tùy ý: $n\left(\Omega\right)=C_{11}^{2}=55$.

Gọi A là biến cố rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn.
Số cách chọn được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn là

$$n\left(A\right)=5.6+C_{5}^{2}=40$$

Xác suất cần tìm: $P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{40}{55}=\frac{8}{11}$.

Câu 2: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 1 năm 2017-2018) Lớp 11A có 44 học sinh trong đó có 14 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 15 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lý loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lý loại giỏi có xác suất là $0,5$. Số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lý là

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Chọn một học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc môn Vật lý loại giỏi thì học sinh đó có thể chỉ giỏi một môn Hóa học, Vật lý hoặc có thể giỏi cả hai môn. Số học sinh giỏi ít nhất một môn là $0,5.44=22$.

Gọi x; y; z lần lượt là số học sinh giỏi môn Hóa học; Vật lý; giỏi cả hai môn.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+z=14\\ y+z=15\\ x+y+z=22\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\ y=8\\ z=7\end{cases}$.

Vậy số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lý là 7.

Câu 3: (SGD Bà Rịa Vũng Tàu-đề 2 năm 2017-2018) Lớp 11A có 40 học sinh trong đó có 12 học sinh đạt điểm tổng kết môn Hóa học loại giỏi và 13 học sinh đạt điểm tổng kết môn Vật lí loại giỏi. Biết rằng khi chọn một học sinh của lớp đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi có xác suất là $0,5$. Số học sinh đạt điểm tổng kết giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí là

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Hóa học".
B là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi môn Vật lí".

$\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$ $A\cup B$ là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết môn Hóa học hoặc Vật lí loại giỏi".

$A\cap B$ là biến cố "Học sinh được chọn đạt điểm tổng kết loại giỏi cả hai môn Hóa học và Vật lí".

Ta có: $n\left(A\cup B\right)=0,5.40=20$.

Mặt khác: $n\left(A\cup B\right)=n\left(A\right)+n\left(B\right)-n\left(A.B\right)$

$\Rightarrow n\left(A.B\right)=n\left(A\right)+n\left(B\right)-n\left(A\cup B\right)=12+13-20=5$.

Câu 4: (THPT Lê Quý Đôn-Hà Nội năm 2017-2018) Lập các số tự nhiên có 7 chữ số từ các chữ số 1 ; 2 ; 3 ; 4. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn: các chữ số 1 ; 2 ; 3 có mặt hai lần, chữ số 4 có mặt 1 lần đồng thời các chữ số lẻ đều nằm ở các vị trí lẻ (tính từ trái qua phải).

A. $\dfrac{9}{8192}$. **B.** $\dfrac{3}{4096}$. **C.** $\dfrac{3}{2048}$. **D.** $\dfrac{9}{4096}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n\left(\Omega\right)=4^7$

+) Chọn 2 trong 4 vị trí lẻ cho số 1 có C_4^2 cách, 2 vị trí còn lại cho số 3:

+) Chọn 1 trong 3 vị trí chẵn cho số 4 có 3 cách.

+) 2 vị trí còn lại cho số 2.

Vậy $P=\dfrac{C_4^2.3}{4^7}=\dfrac{9}{8192}$.

Câu 5: (THPT Hà Huy Tập-Hà Tĩnh-lần 2 năm 2017-2018) Cho đa giác đều 32 cạnh. Gọi S là tập hợp các tứ giác tạo thành có 4 đỉnh lấy từ các đỉnh của đa giác đều. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất để chọn được một hình chữ nhật là

A. $\dfrac{1}{341}$. **B.** $\dfrac{1}{385}$. **C.** $\dfrac{1}{261}$. **D.** $\dfrac{3}{899}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu là số cách chọn 4 đỉnh trong 32 đỉnh để tạo thành tứ giác, $\left|\Omega\right|=C_{32}^4$.

Gọi A là biến cố "chọn được hình chữ nhật".

Để chọn được hình chữ nhật cần chọn 2 trong 16 đường chéo đi qua tâm của đa giác, do đó số phần tử của A là C_{16}^2.

Xác suất biến cố A là $P\left(A\right)=\dfrac{C_{16}^2}{C_{32}^4}=\dfrac{3}{899}$.

Câu 6: (THPT Lý Thái Tổ-Bắc Ninh-lần 1 năm 2017-2018) Đội học sinh giỏi trường THPT Lý Thái Tổ gồm có 8 học sinh khối 12, 6 học sinh khối 11 và 5 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên 8 học sinh. Xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là

A. $\dfrac{71128}{75582}$. **B.** $\dfrac{35582}{3791}$. **C.** $\dfrac{71131}{75582}$. **D.** $\dfrac{143}{153}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $n\left(\Omega\right)=C_{19}^8=75582$

Gọi A là biến cố: “8 em học sinh được chọn không đủ 3 khối”

TH1: Xét 8 học sinh được chọn chỉ trong một khối có: 1 (cách).

TH2: Xét 8 học sinh được chọn nằm trong hai khối có: $(C_{14}^8-1)+C_{11}^8+(C_{13}^8-1)=4453$ (cách).

$\Rightarrow n\left(A\right)=1+4453=4454$.

Vậy xác suất để trong 8 học sinh được chọn có đủ 3 khối là $1-P(A)=1-\dfrac{4454}{75582}=\dfrac{71128}{75582}$.

Câu 7: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x-\dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{2n}$ với $x\neq 0$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^3+2n=A_{n+1}^2$ là

A. $-C_{16}^{12}.2^4.3^{12}$. **B.** $C_{16}^{0}.2^{16}$. **C.** $C_{16}^{12}.2^4.3^{12}$. **D.** $C_{16}^{16}.2^{0}$.

Lời giải

Chọn C

Với điều kiện $n\geq 3,\ n\in\mathbb{N}$, ta có

$$C_n^3+2n=A_{n+1}^2\Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}+2n=(n+1)n\Leftrightarrow (n-1)(n-2)+12=6(n+1)$$

$$\Leftrightarrow n^2-9n+8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=1\,(\text{loaïi})\\ n=8\,(\text{thoûa})\end{array}\right..$$

Với $n=8$, ta có số hạng thứ $k+1$ trong khai triển $\left(2x-\dfrac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^{16}$ là

$$C_{16}^k(2x)^{16-k}\left(-\frac{3}{\sqrt[3]{x}}\right)^k=C_{16}^k2^{16-k}(-3)^k\,x^{16-\frac{4}{3}k}.$$

Theo đề bài ta cần tìm k sao cho $16-\dfrac{4}{3}k=0\Leftrightarrow k=12$.

Do đó số hạng không chứa x trong khai triển là $C_{16}^{12}.2^4.3^{12}$.

Câu 8: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Biết tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để bất phương trình $4^{\sin^2 x}+5^{\cos^2 x}\leq m.7^{\cos^2 x}$ có nghiệm là $m\in\left[\dfrac{a}{b};+\infty\right)$ với a, b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Tổng $S=a+b$ là

A. $S=13$. **B.** $S=15$. **C.** $S=9$. **D.** $S=11$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4^{\sin^2 x}+5^{\cos^2 x}\leq m.7^{\cos^2 x}\Leftrightarrow 4.\left(\dfrac{1}{28}\right)^{\cos^2 x}+\left(\dfrac{5}{7}\right)^{\cos^2 x}\leq m$.

Xét $f(x)=4.\left(\dfrac{1}{28}\right)^{\cos^2 x}+\left(\dfrac{5}{7}\right)^{\cos^2 x}$ với $x\in\mathbb{R}$. Do $\begin{cases}\left(\dfrac{1}{28}\right)^{\cos^2 x}\geq\dfrac{1}{28}\\ \left(\dfrac{5}{7}\right)^{\cos^2 x}\geq\dfrac{5}{7}\end{cases}$ nên $f(x)\geq\dfrac{4}{28}+\dfrac{5}{7}$ hay

$f(x)\geq\dfrac{6}{7}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi $\cos^2 x=1\Leftrightarrow \sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi$.

Vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{6}{7}$. Bất phương trình có nghiệm khi và chỉ khi $m\geq\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)\Leftrightarrow m\geq\dfrac{6}{7}$ hay

$m\in\left[\dfrac{6}{7};+\infty\right)\Rightarrow S=13$.

Câu 9: (THPT Phan Châu Trinh-DakLak-lần 2 năm 2017-2018) Một nhóm 10 học sinh gồm 6 nam trong đó có Quang, và 4 nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào 10 ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là

A. $\dfrac{109}{30240}$. **B.** $\dfrac{1}{280}$. **C.** $\dfrac{1}{5040}$. **D.** $\dfrac{109}{60480}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n(\Omega)=10!$.

Giả sử các ghế được đánh số từ 1 đến 10.

Để có cách xếp sao cho giữa 2 bạn nữ có đúng 2 bạn nam thì các bạn nữ phải ngồi ở các ghế đánh số 1, 4, 7, 10. Có tất cả số cách xếp chỗ ngồi loại này là $6!.4!$ cách.

Ta tính số cách sắp xếp chỗ ngồi sao cho Huyền và Quang ngồi cạnh nhau

Nếu Huyền ngồi ở ghế 1 hoặc 10 thì có 1 cách xếp chỗ ngồi cho Quang. Nếu Huyền ngồi ở ghế 4 hoặc 7 thì có 2 cách xếp chỗ ngồi cho Quang.

Do đó, số cách xếp chỗ ngồi cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $2+2.2=6$.

Suy ra, số cách xếp chỗ ngồi cho 10 người sao cho Quang và Huyền ngồi liền nhau là $6.3!.5!$.

Gọi A: " Giữa 2 bạn nữ gần nhau có đúng 2 bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền".

$$n(A)=4!.6!-6.3!.5!=12960 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{12960}{10!}=\frac{1}{280}.$$

Vậy xác suất cần tìm là $\dfrac{1}{280}$.

Câu 10: (THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018) Tìm số hạng không chứa x trong khai triển thành đa thức của $\left(x\sqrt{x}+\dfrac{1}{x^4}\right)^{11}$, với $x>0$.

A. 525. **B.** 485. **C.** 165. **D.** 238.

Lời giải

Chọn C

Với $x>0$, ta có: $\left(x\sqrt{x}+\dfrac{1}{x^4}\right)^{11}=\sum\limits_{k=0}^{11}C_{11}^k.x^{\frac{3k}{2}}.x^{-4(11-k)}=\sum\limits_{k=0}^{11}C_{11}^k.x^{\frac{11k-88}{2}}$.

Số hạng không chứa x trong khai triển ứng với: $k=8$.

Vậy số hạng cần tìm là $C_{11}^8=165$.

Câu 11: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tập hợp tất cả nghiệm thực của phương trình $A_x^2-A_x^1=3$ là

A. $\{-1\}$. **B.** $\{3\}$. **C.** $\{-1;3\}$. **D.** $\{1\}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x\in\mathbb{N} \\ x\geq 2 \end{cases}$.

$$A_x^2 - A_x^1 = 3 \Leftrightarrow \frac{x!}{(x-2)!} - \frac{x!}{(x-1)!} = 3 \Leftrightarrow x(x-1) - x = 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Kết hợp với điều kiện ta có tập hợp tất cả nghiệm thực của phương trình là $\{3\}$.

Câu 12: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Biết n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78$, số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^n$ là

A. $-101376x^8$. **B.** -101376. **C.** -112640. **D.** $101376x^8$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $C_n^{n-1} + C_n^{n-2} = 78 \Leftrightarrow \frac{n!}{(n-1)!.1!} + \frac{n!}{(n-2)!.2!} = 78 \Leftrightarrow n + \frac{(n-1)n}{2} = 78$

$\Leftrightarrow n^2 + n - 156 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 12 \\ n = -13 \end{array}\right. \Leftrightarrow n = 12$ (vì n là số nguyên dương).

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ là $(-1)^k C_{12}^k \left(x^3\right)^{12-k} \left(\frac{2}{x}\right)^k = (-1)^k C_{12}^k.2^k.x^{36-4k}$.

Cho $36 - 4k = 8 \Leftrightarrow k = 7$.

Vậy số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(x^3 - \frac{2}{x}\right)^{12}$ là $-C_{12}^7.2^7.x^8 = -101376x^8$.

Câu 13: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tổng $S = \frac{1}{2017}\left(2.3C_{2017}^2 + 3.3^2C_{2017}^3 + 4.3^3C_{2017}^4 + \cdots + 2017.3^{2016}C_{2017}^{2017}\right)$ bằng

A. $4^{2016} - 1$. **B.** $3^{2016} - 1$. **C.** 3^{2016}. **D.** 4^{2016}.

Lời giải

Chọn A

Xét khai triển: $P(x) = (1+x)^{2017} = C_{2017}^0 + C_{2017}^1x + C_{2017}^2x^2 + C_{2017}^3x^3 + C_{2017}^4x^4 + \cdots + C_{2017}^{2017}x^{2017}$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được:

$2017(1+x)^{2016} = C_{2017}^1 + 2C_{2017}^2x + 3C_{2017}^3x^2 + 4C_{2017}^4x^3 + \cdots + 2017C_{2017}^{2017}x^{2016}$.

Cho $x = 3$ ta được:

$2017.4^{2016} = C_{2017}^1 + 2.3C_{2017}^2 + 3.3^2C_{2017}^3 + 4.3^3C_{2017}^4 + \cdots + 2017.3^{2016}C_{2017}^{2017}$.

$\Leftrightarrow 2017.4^{2016} - C_{2017}^1 = 2.3C_{2017}^2 + 3.3^2C_{2017}^3 + 4.3^3C_{2017}^4 + \cdots + 2017.3^{2016}C_{2017}^{2017}$.

$\Leftrightarrow \frac{1}{2017}\left(2017.4^{2016} - 2017\right) = \frac{1}{2017}\left(2.3C_{2017}^2 + 3.3^2C_{2017}^3 + 4.3^3C_{2017}^4 + \cdots + 2017.3^{2016}C_{2017}^{2017}\right)$.

$\Leftrightarrow 4^{2016} - 1 = S$.

Câu 14: (THPT Chuyên Tiền Giang-lần 1 năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 4 chữ số được lập từ tập hợp $X = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ S. Tính xác suất để số chọn được là số chia hết cho 6.

A. $\frac{4}{27}$. **B.** $\frac{9}{28}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=9^4$. Gọi A: " số chia hết cho 6 ".

Giả sử dang của mỗi số cần tìm là $\overline{abcd}$. Chọn $d\in\{2;4;6;8\}$ có 4 cách.

Chọn a,b có 9^2 cách. Để chọn c ta xét tổng $S=a+b+d$:

Nếu S chia cho 3 dư 0 thì $c\in\{3;6;9\}$ suy ra có 3 cách.

Nếu S chia cho 3 dư 1 thì $c\in\{2;5;8\}$ suy ra có 3 cách.

Nếu S chia cho 3 dư 2 thì $c\in\{1;4;7\}$ suy ra có 3 cách.

Do đó $n(A)=4.9^2.3=972$. Vậy $P(A)=\dfrac{972}{9^4}=\dfrac{4}{27}$.

Câu 15: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$ và thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$. Biết rằng $f(-3)+f(3)=0$. Tính $T=f(2)+f(0)+f(-4)$.

A. $T=\dfrac{1}{2}\ln 5-\ln 3$. **B.** $T=\ln 3+\dfrac{1}{2}\ln 5+2$. **C.** $T=\dfrac{1}{2}\ln 5-\ln 3+1$. **D.** $T=\dfrac{1}{2}\ln 5-\ln 3+2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

$$f(x)=\int f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x^2-1}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x+1}\right)\mathrm{d}x$$

$$=\frac{1}{2}\left[\int\frac{1}{x-1}\mathrm{d}x-\int\frac{1}{x+1}\mathrm{d}x\right]=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right|+C.$$

Do đó:

$$f(-3)+f(3)=0\Leftrightarrow\left(\frac{1}{2}\ln 2+C\right)+\left(\frac{1}{2}\ln\frac{1}{2}+C\right)=0\Leftrightarrow C=0.$$

Như vậy: $f(x)=\dfrac{1}{2}\ln\left|\dfrac{x-1}{x+1}\right|$.

$$f(2)=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{2-1}{2+1}\right|=-\frac{1}{2}\ln 3;$$

$$f(0)=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{0-1}{0+1}\right|=0;$$

$$f(-4)=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{-4-1}{-4+1}\right|=\frac{1}{2}(\ln 5-\ln 3).$$

Từ đó: $T=f(2)+f(0)+f(-4)=-\dfrac{1}{2}\ln 3+0+\dfrac{1}{2}(\ln 5-\ln 3)=\dfrac{1}{2}\ln 5-\ln 3$.

Câu 16: **(THPT Phan Đình Phùng-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018)** Số cách chia 12 phần quà cho 3 bạn sao cho ai cũng có ít nhất hai phần quà là

A. 28. **B.** 36. **C.** 56. **D.** 72.

Lời giải

Chọn A

+ Chia trước cho mỗi học sinh một phần quà thì số phần quà còn lại là 9 phần quà.

+ Chia 9 phần quà cho 3 học sinh sao cho học sinh nào cũng có ít nhất một phần quà:

Đặt 9 phần quà theo một hàng ngang, giữa các phần quà sẽ có 8 khoảng trống, chọn 2 khoảng trống trong 8 khoảng trống đó để chia 9 phần quà còn lại thành 3 phần quà mà mỗi phần có ít nhất một phần quà, có C_8^2. Vậy tất cả có $C_8^2 = 28$ cách chia.

Câu 17: (THPT Đức THọ-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong một giải cờ vua gồm nam và nữ vận động viên. Mỗi vận động viên phải chơi hai ván với mỗi động viên còn lại. Cho biết có 2 vận động viên nữ và cho biết số ván các vận động viên chơi nam chơi với nhau hơn số ván họ chơi với hai vận động viên nữ là 84. Hỏi số ván tất cả các vận động viên đã chơi?

A. 168. **B.** 156. **C.** 132. **D.** 182.

Lời giải

Chọn D

Gọi số vận động viên nam là n.

Số ván các vận động viên nam chơi với nhau là $2.C_n^2 = n(n-1)$.

Số ván các vận động viên nam chơi với các vận động viên nữ là $2.2.n = 4n$.

Vậy ta có $n(n-1) - 4n = 84 \Rightarrow n = 12$.

Vậy số ván các vận động viên chơi là $2C_{14}^2 = 182$.

Câu 18: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $P(x) = x(1-2x)^5 + x^2(1+3x)^{10}$.

A. 3240. **B.** 3320. **C.** 80. **D.** 259200.

Lời giải

Chọn B

Khải triển $P(x)$ có số hạng tổng quát $xC_5^k(-2x)^k + x^2C_{10}^m(3x)^m = (-2)^k C_5^k x^{k+1} + 3^m C_{10}^m x^{m+2}$ $(k \in \mathbb{N},\ k \le 5,\ m \in \mathbb{N},\ m \le 10)$

Hệ số của x^5 ứng với k, m thỏa hệ $\begin{cases} k+1=5 \\ m+2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=4 \\ m=3 \end{cases}$.

Vậy hệ số cần tìm là $(-2)^4 C_5^4 + 3^3 C_{10}^3 = 3320$.

Câu 19: (THPT Chuyên Thái Bình-lần 4 năm 2017-2018) Tập A gồm n phần tử $(n > 0)$. Hỏi A có bao nhiêu tập con?

A. A_n^2. **B.** C_n^2. **C.** 2^n. **D.** 3^n.

Lời giải

Chọn C

Số tập con gồm k phần tử của tập A là C_n^k (với $0 \le k \le n$, $k \in \mathbb{Z}$).

Số tất cả các tập con của tập A là $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \cdots + C_n^k + \cdots + C_n^n = (1+1)^n = 2^n$.

Câu 20: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $(x^2 - 3x + 2)^6$ bằng

A. -6432. **B.** -4032. **C.** -1632. **D.** -5418.

Lời giải

Chọn D

Cách 1. Ta có $\left(x^2-3x+2\right)^6=\left(x^2+\left(-3x+2\right)\right)^6$

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x-1\right)^6$ là $C_6^k.x^k\left(-1\right)^{6-k}$ với $k=0;1;2...;6$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x-2\right)^6$ là $C_6^i.x^i\left(-2\right)^{6-i}$ với $i=0;1;2...;6$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6=\left(x-1\right)^6\left(x-2\right)^6$ là $C_6^kx^k\left(-1\right)^{6-k}.C_6^ix^i\left(-2\right)^{6-i}$

$=C_6^kC_6^ix^{i+k}\left(-1\right)^{12-i-k}.\left(2\right)^{6-i}$

Số hạng chứa x^7 ứng với $i+k=7$. Kết hợp với điều kiện ta được các nghiệm

$i=1\Rightarrow k=6\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^6C_6^1\left(-1\right)^5.\left(2\right)^5=-192$

$i=2\Rightarrow k=5\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^5C_6^2\left(-1\right)^5.\left(2\right)^4=-1440$

$i=3\Rightarrow k=4\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^4C_6^3\left(-1\right)^5.\left(2\right)^3=-2400$

$i=4\Rightarrow k=3\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^3C_6^4\left(-1\right)^5.\left(2\right)^2=-1200$

$i=5\Rightarrow k=2\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^2C_6^5\left(-1\right)^5.\left(2\right)^1=-180$

$i=6\Rightarrow k=1\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^1C_6^6\left(-1\right)^5.\left(2\right)^0=-6$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6$ bằng -5418

Cách 2. Ta có $\left(x^2-3x+2\right)^6=\left(x^2+\left(-3x+2\right)\right)^6$

Số hạng tổng quát trong khai triển trên là $C_6^k.\left(x^2\right)^{6-k}\left(-3x+2\right)^k$ với $k=0;1;2...;6$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(-3x+2\right)^k$ là $C_k^i.2^{k-i}\left(-3x\right)^i$ với $0\le i\le k$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6$ là $C_6^k.\left(x^2\right)^{6-k}C_k^i.2^{k-i}\left(-3x\right)^i$

$=C_6^kC_k^i.2^{k-i}\left(-3\right)^i.\left(x^{12-2k+i}\right)$

Số hạng chứa x^7 ứng với $12-2k+i=7\Leftrightarrow 2k-i=5$. Kết hợp với điều kiện ta được các nghiệm

$k=3\Rightarrow i=1\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^3C_3^12^2\left(-3\right)^1=-720$

$k=4\Rightarrow i=3\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^4C_4^3\left(-3\right)^3.\left(2\right)^1=-3240$

$k=5\Rightarrow i=5\Rightarrow$ hệ số là $=C_6^5C_5^5\left(2\right)^0.\left(-3\right)^5=-1458$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^7 trong khai triển $\left(x^2-3x+2\right)^6$ bằng -5418.

Câu 21: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Cho số nguyên dương n thỏa mãn $2C_n^1+3C_n^2+...+\left(n+1\right)C_n^n=2621439$. Số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^n$ bằng

A. 43758. **B.** 31824. **C.** 18564. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có:

$x\left(1+x\right)^{n}=C_n^0x+C_n^1x^2+C_n^2x^3+...+C_n^nx^{n+1}$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được:

$\left(x+1\right)^{n}+nx\left(x+1\right)^{n-1}=C_n^0+2C_n^1x+3C_n^2x^2+...+\left(n+1\right)C_n^nx^n$.

Cho $x=1$, ta có

$C_n^0+2C_n^1+3C_n^2+...+\left(n+1\right)C_n^n=2^n+n2^{n-1}=2^{n-1}\left(2+n\right)$.

$\Rightarrow 2^{n-1}\left(2+n\right)-1=2621439 \Leftrightarrow 2^{n-1}\left(2+n\right)=2621440 \Leftrightarrow 2^n=\dfrac{2621440}{2+n}.2$. (*)

Xét $f\left(n\right)=2^n$ là hàm số đồng biến trên $\left(0;+\infty\right)$ và $g\left(n\right)=2.\dfrac{2621440}{2+n}$ là hàm số nghịch biến trên $\left(0;+\infty\right)$.

Ta có $f\left(18\right)=g\left(18\right)\Rightarrow n=18$ là nghiệm duy nhất của (*).

Khi đó số hạng tổng quát của khai triển $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^{18}$ là $C_{18}^kx^{36-3k}$ với $k\in\mathbb{Z}, 0\le k\le 18$.

Vậy số hạng không chứa x là $C_{18}^{12}=18564$.

Câu 22: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Tìm hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển $\left(1+x+x^2+x^3\right)^{10}$.

A. 582. **B.** 1902. **C.** 7752. **D.** 252.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\left(1+x+x^2+x^3\right)^{10}=\left(1+x^2\right)^{10}\left(1+x\right)^{10}=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k.x^{2k}.\sum\limits_{i=0}^{10}C_{10}^i.x^i=\sum\limits_{k=0}^{10}\sum\limits_{i=0}^{10}C_{10}^k.C_{10}^i.x^{2k+i}$

Hệ số của số hạng chứa x^5 nên $2k+i=5$.

Trường hợp 1: $k=0$, $i=5$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^0.C_{10}^5$.

Trường hợp 2: $k=1$, $i=3$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^1.C_{10}^3$.

Trường hợp 3: $k=2$, $i=1$ nên hệ số chứa x^5 là $C_{10}^2.C_{10}^1$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^5 là $C_{10}^0.C_{10}^5+C_{10}^1.C_{10}^3+C_{10}^2.C_{10}^1=1902$.

Câu 23: (SGD Hà Nội-lần 11 năm 2017-2018) Có bao nhiêu số tự nhiên có tám chữ số trong đó có ba chữ số 0, không có hai chữ số 0 nào đứng cạnh nhau và các chữ số khác chỉ xuất hiện nhiều nhất một lần.

A. 786240. **B.** 846000. **C.** 907200. **D.** 151200.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Chọn ra 5 chữ số khác 0 trong 9 chữ số (từ 1 đến 9) và sắp xếp chúng theo thứ tự có A_9^5 cách.

Để hai chữ số 0 không đứng cạnh nhau ta có 6 vị trí để xếp (do 5 chữ số vừa chọn tạo ra 6 vị trí).

Do chữ số 0 không thể xếp ở đầu nên còn 5 vị trí để xếp số 0.

Khi đó xếp 3 số 0 vào 5 vị trí nên có C_5^3 cách.

Vậy có $A_9^5C_5^3=151200$ số cần tìm.

Cách 2: Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$

+) Chọn vị trí của 3 chữ số 0 trong 7 vị trí (trừ a_1). Vì giữa 2 chữ số 0 luôn có ít nhất 1 chữ số khác 0 nên chọn 3 vị trí trong 5 vị trí để điền các số 0 , sau đó thêm vào giữa 2 số 0 gần nhau 1 vị trí nữa.

Suy ra số cách chọn là $C_5^3 = 10$.

+) Chọn các số còn lại, ta chọn bộ 5 chữ số trong 9 chữ số từ 1 đến 9, có A_9^5 cách chọn.

Vậy có tất cả $10.A_9^5 = 151200$ số cần tìm.

Câu 24: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Có 10 quyển sách toán giống nhau, 11 quyển sách lý giống nhau và 9 quyển sách hóa giống nhau. Có bao nhiêu cách trao giải thưởng cho 15 học sinh có kết quả thi cao nhất của khối A trong kì thi thử lần hai của trường THPT Lục Ngạn số 1, biết mỗi phần thưởng là hai quyển sách khác loại?

A. $C_{15}^7C_9^3$. **B.** $C_{15}^6C_9^4$. **C.** $C_{15}^3C_9^4$. **D.** C_{30}^2.

Lời giải

Chọn B

Có duy nhất một cách chia 30 quyển sách thành 15 bộ, mỗi bộ gồm hai quyển sách khác loại, trong đó có:

+ 4 bộ giống nhau gồm 1 toán và 1 hóa.

+ 5 bộ giống nhau gồm 1 hóa và 1 lí.

+ 6 bộ giống nhau gồm 1 lí và toán.

Số cách trao phần thưởng cho 15 học sinh được tính như sau:

+ Chọn ra 4 người (trong 15 người) để trao bộ sách toán và hóa $\Rightarrow$ có C_{15}^4 cách.

+ Chọn ra 5 người (trong 11 người còn lại) để trao bộ sách hóa và lí $\Rightarrow$ có C_{11}^5 cách.

+ Còn lại 6 người trao bộ sách toán và lí $\Rightarrow$ có 1 cách.

Vậy số cách trao phần thưởng là $C_{15}^4.C_{11}^5 = C_{15}^6.C_9^4 = 630630$ (cách).

Câu 25: (THTT số 6-489 tháng 3 năm 2018) Kết quả $(b;c)$ của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó b là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai $x^2+bx+c=0$. Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm?

A. $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{23}{36}$. **C.** $\frac{17}{36}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Chọn C

Để phương trình $x^2+bx+c=0$ vô nghiệm thì: $\Delta = b^2-4c<0$.

Gọi Ω là không gian mẫu của phép thử gieo hai lần liên tiếp một con súc sắc cân đối.

$\Rightarrow |\Omega| = 6.6 = 36$

Gọi A là biến cố của phép thử để kết quả $(b;c)$ trong đó b là số chấm xuất hiện của lần gieo thứ nhất, c là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai thỏa mãn $b^2-4c<0$

Trường hợp 1: $b=1 \Rightarrow c=\{1;2;3;4;5;6\}$

Trường hợp 2: $b=2 \Rightarrow c=\{2;3;4;5;6\}$

Trường hợp 3: $b=3 \Rightarrow c=\{3;4;5;6\}$

Trường hợp 4: $b=4 \Rightarrow c=\{5;6\}$

$\Rightarrow |\Omega_A| = 17$

Vậy xác suất để phương trình bậc hai vô nghiệm là $P_A = \dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|} = \dfrac{17}{36}$.

Câu 26: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Tập S gồm các số tự nhiên có 6 chữ số khác nhau được thành lập từ các chữ số $0;1;2;3;4;5;6;7;8$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số được chọn không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau là

A. $\dfrac{11}{70}$. **B.** $\dfrac{29}{140}$. **C.** $\dfrac{13}{80}$. **D.** $\dfrac{97}{560}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của S là $8.A_8^5 = 53760$. Do đó, chọn ngẫu nhiên một số từ tập S có 53760 (cách).

Vì số được chọn có 6 chữ số nên ít nhất phải có hai chữ số chẵn, và vì không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau nên số được chọn có tối đa 3 chữ số chẵn.

TH1: Số được chọn có đúng 2 chữ số chẵn, khi đó gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$

Xếp 4 số lẻ trước ta có $4!$ cách.

	lẻ		lẻ		lẻ		lẻ	

Xếp 2 số chẵn vào 5 khe trống của các số lẻ có $C_5^2.A_5^2 - 4.C_4^1$ cách.

Trong trường hợp này có $4!\left(C_5^2.A_5^2 - 4.C_4^1\right) = 4416$ (số).

TH2: Số được chọn có đúng 3 chữ số chẵn, khi đó gọi số cần tìm là $\overline{abcdef}$

Xếp 3 chữ số lẻ trước ta có A_4^3 cách.

	lẻ		lẻ		lẻ	

Xếp 3 chữ số chẵn vào 4 khe trống của các số lẻ có $C_4^3.A_5^3 - C_3^2.A_4^2$ cách.

Trong trường hợp này có $A_4^3.\left(C_4^3.A_5^3 - C_3^2.A_4^2\right) = 4896$ (số).

Vậy có tất cả 9312 số có 6 chữ số sao cho không có hai chữ số chẵn đứng cạnh nhau.

Xác suất cần tìm là $\dfrac{9312}{53760} = \dfrac{97}{560}$.

Câu 27: (THPT Lê Xoay-Vĩnh phúc-lần 1 năm 2017-2018) Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển $\left(\dfrac{1}{x^3} + \sqrt{x^5}\right)^n ;(x>0)$ biết $C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3)$ là

A. 1303. **B.** 313. **C.** 495. **D.** 13129.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $n \in \mathbb{N}$

Ta có

$$C_{n+4}^{n+1} - C_{n+3}^{n} = 7(n+3) \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{(n+1)!3!} - \frac{(n+3)!}{n!3!} = 7(n+3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{(n+4)(n+3)(n+2)}{6} - \frac{(n+3)(n+2)(n+1)}{6} = 7(n+3)$$

$\Leftrightarrow 3n = 36 \Leftrightarrow n = 12$.

Xét khai triển

$$\left(\frac{1}{x^3}+\sqrt{x^5}\right)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k\left(\frac{1}{x^3}\right)^k\left(\sqrt{x^5}\right)^{12-k}\quad\left(0\le k\le 12,k\in\mathbb{N}\right)$$

$$=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k x^{\frac{60-11k}{2}}.$$

Để số hạng chứa x^8 thì $\frac{60-11k}{2}=8\Leftrightarrow k=4$.

Vậy hệ số chứa x^8 trong khai triển trên là $C_{12}^4=495$.

Câu 28: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+...+C_{2n+1}^{2n+1}=1024$.

A. $n=10$. **B.** $n=5$. **C.** $n=9$. **D.** $n=11$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$2^{2n+1}=\left(1+1\right)^{2n+1}=C_{2n+1}^0+C_{2n+1}^1+...+C_{2n+1}^{2n+1}$$

$$0=\left(1-1\right)^{2n+1}=C_{2n+1}^0-C_{2n+1}^1+...-C_{2n+1}^{2n+1}$$

Suy ra $2\left(C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+...+C_{2n+1}^{2n+1}\right)=2^{2n+1}\Rightarrow C_{2n+1}^1+C_{2n+1}^3+...+C_{2n+1}^{2n+1}=2^{2n}$

Do đó $2^{2n}=2024\Leftrightarrow 2^{2n}=2^{10}\Leftrightarrow n=5$.

Câu 29: (THPT Chuyên Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong một lớp có n học sinh gồm ba bạn Chuyên, Hà, Tĩnh cùng $n-3$ học sinh khác. Khi xếp tùy ý các học sinh này vào dãy ghế được đánh số từ 1 đến n mỗi học sinh ngồi một ghế thì xác suất để số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh là $\frac{13}{675}$. Khi đó n thỏa mãn

A. $n\in\left[35;39\right]$. **B.** $n\in\left[40;45\right]$. **C.** $n\in\left[30;34\right]$. **D.** $n\in\left[25;29\right]$.

Lời giải

Chọn D

Số cách xếp n học sinh vào n ghế là $n!$, do đó $n\left(\Omega\right)=n!$

Gọi A là biến cố xếp các bạn học sinh sao cho số ghế của Hà bằng trung bình cộng số ghế của Chuyên và số ghế của Tĩnh.

* Nếu n là số lẻ:

Chọn ba số trong n số để ba số đó lập thành cấp số cộng: có $n-2+n-4+...+1=\frac{\left(n-1\right)^2}{4}$.

Xếp ba bạn Chuyên, Hà, Tĩnh vào ba ghế có ba số đã chọn thỏa bài toán: có 2 cách.

Xếp $n-3$ bạn còn lại vào ghế: có $\left(n-3\right)!$ cách.

Do đó số phần tử của A là $n\left(A\right)=\frac{2.\left(n-1\right)^2.\left(n-3\right)!}{4n!}=\frac{n-1}{2n\left(n-2\right)}$.

Theo đề ta có $\frac{n-1}{2n\left(n-2\right)}=\frac{13}{675}\overset{n\in\mathbb{N}}{\Rightarrow}n=27$

* Nếu n là số chẵn:

Chọn ba số trong n số để ba số đó lập thành cấp số cộng: có $n-2+n-4+...+2=\dfrac{n(n-2)}{4}$.

Xếp ba bạn Chuyên, Hà, Tĩnh vào ba ghế có ba số đã chọn thỏa bài toán: có 2 cách.

Xếp $n-3$ bạn còn lại vào ghế: có $(n-3)!$ cách.

Do đó số phần tử của A là $n(A)=\dfrac{2.n(n-2).(n-3)!}{4n!}=\dfrac{1}{2(n-1)}$.

Theo đề ta có $\dfrac{1}{2(n-1)}=\dfrac{13}{675}$ (vô nghiệm trên $\mathbb{N}$).

Vậy lớp có 27 học sinh.

Câu 30: (THPT Đặng Thúc Hứa-Nghệ An-lần 1 năm 2017-2018) Từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 6 chữ số đôi một khác nhau trong đó hai chữ số 0 và 5 không đứng cạnh nhau.

A. 384. **B.** 120. **C.** 216. **D.** 600.

Lời giải

Chọn A

Số các số có 6 chữ số được lập từ các chữ số 0, 2, 3, 5, 6, 8 là $6!-5!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 đứng cạnh nhau: $2.5!-4!$.

Số các số có chữ số 0 và 5 không đúng cạnh nhau là $6!-5!-(2.5!-4!)=384$.

Câu 31: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Với n là số tự nhiên thỏa mãn $C_{n-4}^{n-6}+nA_n^2=454$, hệ số của số hạng chứa x^4 trong khai triển nhị thức Niu-tơn của $\left(\dfrac{2}{x}-x^3\right)^n$ (với $x\neq 0$) bằng

A. 1972. **B.** 786. **C.** 1692. **D.** -1792.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $n\geq 6$ và $n\in\mathbb{N}$.

$C_{n-4}^{n-6}+nA_n^2=454 \Leftrightarrow \dfrac{(n-4)!}{(n-6)!2!}+n\cdot\dfrac{n!}{(n-2)!}=454 \Leftrightarrow \dfrac{(n-5)(n-4)}{2}+n^2(n-1)=454$

$\Leftrightarrow 2n^3-n^2-9n-888=0 \Leftrightarrow n=8$ (Vì $n\in\mathbb{N}$).

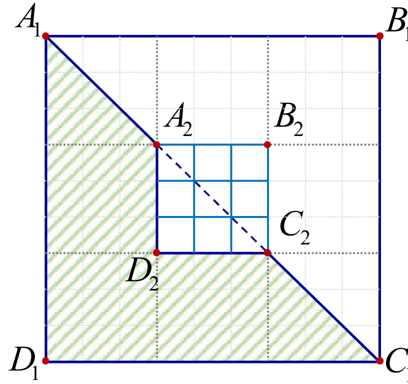
Khi đó ta có khai triển: $\left(\dfrac{2}{x}-x^3\right)^8$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $C_8^k\left(\dfrac{2}{x}\right)^{8-k}\left(-x^3\right)^k=C_8^k(-1)^k2^{8-k}x^{4k-8}$.

Hệ số của số hạng chứa x^4 ứng với k thỏa mãn: $4k-8=4\Leftrightarrow k=3$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là $C_8^3(-1)^3 2^5=-1792$.

Câu 32: (THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018) Với hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ như hình vẽ bên, cách tô màu như phần gạch sọc được gọi là cách tô màu "đẹp". Một nhà thiết kế tiến hành tô màu cho một hình vuông như hình bên, theo quy trình sau:



Bước 1: Tô màu "đẹp" cho hình vuông $A_1B_1C_1D_1$.

Bước 2: Tô màu "đẹp" cho hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_1B_1C_1D_1$ thành 9 phần bằng nhau như hình vẽ.

Bước 3: Tô màu "đẹp" cho hình vuông $A_3B_3C_3D_3$ là hình vuông ở chính giữa khi chia hình vuông $A_2B_2C_2D_2$ thành 9 phần bằng nhau. Cứ tiếp tục như vậy. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu bước để tổng diện tích phần được tô màu chiếm $49,99\%$.

A. 9 bước. **B.** 4 bước. **C.** 8 bước. **D.** 7 bước.

Lời giải

Chọn B

Gọi diện tích được tô màu ở mỗi bước là u_n, $n \in \mathbb{N}^*$. Dễ thấy dãy các giá trị u_n là một cấp số nhân với số hạng đầu $u_1 = \dfrac{4}{9}$ và công bội $q = \dfrac{1}{9}$.

Gọi S_k là tổng của k số hạng đầu trong cấp số nhân đang xét thì $S_k = \dfrac{u_1\left(q^k - 1\right)}{q-1}$.

Để tổng diện tích phần được tô màu chiếm $49,99\%$ thì $\dfrac{u_1\left(q^k - 1\right)}{q-1} \ge 0,4999 \Leftrightarrow k \ge 3,8$.

Vậy cần ít nhất 4 bước.

Câu 33: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Một hộp đựng 11 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 4 tấm thẻ từ hộp. Gọi P là xác suất để tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ. Khi đó P bằng

A. $\dfrac{16}{33}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{2}{11}$. **D.** $\dfrac{10}{33}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $n\left(\Omega\right) = C_{11}^4 = 330$. Gọi A: "tổng số ghi trên 4 tấm thẻ ấy là một số lẻ".

Từ 1 đến 11 có 6 số lẻ và 5 số chẵn. Để có tổng của 4 số là một số lẻ ta có 2 trường hợp.

Trường hợp 1: Chọn được 1 thẻ mang số lẻ và 3 thẻ mang số chẵn có: $C_6^1.C_5^3 = 60$ cách.

Trường hợp 2: Chọn được 3 thẻ mang số lẻ và 1 thẻ mang số chẵn có: $C_6^3.C_5^1 = 100$ cách.

Do đó $n\left(A\right) = 60 + 100 = 160$. Vậy $P\left(A\right) = \dfrac{160}{330} = \dfrac{16}{33}$.

Câu 34: (THPT Chuyên Hùng Vương-Gia Lai-lần 1 năm 2017-2018) Biết rằng khi khai triển nhị thức Newton

$$\left(\sqrt{x}+\frac{1}{2\sqrt[4]{x}}\right)^n=a_0\left(\sqrt{x}\right)^n+a_1\left(\sqrt{x}\right)^{n-1}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x}}\right)^1+......$$

thì a_0, a_1, a_2 lập thành cấp số cộng. Hỏi trong khai triển có bao nhiêu số hạng mà lũy thừa của x là một số nguyên.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

$a_0=1$; $a_1=\frac{1}{2}C_n^1=\frac{n}{2}$; $a_2=\frac{1}{4}C_n^2=\frac{n(n-1)}{8}$

Do a_0, a_1, a_2 lập thành cấp số cộng $\Rightarrow 1+\frac{n(n-1)}{8}=2.\frac{n}{2}\Rightarrow n=8$

Khi đó sống hạng tổng quát của khai triển có dạng: $C_8^k\left(x^{\frac{1}{2}}\right)^{8-k}.\frac{1}{2^k}\left(x^{\frac{-1}{4}}\right)^k=\frac{1}{2^k}C_8^k x^{\frac{16-3k}{4}}$

Để số mũ là số nguyên thì $(16-3k)$ chia hết cho 4 với $0\le k\le 8\Rightarrow k\in\{0;4;8\}$

Câu 35: (THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018) Tổng của tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1}-\frac{1}{C_{n+1}^2}=\frac{7}{6C_{n+4}^1}$ là

A. 13. **B.** 11. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $n\ge 1$, $n\in N$.

$$\frac{1}{C_n^1}-\frac{1}{C_{n+1}^2}=\frac{7}{6C_{n+4}^1}\Leftrightarrow\frac{1}{\frac{n!}{(n-1)!.1!}}-\frac{1}{\frac{(n+1)!}{(n-1)!.2!}}=\frac{7}{\frac{6.(n+4)!}{(n+3)!.1!}}\Leftrightarrow\frac{1}{n}-\frac{2}{n(n+1)}=\frac{7}{6.(n+4)}$$

$$\Leftrightarrow n^2-11n+24=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=3\\n=8\end{array}\right..$$

Vậy: Tổng của tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1}-\frac{1}{C_{n+1}^2}=\frac{7}{6C_{n+4}^1}$ là $3+8=11$.

Câu 36: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Với n là số nguyên dương thỏa mãn $A_n^2-C_{n+1}^{n-1}=54$, hệ số của số hạng chứa x^{20} trong khai triển $\left(x^5+\frac{2}{x^3}\right)^n$ bằng?

A. $25342x^{20}$. **B.** 25344. **C.** $25344x^{20}$. **D.** 25342.

Lời giải

Chọn B

Ta có $A_n^2-C_{n+1}^{n-1}=54\Rightarrow\frac{n!}{(n-2)!}-\frac{(n+1)!}{(n+1-n+1)!.(n-1)!}=54$

$$\Rightarrow n(n-1)-\frac{1}{2}n(n+1)=54\Rightarrow 2(n^2-n)-(n^2+n)=108\Rightarrow n^2-3n=108\Rightarrow n=12$$

$$\Rightarrow\left(x^5+\frac{2}{x^3}\right)^n=\left(x^5+2x^{-3}\right)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k\left(x^5\right)^{12-k}.\left(2x^{-3}\right)^k=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^k.2^k x^{60-8k}.$$

Xét $60-8k=20\Rightarrow k=5\Rightarrow$ hệ số cần tìm là $C_{12}^5.2^5=25344$.

Câu 37: **(SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Một đề thi môn Toán có 50 câu hỏi trắc nghiệm khách quan, mỗi câu hỏi có 4 phương án trả lời, trong đó có đúng một phương án là đáp án. Học sinh chọn đúng đáp án được $0,2$ điểm, chọn sai đáp án không được điểm. Một học sinh làm đề thi đó, chọn ngẫu nhiên các phương án trả lời của tất cả 50 câu hỏi, xác suất để học sinh đó được $5,0$ điểm bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{A_{50}^{25}\cdot\left(A_3^1\right)^{25}}{\left(A_4^1\right)^{50}}$. **C.** $\frac{1}{16}$. **D.** $\frac{C_{50}^{25}\cdot\left(C_3^1\right)^{25}}{\left(C_4^1\right)^{50}}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu: $n\left(\Omega\right)=\left(C_4^1\right)^{50}$.

Gọi A là biến cố học sinh chỉ chọn đúng đáp án của 25 câu hỏi.

Khi đó $n\left(A\right)=C_{50}^{25}.\left(C_3^1\right)^{25}$ do đó xác suất $P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{C_{50}^{25}.\left(C_3^1\right)^{25}}{\left(C_4^1\right)^{50}}$.

Câu 38: **(THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018)** Cho khai triển $\left(3-2x+x^2\right)^9=a_0x^{18}+a_1x^{17}+a_2x^{16}+...+a_{18}$. Giá trị a_{15} bằng

A. 218700. **B.** 489888. **C.** -804816. **D.** -174960.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\left(3-2x+x^2\right)^9=\sum\limits_{k=0}^{9}C_9^k.x^{18-2k}.\left(3-2x\right)^k$

$=\sum\limits_{k=0}^{9}C_9^k.x^{18-2k}\sum\limits_{i=0}^{k}C_k^i.3^{k-i}\left(-2x\right)^i=\sum\limits_{k=o}^{9}\sum\limits_{i=0}^{k}C_9^k.C_k^i\left(-2\right)^i3^{k-i}x^{18-2k+i}$ $\left(0\le i\le k\le 9\right)$

Giá trị a_{15} ứng hệ số của số hạng chứa x^3, do đó cần có $18-2k+i=3$

$\Rightarrow\begin{cases}i=1\\k=8\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}i=3\\k=9\end{cases}$ (nhận).

Vậy: $a_{15}=C_9^8.C_8^1.3^7.\left(-2\right)^1+C_9^9.C_9^3.3^6.\left(-2\right)^3=-804816.$

✍ Chú ý: Từ $i=2k-15$, ta lập bảng cho $i\in\left\{0;1;2;...;9\right\}$ và chú ý $0\le i\le k\le 9$ cũng nhận được 2 nghiệm trên.

Câu 39: **(THPT Yên Lạc – Vĩnh Phúc – lần 4 - năm 2017 – 2018)** Gọi A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên thuộc tập A. Tính xác suất để chọn được một số thuộc A và số đó chia hết cho 5.

A. $P=\frac{11}{27}$. **B.** $P=\frac{53}{243}$. **C.** $P=\frac{2}{9}$. **D.** $P=\frac{17}{81}$.

Lời giải

Chọn D

A là tập hợp các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau $\Rightarrow n\left(A\right)=9.A_9^4=27216$

Chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập A có 27216 cách chọn $\Rightarrow n\left(\Omega\right)=27216$

Gọi B là biến cố "Chọn được một số thuộc A và số đó chia hết cho 5"

Gọi số chia hết cho 5 thuộc tập A là $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$

Trường hợp 1: Chữ số tận cùng là 0

Có A_9^4 cách chọn 4 chữ số còn lại.

Trường hợp 2: Chữ số tận cùng là 5

Chọn chữ số a_1 có 8 cách

Chọn $P=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{17}{81}$ chữ số còn lại có A_8^3

$\Rightarrow n(B)=A_9^4+8.A_8^3=5712$.

Vậy $P=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{17}{81}$.

Câu 40: (THPT Hồng Bàng – Hải Phòng – năm 2017 – 2018) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1+3x)^{2n}$ biết $A_n^3+2A_n^2=100$.

A. 61236. **B.** 63216. **C.** 61326. **D.** 66321.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A_n^3+2A_n^2=100 \Leftrightarrow \dfrac{n!}{(n-3)!}+2\dfrac{n!}{(n-2)!}=100 \Leftrightarrow n(n-1)(n-2)+2n(n-1)=100$

$\Leftrightarrow n^3-n^2-100=0 \Leftrightarrow n=5$.

Ta có: $(1+3x)^{2n}=(1+3x)^{10}=\sum\limits_{k=0}^{10}C_{10}^k(3x)^k$.

Hệ số x^5 sẽ là $C_{10}^5 3^5=61236$.

Câu 41: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^3=13n$, hệ số của số hạng chứa x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^2+\dfrac{1}{x^3}\right)^n$ bằng.

A. 120. **B.** 252. **C.** 45. **D.** 210.

Lời giải

Chọn A

Ta có $C_n^1+C_n^3=13n \Leftrightarrow n+\dfrac{n!}{3!(n-3)!}=13n \Leftrightarrow n+\dfrac{n(n-1)(n-2)}{6}=13n \Leftrightarrow 6+n^2-3n+2=78$

$\Leftrightarrow n^2-3n-70=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=-7 \\ n=10 \end{array}\right.$. Vì n là số nguyên dương nên $n=10$.

Ta có khai triển $\left(x^2+\dfrac{1}{x^3}\right)^{10}$.

Số hạng tổng quát của khai triển: $T_{k+1}=C_{10}^k x^{2(10-k)}.\left(\dfrac{1}{x^3}\right)^k=C_{10}^k x^{20-5k}$.

Số hạng chứa x^5 ứng với $20-5k=5 \Leftrightarrow k=3$. Vậy hệ số của số hạng chứa $C_{10}^3=120$.

Câu 42: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Có bao nhiêu số dương n sao cho

$$S=2+\left(C_1^0+C_2^0+...+C_n^0\right)+\left(C_1^1+C_2^1+...+C_n^1\right)+...+\left(C_{n-1}^{n-1}+C_n^{n-1}\right)+C_n^n$$

là một số có 1000 chữ số?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$S=2+\left(C_1^0+C_2^0+...+C_n^0\right)+\left(C_1^1+C_2^1+...+C_n^1\right)+...+\left(C_{n-1}^{n-1}+C_n^{n-1}\right)+C_n^n$

$=2+\left(C_1^0+C_1^1\right)+\left(C_2^0+C_2^1+C_2^2\right)+...+\left(C_{n-1}^0+C_{n-1}^1+...+C_{n-1}^{n-1}\right)+\left(C_n^0+C_n^1+...+C_n^n\right)$

$=2+2+(1+1)^2+...+(1+1)^{n-1}+(1+1)^n$

$=2+2^1+2^2+...+2^n=2+2.\dfrac{2^n-1}{2-1}\Rightarrow S=2^{n+1}$.

S là một số có 1000 chữ số $\Rightarrow 10^{999}\le S<10^{1000}\Leftrightarrow 10^{999}\le 2^{n+1}<10^{1000}$

$\Leftrightarrow 999\log_2 10-1\le n<1000\log_2 10-1$

Do $n\in\mathbb{N}$ nên $n\in\{3318;3319;3320\}$.

Vậy có 3 số nguyên dương n thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43: (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Trước kỳ thi học kỳ 2 của lớp 11 tại trường FIVE, giáo viên Toán lớp FIVE A giao cho học sinh đề cương ôn tập gồm có $2n$ bài toán, n là số nguyên dương lớn hơn 1. Đề thi học kỳ của lớp FIVE A sẽ gồm 3 bài toán được chọn ngẫu nhiên trong số $2n$ bài toán đó. Một học sinh muốn không phải thi lại, sẽ phải làm được ít nhất 2 trong số 3 bài toán đó. Học sinh TWO chỉ giải chính xác được đúng 1 nửa số bài trong đề cương trước khi đi thi, nửa còn lại học sinh đó không thể giải được. Tính xác suất để TWO không phải thi lại.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách chọn ngẫu nhiên 3 bài toán trong số $2n$ bài toán đó là C_{2n}^3.

Học sinh TWO giải được n bài toán và không giải được n bài toán.

Để TWO không phải thi lại thì có các trường hợp sau:

TH1: 3 bài toán được chọn trong n bài toán TWO giải được. Số cách là C_n^3.

TH2: 3 bài toán được chọn có 2 trong n bài toán TWO giải được và 1 trong n bài toán TWO không giải được. Số cách là $C_n^2.C_n^1$.

Do đó xác suất để TWO không phải thi lại là $\dfrac{C_n^3+C_n^1.C_n^2}{C_{2n}^3}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 44: (THPT Chuyên Thoại Ngọc Hầu – An Giang - Lần 3 năm 2017 – 2018) Giả sử có khai triển $(1-2x)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_nx^n$. Tìm a_5 biết $a_0+a_1+a_2=71$.

A. -672. **B.** 672. **C.** 627. **D.** -627.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-2x)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k(-2x)^k$. Vậy $a_0=1$; $a_1=-2C_n^1$; $a_2=4C_n^2$.

Theo bài ra $a_0+a_1+a_2=71$ nên ta có:

$1-2C_n^1+4C_n^2=71\Leftrightarrow 1-2\dfrac{n!}{1!(n-1)!}+4\dfrac{n!}{2!(n-2)!}=71\Leftrightarrow 1-2n+2n(n-1)=71$

$\Leftrightarrow 2n^2-4n-70=0\Leftrightarrow n^2-2n-35=0\Leftrightarrow n=7$ (thỏa mãn) hoặc $n=-5$ (loại).

Từ đó ta có $a_5 = C_7^5(-2)^5 = -672$.

Câu 45: (THPT Chuyên ĐHSP – Hà Nội - Lần 1 năm 2017 – 2018) Có 5 học sinh không quen biết nhau cùng đến một cửa hàng kem có 6 quầy phục vụ. Xác suất để có 3 học sinh cùng vào 1 quầy và 2 học sinh còn lại vào 1 quầy khác là

A. $\frac{C_5^3.C_6^1.5!}{5^6}$. **B.** $\frac{C_5^3.C_6^1.C_5^1}{6^5}$. **C.** $\frac{C_5^3.C_6^1.C_5^1}{5^6}$. **D.** $\frac{C_5^3.C_6^1.5!}{6^5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $n(\Omega) = 6^5$.

Ký hiệu A: "3 học sinh cùng vào 1 quầy và 2 học sinh còn lại vào 1 quầy khác".

Khi đó $n(A) = C_5^3.C_6^1.C_5^1$. Vậy $P(A) = \frac{C_5^3.C_6^1.C_5^1}{6^5}$.

Câu 46: (THPT Kim Liên – Hà Nội - Lần 2 năm 2017 – 2018) Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập A. Tính xác suất để chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố

A. $\frac{2045}{13608}$. **B.** $\frac{409}{90000}$. **C.** $\frac{409}{3402}$. **D.** $\frac{409}{11250}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abcde} = 11k$

Số cách chọn số có 5 chữ số từ tập số tự nhiên là $n(\Omega) = 9.10^4$

Gọi A là biến cố: chọn được số chia hết cho 11 và chữ số hàng đơn vị là số nguyên tố.

Do số có tận cùng là số nguyên tố nên $e = \{2;3;5;7\}$

Suy ra k có tận cùng là 2 ; 3 ; 5 ; 7 .

Ta có số cần tìm có 5 chữ số nên $10010 \le 11k \le 99990 \Leftrightarrow 910 \le 11k \le 9090$.

Xét các bộ số $(910;911,...919)$; $(920;921;...929)$; $(9080;9081...9089)$

Số các bộ số là $\frac{9090-910}{10} = 818$ bộ.

mỗi bộ số sẽ có 4 số k thỏa mãn. Do đó $n_A = 818.4 = 3272$

Xác suất của biến cố là $P_A = \frac{3272}{9.10^4} = \frac{409}{11250}$.

Câu 47: (THPT Thuận Thành 2 – Bắc Ninh - Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho khai triển $(x+3)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + ... + a_nx^n$, trong đó $n \in \mathbb{N}^*$ và a_0, a_1, a_2, …, a_n là các số thực. Gọi S là tập hợp chứa các số tự nhiên n để a_{10} là số lớn nhất trong các số a_0, a_1, a_2, …, a_n. Tổng giá trị các phần tử của S bằng

A. 205. **B.** 123. **C.** 81. **D.** 83.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $(x+3)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k 3^{n-k} x^k$.

Số hạng tổng quát của khai triển là $T_k = C_n^k 3^{n-k} x^k$. Suy ra hệ số của T_k là $a_k = C_n^k 3^{n-k}$.

Để a_{10} là số lớn nhất trong các số a_0, a_1, a_2, …, a_n thì:

$\begin{cases} a_{10} \ge a_9 \\ a_{10} \ge a_{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_n^{10}.3^{n-10} \ge C_n^9.3^{n-9} \\ C_n^{10}.3^{n-10} \ge C_n^{11}.3^{n-11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_n^{10} \ge 3C_n^9 \\ 3C_n^{10} \ge C_n^{11} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n \ge 39 \\ n \le 43 \end{cases} \Leftrightarrow 39 \le n \le 43$.

Vậy $S = \{39; 40; 41; 42; 43\}$.

Tổng các phần tử của S là $T = 39 + 40 + 41 + 42 + 43 = 205$.

Câu 48: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Một hộp đựng 10 thẻ được đánh số từ 1 đến 10. Phải rút ra ít nhất k thẻ để xác suất có ít nhất một thẻ ghi số chia hết cho 4 lớn hơn $\frac{13}{15}$. Giá trị của k bằng

A. 9. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Gọi biến cố A : Lấy k tấm thẻ có ít nhất một tấm thẻ chia hết cho 4. Với $1 \le k \le 10$.

Suy ra $\overline{A}$: Lấy k tấm thẻ không có tấm thẻ nào chia hết cho 4.

Ta có: $P(\overline{A}) = \frac{C_8^k}{C_{10}^k} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{C_8^k}{C_{10}^k} = 1 - \frac{(10-k)(9-k)}{90}$.

Theo đề: $1 - \frac{(10-k)(9-k)}{90} > \frac{13}{15} \Leftrightarrow k^2 - 19k + 78 < 0 \Leftrightarrow 6 < k < 13$.

Vậy $k = 7$ là giá trị cần tìm.

Câu 49: (THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018) Tìm hệ số của x^5 trong khai triển thành đa thức của $(2-3x)^{2n}$, biết n là số nguyên dương thỏa mãn: $C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + C_{2n+1}^4 + ... + C_{2n+1}^{2n} = 1024$.

A. 2099529. **B.** -2099520. **C.** -1959552. **D.** 1959552.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(x+1)^{2n+1} = C_{2n+1}^0.x^{2n+1} + C_{2n+1}^1.x^{2n} + ... + C_{2n+1}^{2n}.x + C_{2n+1}^{2n+1}$ (1)

Thay $x = 1$ vào (1): $2^{2n+1} = C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 + ... + C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$ (2)

Thay $x = -1$ vào (1): $0 = -C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^1 - ... - C_{2n+1}^{2n} + C_{2n+1}^{2n+1}$ (3)

Phương trình (2) trừ (3) theo vế: $2^{2n+1} = 2\left(C_{2n+1}^0 + C_{2n+1}^2 + ... + C_{2n+1}^{2n}\right)$

Theo đề ta có $2^{2n+1} = 2.1024 \Leftrightarrow n = 5$

Số hạng tổng quát của khai triển $(2-3x)^{10}$:

$T_{k+1} = C_{10}^k.2^{10-k}.(-3x)^k = C_{10}^k.2^{10-k}.(-3)^k.x^k$

Theo giả thiết ta có $k = 5$.

Vậy hệ số cần tìm $C_{10}^5.2^5.(-3)^5 = -1959552$.

Câu 50: (SGD Quảng Nam – năm 2017 – 2018) Hai bạn Bình và Lan cùng dự thi trong Kỳ thi THPT Quốc Gia năm 2018 và ở hai phòng thi khác nhau. Mỗi phòng thi có 24 thí sinh, mỗi môn thi có 24 mã đề khác nhau. Đề thi được sắp xếp và phát cho thi sinh một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi.

A. $\dfrac{32}{235}$. **B.** $\dfrac{46}{2209}$. **C.** $\dfrac{23}{288}$. **D.** $\dfrac{23}{576}$.

Lời giải

Chọn C

Mỗi môn thi, Bình và Lan đều có 24 cách chọn một mã đề. Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=24^4$.

Gọi A là biến cố: "Trong hai môn thi Toán và Tiếng Anh, Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi".

Ta xét hai trường hợp sau:

TH1: Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi môn Toán, có $24.1.24.23$ (cách).

TH2: Bình và Lan có chung đúng một mã đề thi môn Tiếng Anh, có $24.23.24.1$ (cách).

Suy ra, số trường hợp thuận lợi cho biến cố A là $n(A)=2.(24.1.24.23)$.

Xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{2.(24.1.24.23)}{24^4}=\dfrac{23}{288}$.

Câu 51: (ĐHQG TPHCM – Cơ Sở 2 – năm 2017 – 2018) Cho đa thức $P(x)=(x-2)^{2017}+(3-2x)^{2018}=a_{2018}x^{2018}+a_{2017}x^{2017}+...+a_1x+a_0$. Khi đó $S=a_{2018}+a_{2017}+...+a_1+a_0$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 2018. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn A

Ta có $P(x)=a_{2018}x^{2018}+a_{2017}x^{2017}+...+a_1x+a_0$

Cho $x=1 \Rightarrow P(1)=a_{2018}+a_{2017}+...+a_1+a_0=(1-2)^{2017}+(3-2.1)^{2018}=0$.

Câu 52: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Với n là số nguyên dương thỏa mãn $3C_{n+1}^3-3A_n^2=52(n-1)$. Trong khai triển biểu thức $(x^3+2y^2)^n$, gọi T_k là số hạng mà tổng số mũ của x và y của số hạng đó bằng 34. Hệ số của T_k là

A. 54912. **B.** 1287. **C.** 2574. **D.** 41184.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện : $n\ge 2$, $n\in\mathbb{N}^*$.

Ta có $3C_{n+1}^3-3A_n^2=52(n-1)\Leftrightarrow 3.\dfrac{(n+1)!}{3!(n-2)!}-3\dfrac{n!}{(n-2)!}=52(n-1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{(n-1)n(n+1)}{2}-3n(n-1)=52(n-1)\Leftrightarrow n^2+n-6n=104$

$\Leftrightarrow n^2-5n-104=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}n=13\\n=-8\end{array}\right.\Leftrightarrow n=13$.

$(x^3+2y^2)^{13}=\sum\limits_0^{13}C_{13}^k(x^3)^{13-k}(2y^2)^k=\sum\limits_0^{13}C_{13}^k2^kx^{39-3k}y^{2k}$.

Ta có : $39-3k+2k=34\Leftrightarrow k=5$. Vậy hệ số $C_{13}^5 2^5=41184$.

Câu 53: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Gọi S là tập hợp các sô tự nhiên có 9 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập S. Tính xác suất để số được chọn có đúng bốn chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

A. $\frac{5}{54}$. **B.** $\frac{5}{648}$. **C.** $\frac{5}{42}$. **D.** $\frac{20}{189}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số cần lập là $\overline{abcdefghi}$.

Không gian mẫu : Tập hợp số có 9 chữ số đôi một khác nhau.

Vì $a \neq 0 \Leftrightarrow$ có 9 cách chọn a.

$\overline{bcdefghi}$ không có chữ số ở $a \Leftrightarrow$ có $9!$ cách chọn.

Vậy $n(\Omega) = 9 \times 9!$.

Biến cố A: Số được chọn có đúng 4 chữ số lẻ sao cho số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ.

□ Số 0 luôn đứng giữa hai chữ số lẻ nên số 0 không thể đứng ở a hoặc i.

Suy ra có 7 cách sắp xếp chữ số 0.

□ Chọn hai số lẻ đặt bên cạnh số 0 (có sắp xếp) có A_5^2 cách chọn.

□ Tiếp tục chọn hai số lẻ khác và sắp xếp vào 2 trong 6 vị trí còn lại có $C_3^2 \times A_6^2 = 90$ cách chọn.

□ Còn lại 4 vị trí, chọn từ 4 số chẵn $\{2;4;6;8\}$ có $4! = 24$ cách chọn.

Vậy $n(A) = 7 \times A_5^2 \times 90 \times 24 = 302400$ cách chọn.

Xác suất để xảy ra biến cố A là $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{302400}{9 \times 9!} = \frac{5}{54}$.

Câu 54: (THPT Chuyên ĐH Vinh – Lần 2 – năm 2017 – 2018) Cho khai triển $(1+2x)^n = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_nx^n$, $n \geq 1$. Tìm số giá trị nguyên của n với $n \leq 2018$ sao cho tồn tại k $(0 \leq k \leq n-1)$ thỏa mãn $a_k = a_{k+1}$.

A. 2018. **B.** 673. **C.** 672. **D.** 2017.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1+2x)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k 2^k x^k$, suy ra $a_k = C_n^k 2^k$ với $k = 0,1,2,3,...,n$.

Do đó:

$$a_k = a_{k+1} \Leftrightarrow C_n^k 2^k = C_n^{k+1} 2^{k+1} \Leftrightarrow \frac{n!}{k!(n-k)!} = 2.\frac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n-k)} = \frac{2}{(k+1)} \Leftrightarrow 2n - 2k = k + 1 \Leftrightarrow k = \frac{2n-1}{3}.$$

Vì $0 \leq k \leq n-1$ nên suy ra $n \geq 2$.

Nếu $n = 3m$, $m \in \mathbb{N}$, thì $k = \frac{2.3m-1}{3} = 2m - \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$.

Nếu $n = 3m+1$, $m \in \mathbb{N}$, thì $k = \frac{2.(3m+1)-1}{3} = 2m + \frac{1}{3} \notin \mathbb{N}$.

Nếu $n=3m+2$, $m\in\mathbb{N}$, thì $k=\dfrac{2.(3m+2)-1}{3}=2m+1\in\mathbb{N}$. Nên với các số $n=3m+2$, $m\in\mathbb{N}$, thì sẽ cho tồn tại k $\left(0\le k\le n-1\right)$ thỏa mãn $a_k=a_{k+1}$.

Vì $2\le n\le 2018$ và $n\in\mathbb{N}$ nên $2\le 3m+2\le 2018\Leftrightarrow 0\le m\le 672$ và $m\in\mathbb{N}$.

Do đó, có 673 số giá trị nguyên của n với $n\le 2018$ sao cho tồn tại k $\left(0\le k\le n-1\right)$ thỏa mãn $a_k=a_{k+1}$.

Câu 55: **(SGD Nam Định – năm 2017 – 2018)** Giải bóng chuyền VTV Cúp gồm 12 đội bóng tham dự, trong đó có 9 đội nước ngoài và 3 đội của Việt Nam. Ban tổ chức cho bốc thăm ngẫu nhiên để chia thành 3 bảng A, B, C mỗi bảng 4 đội. Tính xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau

A. $\dfrac{16}{55}$. **B.** $\dfrac{133}{165}$. **C.** $\dfrac{32}{165}$. **D.** $\dfrac{39}{65}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{12}^4.C_8^4.C_4^4$.

Gọi A:" 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau" $\Rightarrow n\left(A\right)=\left(C_3^1.C_9^3\right)\left(C_2^1.C_6^3\right)\left(C_1^1.C_3^3\right)$.

Vậy xác suất để 3 đội bóng của Việt Nam ở 3 bảng khác nhau là $P\left(A\right)=\dfrac{\left(C_3^1.C_9^3\right)\left(C_2^1.C_6^3\right)\left(C_1^1.C_3^3\right)}{C_{12}^4.C_8^4.C_4^4}=\dfrac{16}{55}$.

Câu 1: (SGD Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ 'THANH HOA" thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ H đứng cạnh nhau.

A. $\frac{5}{14}$. **B.** $\frac{79}{84}$. **C.** $\frac{5}{84}$. **D.** $\frac{9}{14}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1.

Xét trường hợp các chữ cái được xếp bất kì, khi đó ta xếp các chữ cái lần lượt như sau

- Có C_8^3 cách chọn vị trí và xếp có 3 chữ cái H.

- Có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp có 2 chữ cái A.

- Có $3!$ cách xếp 3 chữ cái T, O, N.

Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_8^3.C_5^2.3!$.

Gọi A là biến cố "có ít nhất hai chữ H đứng cạnh nhau"

- Nếu có ba chữ H đứng cạnh nhau, có 6 cách xếp 3 chữ H.

- Nếu đúng hai chữ H đứng cạnh nhau thì

 Khi hai chữ H ở hai vị trí đầu hoặc cuối có 5 cách xếp chữ cái H còn lại

 Khi hai chữ H đứng ở vị trí giữa thì có 4 cách xếp chữ cái H còn lại.

Do đó có $2.5+5.4=30$ cách xếp 3 chữ H sao cho có đúng hai chữ H đứng cạnh nhau.

Như vậy có $30+6=36$ cách xếp 3 chữ H, ứng với cách xếp trên ta có C_5^2 cách chọn vị trí và xếp 2 chữ cái A và $3!$ cách xếp T, O, N

Suy ra $n(A)=36.C_5^2.3!$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{9}{14}$.

Cách 2. Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=\frac{8!}{2!3!}=3360$

Gọi A là biến cố "có ít nhất hai chữ H đứng cạnh nhau"

Đầu tiên ta xếp 2 chữ A và ba chữ T, O, N có $\frac{5!}{2!}$ cách.

Tiếp theo ta có 6 vị trí (xen giữa và ở hai đầu) để xếp 3 chữ H và không có chữ H nào đứng liền nhau, có C_3^6 cách.

Do đó $n(\overline{A})=\frac{5!}{2!}C_6^3 \Rightarrow n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=2160$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{9}{14}$.

Câu 2: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Biểu thức $\frac{x^{10}}{10!}+\frac{x^9}{9!}.\frac{(1-x)}{1!}+\frac{x^8}{8!}.\frac{(1-x)^2}{2!}+...+\frac{(1-x)^{10}}{10!}$ bằng

A. $10!$. **B.** $20!$. **C.** $\frac{1}{10!}$. **D.** $\frac{1}{100!}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{x^k}{k!}.\frac{(1-x)^{10-k}}{(10-k)!}=\frac{1}{10!}.\frac{10!}{k!(10-k)!}.x^k.(1-x)^{10-k}=\frac{1}{10!}.C_{10}^k.x^k.(1-x)^{10-k}$ với $0\le k\le 10$.

$$\frac{x^{10}}{10!}+\frac{x^9}{9!}.\frac{(1-x)}{1!}+\frac{x^8}{8!}.\frac{(1-x)^2}{2!}+...+\frac{(1-x)^{10}}{10!}=\frac{1}{10!}\sum_{k=0}^{10}C_{10}^k.x^k.(1-x)^{10-k}=\frac{1}{10!}(x+1-x)^{10}=\frac{1}{10!}.$$

Chú ý: Do đáp số không phục thuộc x nên ta chọn $x=0$ thì ta được tổng

$$S=0+0+...+0+\frac{(1-0)^{10}}{10!}=\frac{1}{10!}$$

Câu 3: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Một nhóm gồm 10 học sinh trong đó có hai bạn A và B, đứng ngẫu nhiên thành một hàng. Xác suất để hai bạn A và B đứng cạnh nhau là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{2}{5}$. **D.** $\frac{1}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh thành một hàng có $10!$ cách$\Rightarrow n(\Omega)=10!$

Gọi biến cố A: "Xếp 10 học sinh thành một hàng sao cho A và B đứng cạnh nhau".

Xem A và B là nhóm X.

Xếp X và 8 học sinh còn lại có $9!$ cách.

Hoán vị A và B trong X có $2!$ cách.

Vậy có $9!2!$ cách$\Rightarrow n(A)=9!2!$

Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1}{5}$.

Cách khác:

Xếp 8 học sinh rồi mới xếp 2 học sinh A, B có $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{8!.9.2}{10!}=\frac{1}{5}$.

Câu 4: (Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018) Hệ số của x^6 trong khai triển $(2x+1)^6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là

A. $\frac{1}{2}C_{14}^6$. **B.** $\frac{1}{4}C_{14}^6$. **C.** C_{14}^6. **D.** $4C_{14}^8$.

Lời giải

Chọn B

Xét khai triển $(2x+1)^6=(1+2x)^6=\sum_{k=0}^{n}C_6^k1^{6-k}(2x)^k=\sum_{k=0}^{n}C_6^k2^kx^k$

$$\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4=\left(x+\frac{1}{2}\right)^8=\left(\frac{1}{2}+x\right)^8=\sum_{j=0}^{8}C_j^8\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}x^j$$

Vậy $(2x+1)^6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4=\sum_{k=0}^{n}C_6^k2^kx^k.\sum_{j=0}^{8}C_8^J\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}x^j=\sum_{k=0}^{n}C_6^k2^k.\sum_{j=0}^{8}C_8^J\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}x^{j+k}$

Số hạng của khai triển chứa x^6 khi $j+k=6$.

Xét bảng:

k	0	1	2	3
j	6	5	4	3
$C_6^k 2^k.C_8^J\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}$	$C_6^0 2^0.C_8^6\left(\frac{1}{2}\right)^2$	$C_6^1 2^1.C_8^5\left(\frac{1}{2}\right)^3$	$C_6^2 2^2.C_8^4\left(\frac{1}{2}\right)^4$	$C_6^3 2^3.C_8^3\left(\frac{1}{2}\right)^5$
k	4	5	6	
j	2	1	0	
$C_6^k 2^k.C_8^J\left(\frac{1}{2}\right)^{8-j}$	$C_6^4 2^4.C_8^2\left(\frac{1}{2}\right)^6$	$C_6^5 2^5.C_8^3\left(\frac{1}{2}\right)^5$	$C_6^6 2^6.C_8^0\left(\frac{1}{2}\right)^2$	

Vậy hệ số x^6 trong khai triển $(2x+1)^6\left(x^2+x+\frac{1}{4}\right)^4$ thành đa thức là $\frac{3003}{4}=\frac{1}{4}C_{14}^6$.

Câu 5: **(Tạp chí THTT – Tháng 4 năm 2017 – 2018)** Trong một bài thi trắc nghiệm khách quan có 10 câu. Mỗi câu có bốn phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng. Mỗi câu trả lời đúng thì được 1 điểm, trả lời sai thì bị trừ $0,5$ điểm. Một thí sinh do không học bài nên làm bài bằng cách với mỗi câu đều chọn ngẫu nhiên một phương án trả lời. Xác suất để thí sinh đó làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

A. $\frac{7}{10}$. **B.** $C_{10}^8\left(\frac{1}{4}\right)^8\left(\frac{3}{4}\right)^2$. **C.** $A_{10}^8\left(\frac{1}{4}\right)^8\left(\frac{3}{4}\right)^2$. **D.** $\frac{109}{262144}$.

Lời giải

Chọn D

Chọn ngẫu nhiên phương án trả lời cho 10 câu hỏi ta được không gian mẫu có số phần tử là $n(\Omega)=4^{10}$.

Gọi A là biến cố thí sinh làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7.

Một thí sinh làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 thuộc một trong các trường hợp sau:

+ Đúng 10 câu (được 10 điểm) có: 1 cách chọn.

+ Đúng 9 câu và sai 1 câu (được $8,5$ điểm) có: $C_{10}^1.3=30$ cách chọn.

(nhân thêm 3 là do mỗi phươn án sai có 3 cách chọn)

+ Đúng 8 câu và sai 2 câu (được 7 điểm) có: $C_{10}^2.3^2=405$ cách chọn.

Khi đó $n(A)=1+30+405=436$.

Vậy xác suất để thí sinh làm bài được số điểm không nhỏ hơn 7 là

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{436}{4^{10}}=\frac{109}{262144}.$$

Chú ý:

Gọi x là số câu đúng (với $0\le x\le 10$, $x\in\mathbb{N}$), $10-x$ là số câu sai thì điểm của thí sinh là $d=x-0,5(10-x)=\frac{3x}{2}-5$.

Vì $d\ge 7$ nên $\frac{3x}{2}-5\ge 7\Leftrightarrow x\ge 8$ nên $x\in\{8;9;10\}$. Do đó ta có 3 trường hợp như trong lời giải.

Câu 6: (THPT Chuyên Thái Bình – Thái Bình – Lần 5 năm 2017 – 2018) Cho A là tập các số tự nhiên có 7 chữ số. Lấy một số bất kỳ của tập A. Tính xác suất để lấy được số lẻ và chia hết cho 9.

A. $\dfrac{625}{1701}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{18}$. **D.** $\dfrac{1250}{1701}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=9000000=9.10^6$ số.

Gọi A là biến cố thỏa mãn bài toán. Ta đếm số phần tử của A.

Ta có các số lẻ chia hết cho 9 là dãy 1000017, 1000035, 1000053,.,9999999 lập thành một cấp số cộng có $u_1=1000017$ và công sai $d=18$ nên số phần tử của dãy này là $\dfrac{9999999-1000017}{18}+1=500000$. Vậy $n(A)=5.10^5$.

Xác suất cần tìm là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{5.10^5}{9.10^6}=\dfrac{1}{18}$ Vì A và B là hai biến cố xung khắc nên hai biến cố này không đồng thời xảy ra.

Câu 7: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Từ 2 chữ số 1 và 8 lập được bao nhiêu số tự nhiên có 8 chữ số sao cho không có 2 chữ số 1 đứng cạnh nhau?

A. 54. **B.** 110. **C.** 55. **D.** 108

Lời giải

Chọn C

TH1: Có 8 chữ số 8.

Có 1 số

TH2: Có 1 chữ số 1, 7 chữ số 8.

Có 8 cách xếp chữ số 1 nên có 8 số.

TH3: Có 2 chữ số 1, 6 chữ số 8.

Xếp 6 số 8 ta có 1 cách.

Từ 6 số 8 ta có có 7 chỗ trống để xếp 2 số 1.

Nên ta có: $C_7^2=21$ số.

TH4: Có 3 chữ số 1, 5 chữ số 8.

Tương tự **TH3**, từ 5 chữ số 8 ta có 6 chỗ trống để xếp 3 chữ số 1.

Nên có: $C_6^3=20$ số.

TH5: Có 4 chữ số 1, 4 chữ số 8.

Từ 4 chữ số 8 ta có 5 chỗ trống để xếp 4 chữ số 1.

Nên có: $C_5^4=5$.

Vậy có: $1+8+21+20+5=55$ số.

Câu 8: (THPT Chuyên Lương Thế Vinh - Hà Nội – Lần 2 năm 2017 – 2018) Cho khai triển $T=\left(1+x-x^{2017}\right)^{2018}+\left(1-x+x^{2018}\right)^{2017}$. Hệ số của số hạng chứa x trong khai triển bằng

A. 4035. **B.** 1. **C.** 2017. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $T=\sum\limits_{k=0}^{2018}C_{2018}^k\left(x-x^{2017}\right)^k+\sum\limits_{k'=0}^{2017}C_{2017}^{k'}\left(x^{2018}-x\right)^{k'}$.

Hệ số của số hạng chứa x ứng với $k = k' = 1$.

Do đó hệ số cần tìm là $C_{2018}^1 - C_{2017}^1 = 1$.

Cách 2: Ta có $T = a_0 + a_1x + a_2x^2 + ... + a_{2017.2018}x^{2017.2018} = f(x)$

$\Rightarrow f'(x) = a_1 + 2a_2x + ... + 2017.2018a_{2017.2018}x^{2017.2018-1} \Rightarrow f'(0) = a_1$.

Mà $f'(x) = 2018\left(1 + x - x^{2017}\right)^{2017}\left(1 - 2017x^{2016}\right) + 2017\left(1 - x + x^{2018}\right)^{2016}\left(-1 + 2018x^{2017}\right)$

$\Rightarrow f'(0) = 2018 - 2017 = 1 \Rightarrow a_1 = 1$.

Do đó hệ số cần tìm là 1.

Câu 9: (THPT Nghèn – Hà Tĩnh – Lần 2 năm 2017 – 2018) Có 16 phần quà giống nhau chia ngẫu nhiên cho 3 học sinh giỏi An, Bình, Công(bạn nào cũng có quà). Tính xác suất để bạn An nhận không quá 5 phần quà.

A. $\frac{3}{7}$. **B.** $\frac{8}{21}$. **C.** $\frac{5}{7}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không giam mẫu là $n(\Omega) = C_{15}^2 = 105$.

Gọi A là biến cố ‘‘bạn An nhận không quá 5 phần quà’’.

$n(A) = C_{14}^1 + C_{13}^1 + C_{12}^1 + C_{11}^1 + C_{10}^1 = 60$

Xác suất để bạn An nhận không quá 5 phần quà là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{60}{105} = \frac{4}{7}$.

Câu 10: (THPT Chu Văn An – Hà Nội - năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên nhỏ hơn 10^6 được thành lập từ hai chữ số 0 và 1. Lấy ngẫu nhiên hai số trong S. Xác suất để lấy được ít nhất một số chia hết cho 3 bằng.

A. $\frac{4473}{8128}$. **B.** $\frac{2279}{4064}$. **C.** $\frac{55}{96}$. **D.** $\frac{53}{96}$.

Lời giải

Chọn D

Có: $a_1 \neq 0$; $a_1, ..., a_6 \in \{0;1\}$.

Số phần tử của S là : $2 + 1.2 + 1.2.2 + 1.2.2.2 + 1.2.2.2.2 + 1.2.2.2.2.2 = 64$.

Lấy ngẫu nhiên hai số trong S, có : C_{63}^2 (cách lấy).

Gọi A là biến cố lấy được ít nhất một số chia hết cho 3.

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố không lấy được số chia hết cho 3.

Ta xét xem trong 63 số của tập S có bao nhiêu số chia được cho 3:

+ TH1: Số có 1 chữ số a_1 : có 2 số và hai số này đều không chia được cho 3.

+ TH1: Số có 2 chữ số $\overline{a_1a_2}$ với $a_1 = 1$: có 2 số và 2 số này đều không chia được cho 3.

+ TH2: Số có 3 chữ số $\overline{a_1a_2a_3}$ với $a_1 = 1$: có 4 số và trong đó có 1 số chia được cho 3.

+ TH3: Số có 4 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4}$ với $a_1 = 1$: có 8 số và trong đó có 3 số chia được cho 3.

+ TH4: Số có 5 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ với $a_1 = 1$: có 16 số và trong đó có 6 số chia được cho 3.

+ TH5: Số có 6 chữ số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ với $a_1 = 1$: có 32 số và trong đó có 11 số chia được cho 3.

Do đó có 21 số chia được cho 3 và có 43 số không chia được cho 3 .

Do đó: $P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{C_{43}^{2}}{C_{64}^{2}}=\dfrac{43}{96}$. Vậy $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{53}{96}$.

Câu 11: (THPT Chuyên Võ Nguyên Giáp – Quảng Bình - năm 2017-2018) Trong lễ tổng kết năm học $2017-2018$, lớp $12T$ nhận được 20 cuốn sách gồm 5 cuốn sách toán, 7 cuốn sách vật lý, 8 cuốn sách Hóa học, các sách cùng môn học là giống nhau. Số sách này được chia đều cho 10 học sinh trong lớp, mỗi học sinh chỉ nhận được hai cuốn sách khác môn học. *Bình* và *Bảo* là hai trong số 10 học sinh đó. Tính xác suất để 2 cuốn sách mà *Bình* nhận được giống 2 cuốn sách của *Bảo*.

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{17}{90}$. **C.** $\dfrac{14}{45}$. **D.** $\dfrac{12}{45}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi x, y, z lần lượt là số phần quà gồm sách Toán và Vật lý, Toán và Hóa học, Vật lý và Hóa học.

Khi đó theo đề bài ta có hệ phương trình $\begin{cases}x+y=5\\x+z=7\\y+z=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\y=3\\z=5\end{cases}$.

Số phần tử không gian mẫu là $\left|n_{\Omega}\right|=C_{10}^{2}.C_{8}^{3}.C_{5}^{5}=2520$.

Gọi A là biến cố 2 cuốn sách mà *Bình* nhận được giống 2 cuốn sách của *Bảo*.

Số phần tử của A là $n_{A}=C_{2}^{2}.C_{8}^{3}.C_{5}^{5}+C_{8}^{2}.C_{6}^{1}.C_{5}^{5}+C_{8}^{2}.C_{6}^{3}.C_{3}^{3}=784$.

Vậy xác suất cần tìm là $P\left(A\right)=\dfrac{748}{2520}=\dfrac{14}{45}$

Câu 12: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt $\left(n\geq 3,n\in\mathbb{N}\right)$, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên mặt phẳng. Biết rằng có đúng 505 mặt phẳng phân biệt được tạo thành từ $2n$ điểm đã cho. Tìm n?

A. $n=9$. **B.** $n=7$.

C. Không có n thỏa mãn. **D.** $n=8$.

Lời giải

Chọn D

Xem 3 điểm trong $2n$ điểm đã cho lập nên một mặt phẳng, thế thì ta có C_{2n}^{3} mặt phẳng.

Tuy nhiên vì trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên mặt phẳng nên n điểm này có duy nhất 1 mặt phẳng.

Vậy số mặt phẳng có được là $\left(C_{2n}^{3}-C_{n}^{3}+1\right)$.

Theo đề bài ta có: $C_{2n}^{3}-C_{n}^{3}+1=505\Leftrightarrow\dfrac{(2n)!}{3!(2n-3)!}-\dfrac{n!}{3!(n-3)!}=504$

$\Leftrightarrow 2n(2n-1)(2n-2)-n(n-1)(n-2)=3024\Leftrightarrow 7n^{3}-9n^{2}+2n-3024=0\Leftrightarrow n=8$.

Câu 13: (SGD Bắc Ninh – Lần 2 - năm 2017-2018) Gọi S là tập hợp các số tự nhiên có 6 chữ số được lập từ tập $A=\left\{0;1;2;3;...;9\right\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Tính xác suất để chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng 7875.

A. $\dfrac{1}{5000}$. **B.** $\dfrac{1}{15000}$. **C.** $\dfrac{18}{5^{10}}$. **D.** $\dfrac{4}{3.10^4}$.

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là số cách lập các số có 6 chữ số từ tập A, do đó $n_\Omega = 9.10^5$.

Gọi B là biến cố chọn được số tự nhiên có tích các chữ số bằng $7875 = 3^2.5^3.7$.

Số phần tử của B là $C_6^2.C_4^3 = 60$.

Suy ra xác suất $P(B) = \dfrac{60}{9.10^5} = \dfrac{1}{15000}$.

Câu 14: (Chuyên Lê Hồng Phong – Nam Đinh - năm 2017-2018) Cho một tập hợp có 2018 phần tử. Hỏi tập đó có bao nhiêu tập con mà mỗi tập con đó có số phần tử là một số lẻ.

A. 1009. **B.** $2^{2018}-1$. **C.** $T = 2i$. **D.** 2^{2017}.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số tập con thỏa đề là $S = C_{2018}^1 + C_{2018}^3 + \ldots + C_{2018}^{2017}$

Xét khai triển

$$(1+x)^{2018} = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^k = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 x + C_{2018}^2 x^2 + C_{2018}^3 x^3 + \ldots + C_{2018}^{2017} x^{2017} + C_{2018}^{2018} x^{2018}$$

Lấy $x = 1$: $2^{2018} = C_{2018}^0 + C_{2018}^1 + C_{2018}^2 + C_{2018}^3 + \ldots + C_{2018}^{2017} + C_{2018}^{2018}$.

Lấy $x = -1: 0 = C_{2018}^0 - C_{2018}^1 + C_{2018}^2 - C_{2018}^3 + \ldots - C_{2018}^{2017} + C_{2018}^{2018}$

$\Rightarrow C_{2018}^1 + C_{2018}^3 + \ldots + C_{2018}^{2017} = C_{2018}^0 + C_{2018}^2 + \ldots + C_{2018}^{2018}$.

Vậy $S = C_{2018}^1 + C_{2018}^3 + \ldots + C_{2018}^{2017} = \dfrac{2^{2018}}{2} = 2^{2017}$.

Câu 15: (THPT Đặng Thúc Hứa – Nghệ An - năm 2017-2018) Đội thanh niên xung kích của một trường THPT gồm 15 học sinh, trong đó có 4 học sinh khối 12, 5 học sinh khối 11 và 6 học sinh khối 10. Chọn ngẫu nhiên ra 6 học sinh đi làm nhiệm vụ. Tính xác suất để chọn được 6 học sinh có đủ ba khối.

A. $\dfrac{4248}{5005}$. **B.** $\dfrac{757}{5005}$. **C.** $\dfrac{850}{1001}$. **D.** $\dfrac{151}{1001}$.

Lời giải

Chọn C

Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh từ 15 học sinh có C_{15}^6 (cách chọn) hay $n(\Omega) = C_{15}^6 = 5005$.

Gọi A: "Chọn được 6 học sinh có đủ ba khối"

$\Rightarrow \overline{A}$: "Chọn được 6 học sinh không đủ ba khối"

Suy ra $n(\overline{A}) = C_9^6 + C_{10}^6 + C_{11}^6 - C_6^6 = 755$. Do đó $P(\overline{A}) = \dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)} = \dfrac{151}{1001}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \dfrac{850}{1001}$.

Câu 16: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi P là tích ba số ở ba lần tung (mỗi số là số chấm trên mặt xuất hiện ở mỗi lần tung), tính xác suất sao cho P không chia hết cho 6.

A. $\dfrac{82}{216}$. **B.** $\dfrac{90}{216}$. **C.** $\dfrac{83}{216}$. **D.** $\dfrac{60}{216}$.

Câu 17: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi P là tích ba số ở ba lần tung (mỗi số là số chấm trên mặt xuất hiện ở mỗi lần tung), tính xác suất sao cho P không chia hết cho 6.

A. $\dfrac{82}{216}$. **B.** $\dfrac{90}{216}$. **C.** $\dfrac{83}{216}$. **D.** $\dfrac{60}{216}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=6^3=216$

Gọi A là biến cố "tích số chấm ở ba lần gieo là một số không chia hết cho 6"

Trường hợp 1. Số chấm ở cả ba lần gieo đều là các chữ số thuộc tập $\{1,2,4,5\}$

+ Cả ba lần số chấm khác nhau có A_4^3 khả năng.

+ Có hai lần số chấm giống nhau có $C_4^2.\dfrac{3!}{2!}.2$ khả năng.

+ Cả ba lần số chấm giống nhau có 4 khả năng.

$\Rightarrow$ Có 64 khả năng.

Trường hợp 2. Số chấm ở cả ba lần gieo đều là các chữ số thuộc tập $\{1,3,5\}$

+ Cả ba lần số chấm khác nhau có $3!$ khả năng.

+ Có hai lần số chấm giống nhau có $C_3^2.\dfrac{3!}{2!}.2$ khả năng.

+ Cả ba lần số chấm giống nhau có 3 khả năng.

$\Rightarrow$ Có 27 khả năng.

Tuy nhiên ở trường hợp 1 và 2 bị trùng nhau ở khả năng:

+ Ba lần số chấm giống nhau đối với số chấm 1 và 5: Chỉ có 2 khả năng

+ Có hai lần số chấm giống nhau đối với 1 và 5: Chỉ có 6 khả năng.

Do đó $n(A)=64+27-(2+6)=83$.

Vậy $P(A)=\dfrac{83}{216}$.

Câu 18: Giả sử số tự nhiên $n\ge 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0+\dfrac{C_{2n}^2}{3}+\dfrac{C_{2n}^4}{5}+\dfrac{C_{2n}^6}{7}+...+\dfrac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1}+\dfrac{C_{2n}^{2n}}{2n+1}=\dfrac{8192}{15}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $6<n<9$. **B.** $9<n<12$. **C.** $n<6$. **D.** Không tồn tại n.

Câu 19: Một người viết ngẫu nhiên một số có bốn chữ số. Tính xác suất để các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần (nghĩa là nếu số được viết dưới dạng $\overline{abcd}$ thì $a<b<c<d$ hoặc $a>b>c>d$).

A. $\dfrac{7}{125}$. **B.** $\dfrac{7}{375}$. **C.** $\dfrac{7}{250}$. **D.** $\dfrac{14}{375}$.

Câu 20: Giả sử số tự nhiên $n\ge 2$ thỏa mãn $C_{2n}^0+\dfrac{C_{2n}^2}{3}+\dfrac{C_{2n}^4}{5}+\dfrac{C_{2n}^6}{7}+...+\dfrac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1}+\dfrac{C_{2n}^{2n}}{2n+1}=\dfrac{8192}{15}$. Khẳng định nào sau đây là đúng:

A. $6<n<9$. **B.** $9<n<12$. **C.** $n<6$. **D.** Không tồn tại n.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $(1+x)^{2n}=C_{2n}^0+C_{2n}^1x+C_{2n}^2x^2+...+C_{2n}^{2n}x^{2n}$.

$$\Leftrightarrow \int_0^1 (1+x)^{2n}\,dx = \left(C_{2n}^0 x + \frac{1}{2} C_{2n}^1 x^2 + \frac{1}{3} C_{2n}^2 x^3 + \dots + \frac{1}{2n+1} C_{2n}^{2n} x^{2n+1} \right)\Bigg|_0^1$$

$$\Leftrightarrow \frac{(1+x)^{2n+1}}{2n+1}\Bigg|_0^1 = \left(C_{2n}^0 x + \frac{1}{2} C_{2n}^1 x^2 + \frac{1}{3} C_{2n}^2 x^3 + \dots + \frac{1}{2n+1} C_{2n}^{2n} x^{2n+1} \right)\Bigg|_0^1$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\left(2^{2n+1}-1\right)}{2n+1} = 2C_{2n}^0 + \frac{2}{2} C_{2n}^1 + \frac{2}{3} C_{2n}^2 + \dots + \frac{2}{2n+1} C_{2n}^{2n} \ (1)$$

Mặt khác:

$$\int_0^{-1} (1+x)^{2n}\,dx = \left(C_{2n}^0 x + \frac{1}{2} C_{2n}^1 x^2 + \frac{1}{3} C_{2n}^2 x^3 + \dots + \frac{1}{2n+1} C_{2n}^{2n} x^{2n+1} \right)\Bigg|_0^{-1}$$

$$\Leftrightarrow \frac{-2}{2n+1} = -2C_{2n}^0 + \frac{2}{2} C_{2n}^1 - \frac{2}{3} C_{2n}^2 + \dots + \frac{2}{2n+1} C_{2n}^{2n} \ (2)$$

Lấy (1) trừ (2), ta được:

$$\frac{2^{2n+1}}{2n+1} = 2\left(C_{2n}^0 + \frac{C_{2n}^1}{3} + \frac{C_{2n}^4}{5} + \frac{C_{2n}^6}{7} + \dots + \frac{C_{2n}^{2n-2}}{2n-1} + \frac{C_{2n}^{2n}}{2n+1} \right) \Leftrightarrow \frac{2^{2n+1}}{2n+1} = 2.\frac{8192}{15} \Leftrightarrow n \approx 6,44.$$

Vậy không có số tự nhiên n thỏa mãn.

Câu 21: Một người viết ngẫu nhiên một số có bốn chữ số. Tính xác suất để các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần (nghĩa là nếu số được viết dưới dạng $\overline{abcd}$ thì $a < b < c < d$ hoặc $a > b > c > d$).

A. $\frac{7}{125}$. **B.** $\frac{7}{375}$. **C.** $\frac{7}{250}$. **D.** $\frac{14}{375}$.

Lời giải

Chọn D

Viết ngẫu nhiên một số có 4 chữ số nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9.10.10.10 = 9000$.

Gọi A là biến cố các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần hoặc giảm dần có dạng $\overline{abcd}$.

Trường hợp 1: số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự giảm dần

Vì $a > b > c > d$ nên các chữ số đôi một khác nhau và các chữ số a, b, c, d lấy từ tập $X = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ và với 4 chữ số lấy ra từ X thì chỉ lập được duy nhất một số thỏa yêu cầu bài toán. Do đó số số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần là C_9^4.

Trường hợp 2: số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự tăng dần

Vì $a < b < c < d$ nên các chữ số đôi một khác nhau và các chữ số a, b, c, d lấy từ tập $Y = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ và với 4 chữ số lấy ra từ Y thì chỉ lập được duy nhất mọt số thỏa yêu cầu bài toán. Do đó số số tự nhiên có 4 chữ số mà các chữ số của số được viết ra có thứ tự giảm dần dần là C_{10}^4.

Vậy số phần tử của biến cố A là $n(A) = C_9^4 + C_{10}^4 = 336$.

Xác suất của biến cố A là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{336}{9000} = \frac{14}{375}$.

Câu 22: Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau bằng.

A. $\frac{3}{160}$. **B.** $\frac{3}{70}$. **C.** $\frac{3}{80}$. **D.** $\frac{3}{140}$.

Câu 23: Xếp ngẫu nhiên 3 quả cầu màu đỏ khác nhau và 3 quả cầu màu xanh giống nhau vào một giá chứa đồ nằm ngang có 7 ô trống, mỗi quả cầu được xếp vào một ô. Xác suất để 3 quả cầu màu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu màu xanh xếp cạnh nhau bằng.

A. $\frac{3}{160}$. **B.** $\frac{3}{70}$. **C.** $\frac{3}{80}$. **D.** $\frac{3}{140}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 3 ô trống trong 7 ô để xếp 3 quả cầu xanh giống nhau có C_7^3 cách.

Chọn 3 ô trống trong 4 ô còn lại để xếp 3 quả cầu đỏ khác nhau có A_4^3 cách.

$\Rightarrow n(\Omega) = C_7^3 . A_4^3 = 840$ cách.

Gọi A là biến cố "3 quả cầu đỏ xếp cạnh nhau và 3 quả cầu xanh xếp cạnh nhau"

Xem 3 quả cầu đỏ là nhóm X, 3 quả cầu xanh là nhóm Y.

Xếp X, Y vào các ô trống có A_3^2 cách.

Hoán vị 3 quả cầu đỏ trong X có $3!$ cách.

$\Rightarrow n(A) = A_3^2 . 3! = 36$.

Xác suất của biến cố A là: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{3}{70}$.

Câu 24: Giá trị của $A = \frac{1}{1!2018!} + \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{3!2016!} + \ldots + \frac{1}{1008!1011!} + \frac{1}{1009!1010!}$ bằng

A. $\frac{2^{2017}-1}{2018!}$. **B.** $\frac{2^{2018}}{2019!}$. **C.** $\frac{2^{2018}-1}{2019!}$. **D.** $\frac{2^{2017}}{2018!}$.

Câu 25: Giá trị của $A = \frac{1}{1!2018!} + \frac{1}{2!2017!} + \frac{1}{3!2016!} + \ldots + \frac{1}{1008!1011!} + \frac{1}{1009!1010!}$ bằng

A. $\frac{2^{2017}-1}{2018!}$. **B.** $\frac{2^{2018}}{2019!}$. **C.** $\frac{2^{2018}-1}{2019!}$. **D.** $\frac{2^{2017}}{2018!}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\frac{1}{k!(n-k)!} = \frac{C_n^k}{n!}$.

Do đó

$$A=\frac{C_{2019}^1}{2019!}+\frac{C_{2019}^2}{2019!}+\frac{C_{2019}^3}{2019!}+...+\frac{C_{2019}^{1009}}{2019!}=\frac{C_{2019}^1+C_{2019}^2+...+C_{2019}^{1009}}{2019!}$$
$$=\frac{C_{2019}^0+C_{2019}^1+C_{2019}^2+...+C_{2019}^{1009}-1}{2019!}=\frac{2^{2018}-1}{2019!}.$$

Câu 26: Cho biểu thức $P(x)=(x+2)^n=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_kx^k+...+a_1x+a_0,\ n\in\mathbb{N}^*$. Biết $a_{n-9}>a_{n-8}$ và $a_{n-9}>a_{n-10}$. Giá trị của n bằng:

A. 13. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 15.

Câu 27: Cho biểu thức $P(x)=(x+2)^n=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_kx^k+...+a_1x+a_0,\ n\in\mathbb{N}^*$. Biết $a_{n-9}>a_{n-8}$ và $a_{n-9}>a_{n-10}$. Giá trị của n bằng:

A. 13. **B.** 14. **C.** 12. **D.** 15.

Lời giải

Chọn A

* Theo công thức khai triển nhị thức Newton ta có:

$$P(x)=(x+2)^n=C_n^0x^n2^0+C_n^1x^{n-1}2^1+...+C_n^{n-k}x^k2^{n-k}+...+C_n^{n-1}x^12^{n-1}+C_n^nx^02^n,\ n\in\mathbb{N}^*$$

mà $P(x)=(x+2)^n=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_kx^k+...+a_1x+a_0,\ n\in\mathbb{N}^*$

Ta có: $a_k=2^{n-k}C_n^{n-k}=2^{n-k}C_n^k,\ 0\le k\le n\Rightarrow a_{n-8}=2^8C_n^{n-8}=2^8C_n^8,\ a_{n-9}=2^9C_n^9,\ a_{n-10}=2^{10}C_n^{10}$

* Theo đề bài với $n\ge 10,\ n\in\mathbb{N}^*$:

$$\begin{cases}a_{n-9}>a_{n-8}\\a_{n-9}>a_{n-10}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2^9\dfrac{n!}{9!(n-9)!}>2^8\dfrac{n!}{8!(n-8)!}\\2^9\dfrac{n!}{9!(n-9)!}>2^{10}\dfrac{n!}{10!(n-10)!}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{2}{9}>\dfrac{1}{n-8}\\\dfrac{1}{n-9}>\dfrac{1}{5}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}n>\dfrac{25}{2}\\n<14\end{cases}\Leftrightarrow n=13.$$

Câu 28: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2-C_n^1=44$. Số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x>0$ bằng

A. 165. **B.** 485. **C.** 238. **D.** 525.

Câu 29: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^2-C_n^1=44$. Số hạng không chứa x trong khai triển của biểu thức $\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{x^4}\right)^n$, với $x>0$ bằng

A. 165. **B.** 485. **C.** 238. **D.** 525.

Lời giải

Chọn A

$$C_n^2-C_n^1=44\Leftrightarrow\frac{n(n-1)}{2}-n=44\Leftrightarrow n^2-3n-88=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=11\\n=-8(l)\end{array}\right..$$

Do đó

$$\left(x\sqrt{x}+\frac{1}{x^4}\right)^{11}=\sum_{k=0}^{11}C_{11}^k\left(x\sqrt{x}\right)^k\left(\frac{1}{x^4}\right)^{11-k}$$

$=\sum_{k=0}^{11} C_{11}^{k}(x)^{\frac{3k}{2}+4(k-11)}=\sum_{k=0}^{11} C_{11}^{k}(x)^{\frac{11k-88}{2}}$.

Số hạng không chứa x khi $11k-88=0 \Leftrightarrow k=8$. Do vậy số hạng cần tìm là $C_{11}^{8}=165$.

Câu 30: Tìm hệ số của x^3 sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\frac{1}{x}-x+2x^2\right)^9$, $x \neq 0$.

A. -2940. **B.** 3210. **C.** 2940. **D.** -3210.

Câu 31: Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác xuất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

A. $\frac{9}{14}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{5}{14}$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	D	B	A	B	D	B	A	C	B	D	B	C	D	C	C	D	C	D	A	B	B	C	A	A

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	D	A	C	B	B	D	C	D	C	C	A	B	C	D	A	A	C	D	B	D	C	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 32: Tìm hệ số của x^3 sau khi khai triển và rút gọn các đơn thức đồng dạng của $\left(\frac{1}{x}-x+2x^2\right)^9$, $x\neq 0$.

A. -2940. **B.** 3210. **C.** 2940. **D.** -3210.

Lời giải

Chọn A

Ta có

$$\left(\frac{1}{x}-x+2x^2\right)^9=\left[\frac{1}{x}+x(2x-1)\right]^9=\sum_{k=0}^{9}C_9^k\left(\frac{1}{x}\right)^{9-k}.x^k.(2x-1)^k=\sum_{k=0}^{9}\sum_{i=0}^{k}C_k^iC_9^k(-1)^{k-i}2^i.x^{2k+i-9}.$$

Theo yêu cầu bài toán ta có $2k+i-9=3\Leftrightarrow 2k+i=12$; $0\le i\le k\le 9$; $i,k\in\mathbb{N}$

Ta có các cặp $(i;k)$ thỏa mãn là $(0;6),(2;5),(4;4)$.

Từ đó hệ số của x^3 là $C_6^0C_9^6(-1)^{6-0}.2^0+C_5^2C_9^5(-1)^{5-2}.2^2+C_4^4C_9^4(-1)^{4-4}.2^4=-2940$.

Câu 33: Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên. Xác xuất để không có phần nào gồm 3 viên cùng màu bằng

A. $\frac{9}{14}$. **B.** $\frac{2}{7}$. **C.** $\frac{3}{7}$. **D.** $\frac{5}{14}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1: Vì xác suất không thay đổi khi ta coi ba phần này có xếp thứ tự 1, 2, 3.

Chia ngẫu nhiên 9 viên bi gồm 4 viên màu đỏ và 5 viên màu xanh có cùng kích thước thành ba phần, mỗi phần 3 viên như sau:

- Phần 1: Chọn 3 viên cho phần 1 có C_9^3 cách.
- Phần 2: Chọn 3 viên cho phần 2 có C_6^3 cách.
- Phần 3: Chọn 3 viên lại cho phần 3 có 1 cách.

Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_9^3.C_6^3=1680$.

Gọi A là biến cố không có phần nào gồm 3 viên cùng màu, khi đó ta chia các viên bi thành 3 bộ như sau:

- Bộ 1: 2 đỏ, 1 xanh: Có $C_4^2C_5^1$ cách chọn
- Bộ 2: 1 đỏ, 2 xanh: Có $C_2^1C_4^2$ cách chọn
- Bộ 3: gồm các viên bi còn lại(1 đỏ, 2 xanh).

Vì bộ 2 và 3 có các viên bi giống nhau để không phân biệt hai bộ này nên có $\frac{3!}{2!}$ sắp xếp 3 bộ vào 3 phần trên.

Do đó $n(A)=\frac{3!}{2!}C_4^2C_5^1C_2^1C_4^2=1080$.

Ta được $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1080}{1680}=\frac{9}{14}$.

Cách 2: Mã hóa:

- 4 viên bi đỏ giống nhau là 1, 1, 1, 1.
- 5 viên bi xanh giống nhau là 0, 0, 0, 0, 0.
  - ✓ Xếp 9 phần tử hàng ngang có $|\Omega|=\frac{9!}{5!.4!}=126$ (cách).
  - ✓ Một cách xếp thỏa yêu cầu là $\underbrace{1,1,0}_{1}\Big|\underbrace{1,0,0}_{2}\Big|\underbrace{1,0,0}_{3}$.

- Hoán vị các nhóm có $\dfrac{3!}{2!}=3$ (do có 2 nhóm giống nhau).
- Rồi hoán vị các số trong mỗi nhóm có: $3.3.3=27$.

Do đó biến cố A có: $|\Omega_A|=3\times 27=81$.

Vậy $P(A)=\dfrac{|\Omega_A|}{|\Omega|}=\dfrac{81}{126}=\dfrac{9}{14}$.

Câu 34: ----------**HẾT**----------Có tất cả bao nhiêu bộ số nguyên dương $(n,\, k)$ biết $n<20$ và các số C_n^{k-1}, C_n^k, C_n^{k+1} theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 35: Có tất cả bao nhiêu bộ số nguyên dương $(n,\, k)$ biết $n<20$ và các số C_n^{k-1}, C_n^k, C_n^{k+1} theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Các số $C_n^{k-1},C_n^k,C_n^{k+1}$ theo thứ tự đó là số hạng thứ nhất, thứ ba, thứ năm của một cấp số cộng nên ta có: $C_n^k-C_n^{k-1}=C_n^{k+1}-C_n^k\Leftrightarrow \dfrac{n!}{(k+1)!(n-k-1)!}+\dfrac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!}=2\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{k(k+1)}+\dfrac{1}{(n-k+1)(n-k)}=\dfrac{2}{k(n-k)}\Leftrightarrow (n-2k)^2=n+2$.

Do $n<20\Rightarrow n+2<22$ mà $n+2$ là số chính phương, n,k nguyên dương nên có các trường hợp sau:

+ $n+2=4\Rightarrow n=2;k=2$.

+ $n+2=9\Rightarrow n=7;k=2$ hoặc $n=7;k=5$.

+ $n+2=16\Rightarrow n=14;k=5$ hoặc $n=14;k=9$.

Mà $k+1\le n$ nên chỉ có 4 bộ thỏa mãn.

Câu 36: Hệ số của x^2 trong khai triển của $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^7+(2x+1)^2$ bằng

A. 4. **B.** 40. **C.** 35. **D.** 39.

Câu 37: Hệ số của x^2 trong khai triển của $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^7+(2x+1)^2$ bằng

A. 4. **B.** 40. **C.** 35. **D.** 39.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(2x+1)^2=4x^2+4x+1$ nên hệ số của x^2 trong $(2x+1)^2$ là 4.

$C_7^k\left(x^2\right)^{7-k}\left(\dfrac{1}{x}\right)^k=C_7^k x^{14-3k}\ \ (k\le 7,k\in\mathbb{N})$.

Hệ số của x^2 ứng với k thỏa $14-3k=2\Leftrightarrow k=4$.

Vậy hệ số của x^2 trong khai triển của $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^7+(2x+1)^2$ bằng $4+C_7^4=39$.

Câu 38: Cho đa giác đều (P) có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (P), tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác vuông sao cho, không có cạnh nào là cạnh của (P).

A. $\frac{5}{114}$. **B.** $\frac{3}{38}$. **C.** $\frac{7}{114}$. **D.** $\frac{7}{57}$.

Câu 39: Cho đa giác đều (P) có 20 đỉnh. Lấy tùy ý 3 đỉnh của (P), tính xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác vuông sao cho, không có cạnh nào là cạnh của (P).

A. $\frac{5}{114}$. **B.** $\frac{3}{38}$. **C.** $\frac{7}{114}$. **D.** $\frac{7}{57}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu: Chọn 3 đỉnh bất kì từ 20 đỉnh để tạo thành một tam giác $\Rightarrow n(\Omega)=C_{20}^3$

Biến cố A: 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác vuông sao cho, không có cạnh nào là cạnh của (P).

Ta có đa giác (P) nội tiếp một đường tròn, nên tam giác vuông tạo ra từ một đường chéo (qua tâm) bất kì và một điểm khác (tam giác nội tiếp có một cạnh là đường kính là tam giác vuông)

- Số cách chọn đường chéo qua tâm là 10 cách.
- Một đường chéo đi qua 2 đỉnh, nên theo yêu cầu, đỉnh thứ ba không thể là 4 đỉnh nằm cạnh hai đỉnh đã chọn $\rightarrow$ có $20-2-4=14$ cách chọn (trừ hai đỉnh tạo thành đường chéo nữa)

Vậy $n(A)=10\times14=140$ tam giác.

Vậy xác suất để 3 đỉnh lấy được tạo thành một tam giác vuông sao cho, không có cạnh nào là cạnh của (P) là $p=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{140}{C_{20}^3}=\frac{7}{57}$.

Câu 40: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0+2C_n^1+2^2C_n^2+...+2^nC_n^n=14348907$. Hệ số cỉa số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(x^2-\frac{1}{x^3}\right)^n$ $(x\neq0)$ bằng

A. -1365. **B.** 32760. **C.** 1365. **D.** -32760.

Câu 41: Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

A. 1768. **B.** 1771. **C.** 1350. **D.** 2024.

Câu 42: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^0+2C_n^1+2^2C_n^2+...+2^nC_n^n=14348907$. Hệ số cỉa số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức $\left(x^2-\frac{1}{x^3}\right)^n$ $(x\neq0)$ bằng

A. -1365. **B.** 32760. **C.** 1365. **D.** -32760.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ giả thiết $C_n^0+2C_n^1+2^2C_n^2+...+2^nC_n^n=14348907 \Leftrightarrow (1+2)^n=14348907 \Leftrightarrow 3^n=3^{15} \Leftrightarrow n=15$.

Xét khai triển $\left(x^2-\frac{1}{x^3}\right)^{15}=\sum_{k=0}^{15}C_{15}^k.x^{2(15-k)}.(-1)^k.\frac{1}{x^{3k}}=\sum_{k=0}^{15}C_{15}^k.(-1)^k x^{30-5k}$.

Hệ số của x^{10} tương ứng với $30-5k=10 \Leftrightarrow k=4$.

Hệ số cần tìm là $C_{15}^4.(-1)^4=1365$.

Câu 43: Một hộp đựng 26 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 26. Bạn Hải rút ngẫu nhiên cùng một lúc ba tấm thẻ. Hỏi có bao nhiêu cách rút sao cho bất kỳ hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn kém nhau ít nhất 2 đơn vị?

A. 1768. **B.** 1771. **C.** 1350. **D.** 2024.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử số ghi trên ba thẻ sắp xếp theo thứ tự tăng dần là $a<b<c$.

Vì hai trong ba tấm thẻ lấy ra đó có hai số tương ứng ghi trên hai tấm thẻ luôn kém nhau ít nhất 2 đơn vị nên ta có: $\begin{cases} a<b-1 \\ b<c-1 \end{cases} \Rightarrow 1\le a<b-1<c-2\le 24$.

Vậy số cách lấy là: $C_{24}^3=2024$ cách.

Câu 44: Cho $(1+2x)^n=a_0+a_1x^1+...+a_nx^n$, $n\in\mathbb{N}^*$. Biết $a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Số lớn nhất trong các số $a_0,a_1,a_2,...,a_n$ có giá trị bằng

A. 126720. **B.** 924. **C.** 972. **D.** 1293600.

Câu 45: Cho $(1+2x)^n=a_0+a_1x^1+...+a_nx^n$, $n\in\mathbb{N}^*$. Biết $a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096$. Số lớn nhất trong các số $a_0,a_1,a_2,...,a_n$ có giá trị bằng

A. 126720. **B.** 924. **C.** 972. **D.** 1293600.

Lời giải

Chọn A

$(1+2x)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k.2^k.x^k=C_n^0.2^0x^0+C_n^1.2^1x^1+C_n^2.2^2x^2+...+C_n^n.2^nx^n=a_0+a_1x^1+...+a_nx^n$.

Ta có: $a_0+\frac{a_1}{2}+\frac{a_2}{2^2}+...+\frac{a_n}{2^n}=4096 \Rightarrow C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=4096 \Leftrightarrow 2^n=4096 \Leftrightarrow n=12$.

Ta có: $a_k<a_{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k.2^k<C_{12}^{k+1}.2^{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k<2C_{12}^{k+1}$. Suy ra: $a_0<a_1<a_2<...<a_8$.

Mặt khác: $a_k>a_{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k.2^k>C_{12}^{k+1}.2^{k+1} \Leftrightarrow C_{12}^k>2C_{12}^{k+1}$. Suy ra: $a_8>a_9>a_{10}>...>a_{12}$.

Vậy số lớn nhất trong các số $a_0,a_1,a_2,...,a_n$ là $a_8=C_{12}^8.2^8=126720$.

Câu 46: Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

A. 243. **B.** 190. **C.** 120. **D.** 184.

Câu 47: Hệ số của x^5 trong khai triển $f(x)=(1+x+3x^3)^{10}$ thành đa thức là

A. 1380. **B.** 1332. **C.** 3480. **D.** 1836.

Câu 48: Một túi có 14 viên bi gồm 5 viên bi màu trắng được đánh số từ 1 đến 5; 4 viên bi màu đỏ được đánh số từ 1 đến 4; 3 viên bi màu xanh được đánh số từ 1 đến 3 và 2 viên màu vàng được đánh số từ 1 đến 2. Có bao nhiêu cách chọn 3 viên bi từng đôi khác số?

A. 243. **B.** 190. **C.** 120. **D.** 184.

Lời giải

Chọn B

Có C_{14}^3 cách chọn 3 viên bi tùy ý.

Chọn 3 viên bi cùng số 1 có $C_4^3 = 4$ cách chọn.

Chọn 3 viên bi cùng số 2 có $C_4^3 = 4$ cách chọn.

Chọn 3 viên bi cùng số 3 có 1 cách chọn.

Chọn 2 viên số 1 và 1 viên khác số 1 có $C_4^2.C_{10}^1 = 60$.

Chọn 2 viên số 2 và 1 viên khác số 2 có $C_4^2.C_{10}^1 = 60$.

Chọn 2 viên số 3 và 1 viên khác số 3 có $C_3^2.C_{11}^1 = 33$.

Chọn 2 viên số 4 và 1 viên khác số 4 có $C_2^2.C_{12}^1 = 12$.

Như vậy số cách chọn theo yêu cầu là $C_{14}^3 - 4 - 4 - 1 - 60 - 60 - 33 - 12 = 190$.

Câu 49: Hệ số của x^5 trong khai triển $f(x) = \left(1 + x + 3x^3\right)^{10}$ thành đa thức là

A. 1380. **B.** 1332. **C.** 3480. **D.** 1836.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x) = \left(1 + x\left(1 + 3x^2\right)\right)^{10}$.

Số hạng tổng quát: $T = C_{10}^k C_{10-k}^i 3^k x^{i+3k}$.

Để T chứa x^5 thì $\begin{cases} i + 3k = 5 \\ i, k \in \mathbb{Z} \\ 0 \le i \le 10 - k \le 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ i = 5 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} k = 1 \\ i = 2 \end{cases}$

Vậy hệ số của x^5 trong khai triển là $C_{10}^0 C_{10}^5 3^0 + C_{10}^1 C_9^2 3^1 = 1332$.

Câu 50: Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân.

A. 81. **B.** 165. **C.** 216. **D.** 45.

Câu 51: Có tất cả bao nhiêu số tự nhiên có ba chữ số $\overline{abc}$ sao cho a, b, c là độ dài ba cạnh của một tam giác cân.

A. 81. **B.** 165. **C.** 216. **D.** 45.

Lời giải

Chọn B

Không mất tính tổng quát, giả sử $a = b \Rightarrow c < 2a$ (Bất đẳng thức tam giác).

TH 1: $a = b = 1 \Rightarrow c < 2 \Rightarrow c = 1$.

TH 2: $a = b = 2 \Rightarrow c < 4 \Rightarrow c \in \{1; 2; 3\}$.

TH 3: $a = b = 3 \Rightarrow c < 6 \Rightarrow c \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$.

TH 4: $a = b = 4 \Rightarrow c < 8 \Rightarrow c \in \{1; 2; 3; 4; 5; ...; 7\}$.

TH 5: $a = b \in \{5; 6; 7; 8; 9\} \Rightarrow c \in \{1; 2; 3; ...; 9\}$.

Do đó có tất cả $1+3+5+7+9.5=61$ bộ số thỏa mãn bài toán trong đó có 9 bộ số là độ dài ba cạnh của một tam giác đều và 52 bộ số là độ dài của ba cạnh tam giác cân không đều.
Với mỗi bộ ba số a, b, c là độ dài ba cạnh của tam giác cân, ta có 3 cách sắp xếp để tạo thành một số có ba chữ số.
Vậy số các số cần tìm là: $9+52.3=165$.

Câu 52: Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A. Tính xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9.

A. $\dfrac{1}{18}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{625}{1701}$. **D.** $\dfrac{1250}{1701}$.

Câu 53: Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A. Tính xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9.

A. $\dfrac{1}{18}$. **B.** $\dfrac{1}{9}$. **C.** $\dfrac{625}{1701}$. **D.** $\dfrac{1250}{1701}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=9.10^8$

Gọi B là biến cố thỏa yêu cầu bài toán.

Ta có các số lẻ có 9 chữ số chia hết cho 9 là 100000017, 100000035, 100000053,……, 999999999 lập thành một cấp số cộng với $u_1=100000017$ và công sai $d=18$.

Nên số phần tử của dãy là $\dfrac{999999999-100000017}{18}+1=50000000$

Vậy $n(B)=5.10^7$. Xác suất là $P(B)=\dfrac{n(B)}{n(\Omega)}=\dfrac{5.10^7}{9.10^8}=\dfrac{1}{18}$.

Câu 27. Tổng tất cả các hệ số của khai triển $\left(\dfrac{1}{x}+x^3\right)^n$ bằng 1024. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển biểu thức trên.

A. 120. **B.** 210. **C.** 330. **D.** 126.

Câu 54: Tính tổng $S=2.2^{2017}C_{2018}^1+3.2^{2016}C_{2018}^2+4.2^{2015}C_{2018}^3+...+2019C_{2018}^{2018}$.

A. $S=2021.3^{2017}-2^{2018}$. **B.** $S=2021.3^{2017}$.

C. $S=2021.3^{2018}-2^{2017}$. **D.** $S=2021.3^{2017}+2^{2018}$.

Câu 32. Tổng tất cả các hệ số của khai triển $\left(\dfrac{1}{x}+x^3\right)^n$ bằng 1024. Tìm hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển biểu thức trên.

A. 120. **B.** 210. **C.** 330. **D.** 126.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $C_n^0+C_n^1+C_n^2+....+C_n^n=1024 \Leftrightarrow 2^n=1024 \Leftrightarrow n=10$.

Số hạng tổng quát của khai triển $\left(\dfrac{1}{x}+x^3\right)^{10}$ là: $C_{10}^k\left(\dfrac{1}{x}\right)^k\left(x^3\right)^{10-k}=C_{10}^k x^{30-4k}$.

Ta có: $30-4k=6 \Leftrightarrow k=6$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^6 trong khai triển biểu thức trên là: $C_{10}^6=210$.

Câu 55: Tính tổng $S = 2.2^{2017}C_{2018}^{1} + 3.2^{2016}C_{2018}^{2} + 4.2^{2015}C_{2018}^{3} + ... + 2019C_{2018}^{2018}$.

A. $S = 2021.3^{2017} - 2^{2018}$. **B.** $S = 2021.3^{2017}$.

C. $S = 2021.3^{2018} - 2^{2017}$. **D.** $S = 2021.3^{2017} + 2^{2018}$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng khai triển nhị thức NewTon ta có

$(2+x)^{2018} = C_{2018}^{0}.2^{2018} + C_{2018}^{1}.2^{2017}.x + C_{2018}^{2}.2^{2016}.x^2 + ... + C_{2018}^{2018}.x^{2018}$

$\Leftrightarrow x(2+x)^{2018} = C_{2018}^{0}.2^{2018}.x + C_{2018}^{1}.2^{2017}.x^2 + C_{2018}^{2}.2^{2016}.x^3 + ... + C_{2018}^{2018}.x^{2019}$

Lấy đạo hàm theo x hai vế ta được:

$(2+x)^{2018} + x.2018.(2+x)^{2017} = C_{2018}^{0}.2^{2018} + 2.C_{2018}^{1}.2^{2017}.x + 3.C_{2018}^{2}.2^{2016}.x^2 + ... + 2019.C_{2018}^{2018}.x^{2018}$

Cho $x = 1$ ta được:

$3^{2018} + 2018.3^{2017} = C_{2018}^{0}.2^{2018} + 2.C_{2018}^{1}.2^{2017} + 3.C_{2018}^{2}.2^{2016} + ... + 2019.C_{2018}^{2018}$

Suy ra $S = 3^{2018} + 2018.3^{2017} - C_{2018}^{0}.2^{2018} = 2021.3^{2017} - 2^{2018}$.

Câu 56: Cho đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Người ta lập một tứ giác có 4 đỉnh là 4 đỉnh của (H). Tính số tứ giác được lập thành mà không có cạnh nào là cạnh của (H).

A. 4950. **B.** 1800. **C.** 30. **D.** 450.

Câu 57: Cho đa giác đều (H) có 15 đỉnh. Người ta lập một tứ giác có 4 đỉnh là 4 đỉnh của (H). Tính số tứ giác được lập thành mà không có cạnh nào là cạnh của (H).

A. 4950. **B.** 1800. **C.** 30. **D.** 450.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Kí hiệu đa giác là $A_1A_2...A_{15}$.

+ TH1: Chọn tứ giác có dạng $A_1A_mA_nA_p$ với $1 < m < n < p \le 15$. Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 là số các đỉnh nằm giữa A_1 với A_m, A_m với A_n, A_n với A_p và A_p với A_1.

Khi đó ta có hệ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 11 \\ x_i \ge 1, i = 1,2,3,4 \end{cases}$.

Đặt $x_i' = x_{i-1}$ thì $x_i' \ge 0$ và $x_1' + x_2' + x_3' + x_4' = 7$ nên có $C_{10}^{3} = 120$ tứ giác.

+ TH2 : Không chọn đỉnh A_1. Giả sử tứ giác được chọn là $A_mA_nA_pA_q$ với $1 < m < n < p < q \le 15$. Gọi x_1 là số các đỉnh giữa A_1 và A_m, x_2 là số các đỉnh giữa A_m và A_n, x_3 là số các đỉnh giữa A_n và A_p, x_4 là số các đỉnh giữa A_p và A_q, x_5 là các đỉnh giữa A_q và A_1.

Ta có hệ $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 10 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \ge 1, x_5 \ge 0 \end{cases}$. Tương tự trường hợp trên có $C_{11}^{4} = 330$ tứ giác.

Vậy có 450 tứ giác

Câu 58: Thầy Dương có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu (khó, dễ, trung bình) và số câu dễ không ít hơn 2?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Câu 59: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Câu 60: Thầy Dương có 30 câu hỏi khác nhau gồm 5 câu khó, 10 câu trung bình và 15 câu dễ. Từ 30 câu hỏi đó có thể lập được bao nhiêu đề kiểm tra, mỗi đề gồm 5 câu hỏi khác nhau, sao cho trong mỗi đề nhất thiết phải có đủ cả 3 câu (khó, dễ, trung bình) và số câu dễ không ít hơn 2?

A. 56875. **B.** 42802. **C.** 41811. **D.** 32023.

Lời giải

Chọn A

TH1: Trong 5 câu có 2 câu dễ, 2 câu trung bình và 1 câu khó, có : $C_{15}^2.C_{10}^2.C_5^1 = 23625$ đề.

TH2: Trong 5 câu có 2 câu dễ, 1 câu trung bình và 2 câu khó, có : $C_{15}^2.C_{10}^1.C_5^2 = 10500$ đề.

TH3: Trong 5 câu có 3 câu dễ, 1 câu trung bình và 1 câu khó, có : $C_{15}^3.C_{10}^1.C_5^1 = 22750$ đề.

Vậy tất cả có số đề là : $23625 + 10500 + 22750 = 56875$ đề.

Câu 61: Một đa giác đều có số đường chéo gấp đôi số cạnh. Hỏi đa giác đó có bao nhiêu cạnh?

A. 7. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Giả sử đa giác có n cạnh ($n \geq 3$). Suy ra: số đường chéo là $C_n^2 - n$.

Ta có: $C_n^2 - n = 2n \Leftrightarrow \dfrac{n(n-1)}{2} = 3n \Leftrightarrow n - 1 = 6 \Leftrightarrow n = 7$.

Câu 62: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 63: Cho hai đường thẳng d_1 và d_2 song song với nhau. Trên d_1 có 10 điểm phân biệt, trên d_2 có n điểm phân biệt ($n \geq 2$). Biết rằng có 1725 tam giác có các đỉnh là ba trong số các điểm thuộc d_1 và d_2 nói trên. Tìm tổng các chữ số của n.

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy. cứ một điểm bất kì trên đường thẳng d_1 với hai điểm phân biệt trên d_2 hoặc cứ một điểm bất kì trên đường thẳng d_2 với hai điểm phân biệt trên d_1 tạo thành một tam giác.

Vậy tổng số tam giác thỏa mãn đề bài là $10.C_n^2 + nC_{10}^2 = 1725$.

$\Leftrightarrow 10\dfrac{n!}{2.(n-2)!} + 45n = 1725 \Leftrightarrow 5n(n-1) + 45n - 1725 = 0$

$\Leftrightarrow 5n^2 + 40n - 1725 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = 15 \\ n = -23 \end{array}\right.$. Vậy $n = 15$.

Câu 64: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2 + \dfrac{1}{x}\right)^n$ ($x \neq 0$ và n là số nguyên dương), biết rằng tổng các hệ số của số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ ba trong khai triển bằng 46.

A. 84. **B.** 62. **C.** 86. **D.** 96.

Câu 65: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^n$ ($x\neq 0$ và n là số nguyên dương), biết rằng tổng các hệ số của số hạng thứ nhất, thứ hai và thứ ba trong khai triển bằng 46.

A. 84. **B.** 62. **C.** 86. **D.** 96.

Lời giải

Chọn A

$\left(x^2+\dfrac{1}{x}\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k x^{2n-3k}$.

Theo bài ra ta có $C_n^0+C_n^1+C_n^2=46\Leftrightarrow n=9$.

Để có số hạng không chứa x thì $2.9-3k=0\Leftrightarrow k=6$.

Số hạng cần tìm là $C_9^6=84$.

Câu 66: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25.

A. $\dfrac{17}{81}$. **B.** $\dfrac{43}{324}$. **C.** $\dfrac{1}{27}$. **D.** $\dfrac{11}{324}$.

Câu 67: Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 25.

A. $\dfrac{17}{81}$. **B.** $\dfrac{43}{324}$. **C.** $\dfrac{1}{27}$. **D.** $\dfrac{11}{324}$.

Lời giải

Chọn D

Chọn ngẫu nhiên số có tám chữ số đôi một khác nhau, có $9.A_9^7=1632960$ (cách chọn).

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6a_7a_8}$.

Khi đó $\overline{a_7a_8}$ chia hết cho 25 nên $\overline{a_7a_8}$ là một trong các số sau 25, 50, 75.

* Nếu $\overline{a_7a_8}=25$ hoặc $\overline{a_7a_8}=75$ thì số cách chọn các chữ số còn lại là $7.A_7^5$ (cách chọn).

* Nếu $\overline{a_7a_8}=50$ thì số cách chọn các chữ số còn lại là A_8^6 số (cách chọn).

Suy ra có $2.7.A_7^5+A_8^6=55440$ (cách chọn).

Vậy xác suất cần tính là $\dfrac{55440}{1632960}=\dfrac{11}{324}$.

Câu 68: Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được $0,2$ điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới $9,5$ điểm.

A. $\dfrac{9}{22}$. **B.** $\dfrac{13}{1024}$. **C.** $\dfrac{2}{19}$. **D.** $\dfrac{53}{512}$.

Câu 69: Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, An làm đề thi trắc nghiệm môn Toán. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được $0,2$ điểm. An trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 45 câu, 5 câu còn lại An chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi môn Toán của An không dưới $9,5$ điểm.

A. $\frac{9}{22}$.   **B.** $\frac{13}{1024}$.   **C.** $\frac{2}{19}$.   **D.** $\frac{53}{512}$.

Lời giải

Chọn B

Để An đúng được không dưới $9,5$ điểm thì bạn ấy phải chọn đúng nhiều hơn 2 trong 5 câu còn lại.

Xác suất mỗi câu chọn đúng là $\frac{1}{4}$ và không chọn đúng là $\frac{3}{4}$.

Để An đúng được không dưới $9,5$ điểm thì bạn ấy phải chọn đúng hoặc 3 hoặc 4 hoặc 5 trong 5 câu còn lại.

Do đó xác suất cần tìm là $\left(\frac{1}{4}\right)^3\left(\frac{3}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^4\left(\frac{3}{4}\right)+\left(\frac{1}{4}\right)^5=\frac{13}{1024}$.

Câu 70: Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{1}{x^3}-2\sqrt{x^5}\right)^{12}$ (với $x>0$) bằng

A. 59136.   **B.** 126720.   **C.** -59136.   **D.** -126720.

Câu 71: Có 3 chiếc hộp A, B, C. Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

A. $\frac{1}{8}$.   **B.** $\frac{13}{30}$.   **C.** $\frac{1}{6}$.   **D.** $\frac{39}{70}$.

Câu 72: Hệ số của số hạng chứa x^8 trong khai triển của biểu thức $\left(\frac{1}{x^3}-2\sqrt{x^5}\right)^{12}$ (với $x>0$) bằng

A. 59136.   **B.** 126720.   **C.** -59136.   **D.** -126720.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của khai triển là: $T_{k+1}=C_{12}^k\left(\frac{1}{x^3}\right)^{12-k}\left(-2\sqrt{x^5}\right)^k=C_{12}^k\left(-2\right)^k x^{\frac{11}{2}k-36}$

Cho $\frac{11}{2}k-36=8 \Leftrightarrow k=8$.

$\Rightarrow$ hệ số của số hạng chứa x^8 là $C_{12}^8\left(-2\right)^8=126720$.

Câu 73: Có 3 chiếc hộp A, B, C. Hộp A chứa 4 bi đỏ, 3 bi trắng. Hộp B chứa 3 bi đỏ, 2 bi vàng. Hộp C chứa 2 bi đỏ, 2 bi vàng. Lấy ngẫu nhiên một hộp từ 3 hộp này, rồi lấy ngẫu nhiên một bi từ hộp đó. Tính xác suất để lấy được một bi đỏ.

A. $\frac{1}{8}$.   **B.** $\frac{13}{30}$.   **C.** $\frac{1}{6}$.   **D.** $\frac{39}{70}$.

Lời giải

Chọn D

Xác suất để chọn hộp A là $\frac{1}{3}$, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\frac{4}{7}$

$\Rightarrow$ Xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp A là $\frac{1}{3}.\frac{4}{7}$.

Tương tự, xác suất để chọn được bi đỏ trong hộp B, hộp C lần lượt là $\frac{1}{3}.\frac{3}{5}$, $\frac{1}{3}.\frac{2}{4}$.

Vậy xác suất để lấy được bi đỏ là $P=\frac{1}{3}.\frac{4}{7}+\frac{1}{3}.\frac{3}{5}+\frac{1}{3}.\frac{2}{4}=\frac{39}{70}$.

Câu 74: Có bao nhiêu số có 5 chữ số tận cùng là 1 và chia hết cho 7.

A. 12855. **B.** 12856. **C.** 1285. **D.** 1286.

Câu 75: Có bao nhiêu số có 5 chữ số tận cùng là 1 và chia hết cho 7.

A. 12855. **B.** 12856. **C.** 1285. **D.** 1286.

Lời giải

Chọn D

$\overline{abcd1}$ Giả sử $\overline{abcd1}=10.\overline{abcd}+1=3.\overline{abcd}+7.\overline{abcd}+1$ số tự nhiên có 5 chữ số thỏa mãn đề bài là.

Ta có chia hết cho 7 khi $3.\overline{abcd}+1$ chia hết cho 7.

Khi đó, $3.\overline{abcd}+1=7k \Leftrightarrow \overline{abcd}=2k+\frac{k-1}{3}, k\in\mathbb{Z}$ là số nguyên khi $k=3l+1$.

Suy ra $\overline{abcd}=7l+2 \Rightarrow 1000\le 7l+2\le 9999 \Leftrightarrow \frac{998}{7}\le l\le\frac{9997}{7}$ có 1286 giá trị của l.

Vậy có 1286 số thỏa mãn bài toán.

Câu 76: Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

A. $\frac{252}{1147}$. **B.** .$\frac{26}{1147}$. **C.** $\frac{12}{1147}$. **D.** $\frac{126}{1147}$.

Câu 77: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(1+3x+2x^3\right)^{10}$

A. 17550. **B.** 16758. **C.** 21130. **D.** 270.

Câu 78: Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2.

A. $0,8533$. **B.** $0,5533$. **C.** $0,6533$. **D.** $0,2533$.

Câu 79: Một hộp đựng 40 tấm thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 40. Rút ngẫu nhiên 10 tấm thẻ. Tính xác suất để lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6.

A. $\frac{252}{1147}$. **B.** .$\frac{26}{1147}$. **C.** $\frac{12}{1147}$. **D.** $\frac{126}{1147}$.

Lời giải

Chọn D

Số cách rút 10 tấm thẻ $n\left(\Omega\right)=C_{40}^{10}$.

Gọi A là biến cố: " lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ và 5 tấm thẻ mang số chẵn, trong đó có đúng một thẻ mang số chia hết cho 6".

Ta có từ số 1 đến số 40 có 6 số là: $M = \{6;12;18;..36\}$.

Chọn 1 số chia hết trong tập M có C_6^1 cách (số được chọn là số chẵn).

Số rút 4 số chẵn từ tập $\{2;4;...40\} \setminus M$ là C_{14}^4.

Số cách rút 5 thẻ mang số lẻ A_{20}^5.

Vậy $p(A) = \frac{C_6^1.C_{14}^4.C_{20}^5}{C_{40}^{10}} = \frac{126}{1147}$.

Câu 80: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $\left(1+3x+2x^3\right)^{10}$

A. 17550. **B.** 16758. **C.** 21130. **D.** 270.

Lời giải

Chọn A

$\left(1+3x+2x^3\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \left(3x+2x^3\right)^k$

$= \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k . \sum_{i=0}^{k} C_k^i \left(3x\right)^{k-i} . \left(2x^3\right)^i = \sum_{k=0}^{10}\sum_{i=0}^{k} C_{10}^k C_k^i 3^{k-i}.2^i.x^{k+2i}$

Số hạng chứa x^4 khi $k+2i=4 \Rightarrow (k;i) = (4;0), (2;1)$

Hệ số của số hạng đó là $C_{10}^4.C_4^0.3^4.2^0 + C_{10}^2.C_2^1.3^1.2^1 = 17010 + 540 = 17550$.

Câu 81: Chọn ngẫu nhiên một vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9. Tính xác suất để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2.

A. $0,8533$. **B.** $0,5533$. **C.** $0,6533$. **D.** $0,2533$.

Lời giải

Chọn A

Có 10^5 vé xổ số có 5 chữ số được lập từ các chữ số từ 0 đến 9, do đó để lấy ngẫu nhiên một vé xổ số có 10^5 cách.

Số vé xổ số mà không có chữ số 1 là 9^5, số vé xổ số mà không có chữ số 2 là 9^5.

Số vé xổ số mà không có cả chữ số 1 và 2 là 8^5.

Do đó để lấy được vé không có chữ số 1 hoặc chữ số 2 có $2.9^5 - 8^5 = 85330$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{85330}{10^5} = 0,8533$.

Câu 82: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \le a \le b \le c \le d \le e \le 9$.

A. $\frac{143}{10000}$. **B.** $\frac{138}{1420}$. **C.** $\frac{11}{200}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 83: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có năm chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcde}$ trong đó $1 \le a \le b \le c \le d \le e \le 9$.

A. $\frac{143}{10000}$. **B.** $\frac{138}{1420}$. **C.** $\frac{11}{200}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Chọn A

Có 9.10^4 số tự nhiên có 5 chữ số được tạo thành.

Từ $1 \le a \le b \le c \le d \le e \le 9 \Rightarrow 1 \le a < b+1 < c+2 < d+3 < e+4 \le 13$.

Đặt $a_1 = a$, $a_2 = b+1$, $a_3 = c+2$, $a_4 = d+3$, $a_5 = e+4 \Rightarrow 1 \le a_1 < a_2 < a_3 < a_4 < a_5 \le 13$.

Mỗi cách chọn bộ số $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5)$ tương ứng ta được một số $\overline{abcde}$ thỏa mãn bài toán.

Số các số có dạng $\overline{abcde}$ thỏa mãn là $C_{13}^5 = 1287$ số.

Vậy xác suất cần tìm là $P = \dfrac{1287}{9.10^4} = \dfrac{143}{10000}$.

Câu 84: Hệ số của x^7 trong khai triển $\left(2 - x + 3x^2\right)^n$ là bao nhiêu, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 29$.

A. -53173. **B.** -38053. **C.** -53172. **D.** -38052.

Câu 85: Hệ số của x^7 trong khai triển $\left(2 - x + 3x^2\right)^n$ là bao nhiêu, biết n là số tự nhiên thỏa mãn $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 29$.

A. -53173. **B.** -38053. **C.** -53172. **D.** -38052.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $n \ge 2$.

Ta có: $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 = 29 \Leftrightarrow 1 + n + \dfrac{n(n-1)}{2} = 29 \Leftrightarrow n^2 + n - 56 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n = -8 \\ n = 7 \end{array}\right. \Rightarrow n = 7$.

Khi đó: $\left(2 - x + 3x^2\right)^7 = \sum\limits_{k=0}^{7} C_7^k (2-x)^k \left(3x^2\right)^{7-k} = \sum\limits_{k=0}^{7} C_7^k \left(3x^2\right)^{7-k} \sum\limits_{i=0}^{k} C_k^i 2^{k-i} (-1)^i x^i$

$= \sum\limits_{k=0}^{7} \sum\limits_{i=0}^{k} C_7^k C_k^i 2^{k-i} 3^{7-k} (-1)^i x^{i+14-2k}$

Hệ số của x^7 có k thỏa mãn: $i + 14 - 2k = 7 \Leftrightarrow 2k = 7 + i$.

i	1	3	5	7
k	4	5	6	7

Vậy hệ số của x^7 là:

$-C_7^4 C_4^1 2^3 3^3 - C_7^5 C_5^3 2^2 3^2 - C_7^6 C_6^5 2.3 - C_7^7 C_7^7 = -30240 - 7560 - 252 - 1 = -38053$.

Câu 86: Cho các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập một số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau dạng $\overline{abcdef}$. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn $a + b = c + d = e + f$?

A. $\dfrac{4}{135}$. **B.** $\dfrac{5}{158}$. **C.** $\dfrac{4}{85}$. **D.** $\dfrac{3}{20}$.

Câu 87: Cho các số 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 lập một số tự nhiên có 6 chữ số đôi một khác nhau dạng $\overline{abcdef}$. Tính xác suất để số lập được thỏa mãn $a + b = c + d = e + f$?

A. $\dfrac{4}{135}$. **B.** $\dfrac{5}{158}$. **C.** $\dfrac{4}{85}$. **D.** $\dfrac{3}{20}$.

Lời giải

Chọn A

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega) = 6.6! = 4320$.

Số lập được thỏa mãn $a + b = c + d = e + f$ ta có các trường hợp sau:

TH1: xét các bộ số $\{0;6\}$, $\{1;5\}$, $\{2;4\}$:

Nếu $\{a;b\} = \{0;6\}$ thì có 1 cách sắp xếp. Khi đó hai cặp số còn lại có: $2.2.2 = 8$ cách.

Nếu $\{a;b\}=\{1;5\}$ thì có 2 cách sắp xếp. Khi đó hai cặp số còn lại có: $2.2.2=8$ cách.

Nếu $\{a;b\}=\{2;4\}$ thì có 2 cách sắp xếp. Khi đó hai cặp số còn lại có: $2.2.2=8$ cách.

Suy ra có: $8.5=40$ (số).

TH2: xét các bộ số $\{0;5\}$, $\{1;4\}$, $\{2;3\}$: tương tự TH1 có $8.5=40$ (số).

TH3: xét các bộ số $\{1;6\}$, $\{2;5\}$, $\{3;4\}$: có $3.2.8=48$ (số).

Vậy xác suất $P(A)=\dfrac{40+40+48}{4320}=\dfrac{4}{135}$.

Câu 88: Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^{20}+\left(x^3-\dfrac{1}{x}\right)^{10}$ có bao nhiêu số hạng.

A. 27. **B.** 29. **C.** 32. **D.** 28.

Câu 89: Một hội nghị gồm 6 đại biểu nước A, 7 đại biểu nước B và 7 đại biểu nước C trong mỗi nước có hai đại biểu là nữ. Chọn ngẫu nhiên ra 4 đại biểu, xác suất chọn được 4 đại biểu để mỗi nước có ít nhất một đại biểu và có cả đại biểu nam và đại biểu nữ bằng

A. $\dfrac{46}{95}$. **B.** $\dfrac{3844}{4845}$. **C.** $\dfrac{49}{95}$. **D.** $\dfrac{1937}{4845}$.

Câu 90: Sau khi khai triển và rút gọn, biểu thức $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^{20}+\left(x^3-\dfrac{1}{x}\right)^{10}$ có bao nhiêu số hạng.

A. 27. **B.** 29. **C.** 32. **D.** 28.

Lời giải

Chọn B

Số hạng tổng quát của $\left(x-\dfrac{1}{x^2}\right)^{20}$ là: $T_{k+1}=C_{20}^k x^{20-k}.\left(-\dfrac{1}{x^2}\right)^k=C_{20}^k(-1)^k x^{20-3k}$.

Khi đó ta có : $-40\le 20-3k\le 20$, có 21 số hạng.

Số hạng tổng quát của $\left(x^3-\dfrac{1}{x}\right)^{10}$ là: $U_{m+1}=C_{10}^m\left(x^3\right)^{10-m}.\left(-\dfrac{1}{x}\right)^m=C_{10}^m(-1)^m x^{30-4m}$.

Khi đó ta có : $-10\le 30-4m\le 30$, có 11 số hạng.

Ta lại có : $20-3k=30-4m \Leftrightarrow \begin{cases}4m-3k=10\\0\le m\le 10\\0\le k\le 20\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=4;k=2\\m=7;k=6\\m=10;k=10\end{array}\right.$.

Vậy khai triển có $21+11-3=29$ số hạng.

Câu 91: Một hội nghị gồm 6 đại biểu nước A, 7 đại biểu nước B và 7 đại biểu nước C trong mỗi nước có hai đại biểu là nữ. Chọn ngẫu nhiên ra 4 đại biểu, xác suất chọn được 4 đại biểu để mỗi nước có ít nhất một đại biểu và có cả đại biểu nam và đại biểu nữ bằng

A. $\dfrac{46}{95}$. **B.** $\dfrac{3844}{4845}$. **C.** $\dfrac{49}{95}$. **D.** $\dfrac{1937}{4845}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{20}^4=4845$.

Gọi X là biến cố: "Chọn ra 4 đại biểu sao cho mỗi nước đều có ít nhất một đại biểu".

Gọi A là biến cố: "Chọn ra 4 đại biểu sao cho mỗi nước đều có ít nhất một đại biểu và có cả đại biểu nam và đại biểu nữ".

Gọi B là biến cố: “Chọn ra 4 đại biểu sao cho mỗi nước đều có ít nhất một đại biểu và cả 4 đại biểu hoặc toàn nam hoặc toàn nữ”.
Ta có:
$n(X)=C_6^2C_7^1C_7^1+C_6^1C_7^2C_7^1+C_6^1C_7^1C_7^2=2499$.
$n(B)=\left(C_4^2C_5^1C_5^1+C_4^1C_5^2C_5^1+C_4^1C_5^1C_5^2\right)+\left(C_2^2C_2^1C_2^1+C_2^1C_2^2C_2^1+C_2^1C_2^1C_2^2\right)=562$.
$n(X)=n(A)+n(B)\Rightarrow n(A)=n(X)-n(B)=2499-562=1937$.
Vậy $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1937}{4845}$.

Câu 92: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khá**C.** Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

A. 816. **B.** 18. **C.** $8!$. **D.** 604.

----------**HẾT**----------

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	D	B	C	D	B	D	D	C	C	C	D	D	B	B	A	D	B	A	D	B	C	B

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
C	A	A	D	B	B	A	B	B	A	D	C	B	A	D	A	D	A	C	C	C	B	B	C	A

Hướng dẫn giải

Câu 93: Có 4 cặp vợ chồng được xếp ngồi trên một chiếc ghế dài có 8 chỗ. Biết rằng mỗi người vợ chỉ ngồi cạnh chồng của mình hoặc ngồi cạnh một người phụ nữ khá**C.** Hỏi có bao nhiêu cách sắp xếp chỗ ngồi thỏa mãn.

A. 816. **B.** 18. **C.** $8!$. **D.** 604.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TH1: Chỉ có một cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau, khi đó buộc các bà vợ phải ngồi cùng một bên, các ông chồng ngồi cùng một bên so với cặp vợ chồng đó.
$\Rightarrow$ có $(2.3!.3!).A_4^1=288$ (cách xếp).

TH2: Có đúng hai cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^2.2.6=288$ (cách xếp).

TH3: Có đúng ba cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^3.2.2=192$ (cách xếp).

TH4: Tất cả 4 cặp vợ chồng ngồi cạnh nhau $\Rightarrow$ có $2.A_4^4=48$ (cách xếp).

Vậy có tất cả là $288+288+192+48=816$ (cách xếp) thỏa yêu cầu đề bài.

----------**HẾT**----------

Câu 1: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Cho dãy số (a_n) xác định bởi $a_1 = 5,\ a_{n+1} = q.a_n + 3$ với mọi $n \geq 1$, trong đó q là hằng số, $q \neq 0$, $q \neq 1$. Biết công thức số hạng tổng quát của dãy số viết được dưới dạng $a_n = \alpha.q^{n-1} + \beta\dfrac{1-q^{n-1}}{1-q}$. Tính $\alpha + 2\beta$?

A. 13. **B.** 9. **C.** 11. **D.** 16.

Lời giải

Chọn C

Cách 1. Ta có: $a_{n+1} - k = q(a_n - k) \Leftrightarrow k - kq = 3 \Leftrightarrow k = \dfrac{3}{1-q}$

Đặt $v_n = a_n - k \Rightarrow v_{n+1} = q.v_n = q^2.v_{n-1} = ... = q^n.v_1$

Khi đó $v_n = q^{n-1}.v_1 = q^{n-1}.(a_1 - k) = q^{n-1}.\left(5 - \dfrac{3}{1-q}\right)$

Vậy $a_n = v_n + k = q^{n-1}.\left(5 - \dfrac{3}{1-q}\right) + k = q^{n-1}.\left(5 - \dfrac{3}{1-q}\right) + \dfrac{3}{1-q} = 5.q^{n-1} + 3.\dfrac{1-q^{n-1}}{1-q}$.

Do đó: $\alpha = 5;\ \beta = 3 \Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11$.

Cách 2. Theo giả thiết ta có $a_1 = 5,\ a_2 = 5q + 3$. Áp dụng công thức tổng quát, ta được

$$\begin{cases} a_1 = \alpha.q^{1-1} + \beta\dfrac{1-q^{1-1}}{1-q} = \alpha \\ a_2 = \alpha.q^{2-1} + \beta\dfrac{1-q^{2-1}}{1-q} = \alpha q + \beta \end{cases}, \text{ suy ra } \begin{cases} 5 = \alpha \\ 5q + 3 = \alpha q + \beta \end{cases}, \text{ hay } \begin{cases} \alpha = 5 \\ \beta = 3 \end{cases}$$

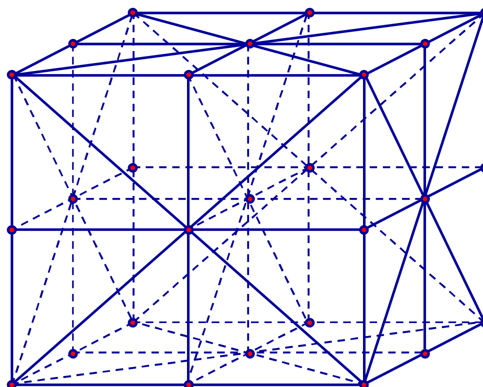
$\Rightarrow \alpha + 2\beta = 5 + 2.3 = 11$

Câu 2: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Một khối lập phương có độ dài cạnh là 2cm được chia thành 8 khối lập phương cạnh 1cm. Hỏi có bao nhiêu tam giác được tạo thành từ các đỉnh của khối lập phương cạnh 1cm.

A. 2876. **B.** 2898. **C.** 2915. **D.** 2012.

Lời giải

Chọn A



Có tất cả 27 điểm.

Chọn 3 điểm trong 27 có $C_{27}^3 = 2925$.

Có tất cả $(8.2 + 6.2 + 4.2 + 4 + 3 + 2 + 2 + 2) = 49$ bộ ba điểm thẳng hàng.

Vậy có $2925 - 49 = 2876$ tam giác.

Câu 3: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 1-NH2017-2018) Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng

được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết hai người ngang tài ngang sức nên xác suất thắng thua trong một ván đấu là $0,5;0,5$.

Xét tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai thắng 2 ván.

Để người thứ nhất chiến thắng thì người thứ nhất cần thắng 1 ván và người thứ hai thắng không quá hai ván.

Có ba khả năng:

TH1: Đánh 1 ván. Người thứ nhất thắng xác suất là $0,5$.

TH2: Đánh 2 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ hai xác suất là $(0,5)^2$.

TH3: Đánh 3 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ ba xác suất là $(0,5)^3$.

Vậy $P=0,5+(0,5)^2+(0,5)^3=\frac{7}{8}$..

Câu 4: **(THPT Chuyên Bắc Ninh-lần 1-năm 2017-2018)** Tìm số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+...+\frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}=\frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}$.

A. $n=101$. **B.** $n=98$. **C.** $n=99$. **D.** $n=100$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có:

$$\frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)}=\frac{n!}{k!(n-k)!(k+1)(k+2)}=\frac{(n+2)!}{(n-k)!(k+2)!(n+1)(n+2)}=\frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}.$$

Suy ra: $\sum_{k=0}^{n}\frac{C_n^k}{(k+1)(k+2)}=\sum_{k=0}^{n}\frac{C_{n+2}^{k+2}}{(n+1)(n+2)}$

$$\Leftrightarrow \frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+...+\frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}=\frac{C_{n+2}^2+C_{n+2}^3+C_{n+2}^4+...+C_{n+2}^{n+2}}{(n+1)(n+2)}\quad (*).$$

Ta xét khai triển sau: $(1+x)^{n+2}=C_{n+2}^0+x.C_{n+2}^1+x^2.C_{n+2}^2+x^3.C_{n+2}^3+...+x^{n+2}.C_{n+2}^{n+2}$.

Chọn $x=1\longrightarrow 2^{n+2}=C_{n+2}^0+C_{n+2}^1+C_{n+2}^2+C_{n+2}^3+...+C_{n+2}^{n+2}$.

Do đó: $(*)\Leftrightarrow \frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}=\frac{2^{n+2}-C_{n+2}^0-C_{n+2}^1}{(n+1)(n+2)}\Leftrightarrow 2^{100}=2^{n+2}\Leftrightarrow n=98$.

Cách 2: Ta có:

$$S=\frac{C_n^0}{1.2}+\frac{C_n^1}{2.3}+\frac{C_n^2}{3.4}+...+\frac{C_n^n}{(n+1)(n+2)}=\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{2}\right)C_n^0+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)C_n^1+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)C_n^2+.....+\left(\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)C_n^n$$

$$=\left(\frac{1}{1}C_n^0+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{3}C_n^2+.....\frac{1}{n+1}C_n^n\right)-\left(\frac{1}{2}C_n^0+\frac{1}{3}C_n^1+\frac{1}{4}C_n^2+.....\frac{1}{n+2}C_n^n\right)$$

Lại có: $\int_0^1(1+x)^n\mathrm{d}x-\int_0^1 x(1+x)^n\,\mathrm{d}x=\int_0^1 2(1+x)^n\,\mathrm{d}x-\int_0^1(1+x)^{n+1}\,\mathrm{d}x$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{1}{1}C_n^0+\frac{1}{2}C_n^1+\frac{1}{3}C_n^2+.....\frac{1}{n+1}C_n^n\right)-\left(\frac{1}{2}C_n^0+\frac{1}{3}C_n^1+\frac{1}{4}C_n^2+.....\frac{1}{n+2}C_n^n\right)=\frac{2}{n+1}(1+x)^{n+1}\Big|_0^1-\frac{1}{n+2}(1+x$$

$$S=\frac{2.2^{n+1}-2}{n+1}-\frac{2^{n+2}-1}{n+2}=\frac{2^{n+2}-n-3}{(n+1)(n+2)}$$

Câu 5: Kết hợp giả thiết có $\frac{2^{n+2}-n-3}{(n+1)(n+2)}=\frac{2^{100}-n-3}{(n+1)(n+2)}\Rightarrow n=98$.**(THPT Hai Bà Trưng-Vĩnh Phúc-lần 1-năm 2017-2018)** Xét một bảng ô vuông gồm 4×4 ô vuông. Người ta điền vào mỗi ô vuông đó một trong hai số 1 hoặc -1 sao cho tổng các số trong mỗi hàng và tổng các số trong mỗi cột đều bằng 0 . Hỏi có bao nhiêu cách?

A. 72 . **B.** 90. **C.** 80. **D.** 144.

Lời giải

Chọn B

Nhận xét 1: Trên mỗi hàng có 2 số 1 và 2 số -1, mỗi cột có 2 số 1 và 2 số -1

Nhận xét 2: Để tổng các số trong mỗi hàng và trong mỗi cột bằng 0 đồng thời có không quá hai số bằng nhau và ba hàng đầu tiên đã được xếp số thì ta chỉ có một cách xếp hàng thứ tư.

Do vậy ta tìm số cách xếp ba hàng đầu tiên. Phương pháp giải bài này là xếp theo hàng. (Hình vẽ). Các hàng được đánh số như sau:

Hàng 1				
Hàng 2				
Hàng 3				
Hàng 4				

Nếu xếp tự do thì mỗi hàng đều có $\frac{4!}{2!.2!}=6$ cách điền số mà tổng các số bằng 0, đó là các cách xếp như sau (Ta gọi là các bộ số từ (1) đến (6)):

$11-1-1\ (1)$, $1-1-11\ (2)$, $-1-111\ (3)$, $-11-11\ (4)$, $1-11-1\ (5)$, $-111-1\ (6)$

Giả sử hàng 1 được xếp như bộ (1). Số cách xếp hàng 2 có các khả năng sau

KN1: Hàng 2 xếp giống hàng 1: Có 1 cách xếp (bộ (1)).

Hàng 3 có 1 cách (bộ (3)). Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.1.1=1$ cách xếp.

KN2: Hàng 2 xếp đối xứng với hàng 1: Có 1 cách xếp (bộ (3))

Hàng 3 có 6 cách (lấy thoải mái từ các bộ vì tổng hai hàng trên đã bằng 0). Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.6.1=6$ cách xếp.

KN3: Hàng 2 xếp trùng với cách xếp hàng 1 ở 2 vị trí: Có 4 cách xếp (4 bộ còn lại)

Khi đó, với mỗi cách xếp hàng thứ 2, hàng 3 có 2 cách.Hàng 4 có 1 cách. Vậy có $1.1.6.1=6$ cách xếp.

Vì vai trò các bộ số như nhau nên số cách xếp thỏa mãn ycbt là $6.(1+6+6)=90$ cách.

Câu 6: (THPT Việt Trì-Phú Thọ-lần 1-năm 2017-2018) Thầy X có 15 cuốn sách gồm 4 cuốn sách toán, 5 cuốn sách lí và 6 cuốn sách hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên 8 cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn.

A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{661}{715}$. C. $\frac{660}{713}$. D. $\frac{6}{7}$.

Lời giải

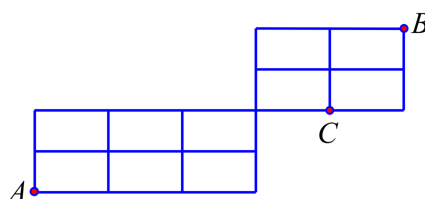
Chọn B

Gọi A là biến cố "Số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ 3 môn", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "Số cuốn sách còn lại của thầy X không có đủ 3 môn"= "Thầy X đã lấy hết số sách của một môn học".

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega) = C_{15}^{8} = 6435$

$$n(\overline{A}) = C_4^4.C_{11}^4 + C_5^5.C_{10}^3 + C_6^6.C_9^2 = 486 \Rightarrow P(\overline{A}) = \frac{54}{715} \Rightarrow P(A) = 1 - P(\overline{A}) = \frac{661}{715}$$

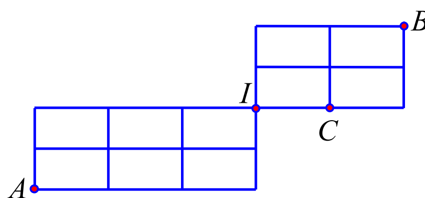
Câu 7: (THPT Chuyên Lam-Thanh Hóa-lần 1-năm 2017-2018) Một con thỏ di chuyển từ địa điểm A đến địa điểm B bằng cách qua các điểm nút (trong lưới cho ở hình vẽ) thì chỉ di chuyển sang phải hoặc đi lên (mỗi cách di chuyển như vậy xem là một cách đi). Biết nếu thỏ di chuyển đến nút C thì bị cáo ăn thịt, tính xác suất để thỏ đến được vị trí B.



A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Vẽ thêm cho em điểm J ngay phía trên điểm I nhé

Kiến thức : Nếu di chuyển trên lưới theo hướng lên trên hoặc sang ngang thì đi từ $O(0;0)$ đến $A(m;n)$ sẽ có $C_{m+n}^{m} = C_{m+n}^{n}$ cách.

Số cách di chuyển từ A đến I là C_5^2 , số cách di chuyển từ I đến B là C_4^2.

Số phần tử không gian mẫu: $n(\Omega) = C_5^2.C_4^2 = 60$.

Gọi X là biến cố thỏ đến được vị trí B.

Số cách di chuyển từ A đến I là C_5^2 , số cách di chuyển từ I đến J là 1 cách, số cách di chuyển từ J đến B là C_3^1.Ta có $n(X) = C_5^2.1.C_3^1 = 30$

$$P(X) = \frac{n(X)}{n(\Omega)} = \frac{1}{2}.$$

Câu 8: (THTT Số 3-486 tháng 12 năm 2017-2018) Mỗi lượt, ta gieo một con súc sắc (loại 6 mặt, cân đối) và một đồng xu (cân đối). Tính xác suất để trong 3 lượt gieo như vậy, có ít nhất một lượt gieo được kết quả con xúc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

A. $\frac{397}{1728}$. B. $\frac{1385}{1728}$. C. $\frac{1331}{1728}$. D. $\frac{1603}{1728}$.

Lời giải

Chọn A

Trước hết ta tính xác suất để trong một lượt gieo thứ k không được kết quả con xúc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

Số phần tử của không gian mẫu là $C_2^1.C_6^1 = 12$.

Số cách gieo để được kết quả con xúc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp là $C_1^1.C_1^1 = 1$. Vậy $P\left(A_k\right) = \frac{12-1}{12} = \frac{11}{12}$

Gọi A là biến cố trong 3 lượt gieo có ít nhất một lượt gieo được kết quả con xúc sắc xuất hiện mặt 1 chấm, đồng thời đồng xu xuất hiện mặt sấp.

Khi đó $P\left(A\right) = 1 - P\left(A_1A_2A_3\right) = 1 - \left(\frac{11}{12}\right)^3 = \frac{397}{1728}$.

Câu 9: (SGD Vĩnh Phúc-KSCL lần 1 năm 2017-2018) Biết tổng các hệ số của ba số hạng đầu trong khai triển $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \left(-1\right)^k \left(x^2\right)^{n-k}.\left(\frac{2}{x}\right)^k$ bằng 49. Khi đó hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển đó là

A. $60x^3$. **B.** 60. **C.** -160. **D.** $-160x^3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^{n} C_n^k \left(-1\right)^k \left(x^2\right)^{n-k}.\left(\frac{2}{x}\right)^k = \sum_{k=0}^{n} C_6^k \left(-1\right)^k .2^k.x^{2n-3k}$.

Vì tổng các hệ số của ba số hạng đầu trong khai triển bằng 49 nên $C_n^0 - 2C_n^1 + 2^2C_n^2 = 49$ $(*)$.

Điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$, $n \geq 2$.

Khi đó $(*)$ $\Leftrightarrow 1 - 2n + 2^2.\frac{n\left(n-1\right)}{2} = 49 \Leftrightarrow 1 - 2n + 2n^2 - 2n = 49 \Leftrightarrow 2n^2 - 4n - 48 = 0$

$\Leftrightarrow n = -4$ (loại), $n = 6$ (nhận).

Với $n = 6$ ta có nhị thức $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^6$.

Số hạng tổng quát của khai triển là: $C_6^k \left(-1\right)^k .2^k.x^{12-3k}$ $\left(k \in \mathbb{N},\ 0 \leq k \leq 6\right)$.

Số hạng chứa x^3 ứng với k thỏa mãn $12 - 3k = 3 \Leftrightarrow k = 3$ (nhận).

Vậy hệ số của số hạng chứa x^3 trong khai triển là $C_6^3\left(-1\right)^3.2^3 = -160$.

Câu 10: (THPT Triệu Sơn 3-Thanh Hóa năm 2017-2018) Tính tổng $S = \frac{1}{2018}\left(C_{2018}^1\right)^2 + \frac{2}{2017}\left(C_{2018}^2\right)^2 + ... + \frac{2017}{2}\left(C_{2018}^{2017}\right)^2 + \frac{2018}{1}\left(C_{2018}^{2018}\right)^2$

A. $S = \frac{1}{2018}C_{4036}^{2018}$. **B.** $S = \frac{1}{2018}C_{4036}^{2018}$. **C.** $S = \frac{2018}{2019}C_{2018}^{1009}$. **D.** $S = \frac{2018}{2019}C_{4036}^{2018}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^k = \frac{n-k+1}{k}.C_n^{k-1}$ với $\forall k \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $n \geq k$ nên:

$S=\frac{1}{2018}C_{2018}^{1}.\frac{2018}{1}C_{2018}^{0}+\frac{2}{2017}C_{2018}^{2}.\frac{2017}{2}C_{2018}^{1}+...+\frac{2017}{2}C_{2018}^{2017}.\frac{2}{2017}C_{2018}^{2016}+\frac{2018}{1}C_{2018}^{2018}.\frac{1}{2018}C_{2018}^{2017}$

$=C_{2018}^{1}.C_{2018}^{0}+C_{2018}^{2}.C_{2018}^{1}+...+C_{2018}^{2017}.C_{2018}^{2016}+C_{2018}^{2018}.C_{2018}^{2017}$. Mà $C_{2018}^{k}=C_{2018}^{2018-k}$ suy ra

$S=C_{2018}^{1}.C_{2018}^{2018}+C_{2018}^{2}.C_{2018}^{2017}+...+C_{2018}^{2017}.C_{2018}^{2}+C_{2018}^{2018}.C_{2018}^{1}$.

Mặt khác ta có:

$(1+x)^{2018}=\sum_{k=0}^{2018}C_{2018}^{k}x^{k}\Rightarrow(1+x)^{2018}.(1+x)^{2018}=\sum_{k=0}^{2018}C_{2018}^{k}x^{k}.\sum_{l=0}^{2018}C_{2018}^{l}x^{l}=\sum_{k,l=0}^{2018}C_{2018}^{k}.C_{2018}^{l}.x^{k+l}\quad(1)$.

Suy ra hệ số của số hạng chứa x^{2019} trong khai triển của (1) là

$S=C_{2018}^{1}.C_{2018}^{2018}+C_{2018}^{2}.C_{2018}^{2017}+...+C_{2018}^{2017}.C_{2018}^{2}+C_{2018}^{2018}.C_{2018}^{1}$.

Lại do $(1+x)^{2018}.(1+x)^{2018}=(1+x)^{4036}$;

$(1+x)^{4036}=\sum_{n=0}^{4036}C_{4036}^{n}x^{n}$ (2) suy ra hệ số của số hạng chứa x^{2019} trong khai triển của (2) là C_{4036}^{2019}.

Vậy $S=C_{2018}^{1}.C_{2018}^{2018}+C_{2018}^{2}.C_{2018}^{2017}+...+C_{2018}^{2017}.C_{2018}^{2}+C_{2018}^{2018}.C_{2018}^{1}=C_{4036}^{2019}$

$=\frac{4036!}{2019!.(4036-2019)!}=\frac{4036-2018}{2019}\frac{4036!}{2018!.(4036-2018)!}=\frac{2018}{2019}C_{4036}^{2018}$.

Câu 11: (Đề tham khảo BGD năm 2017-2018) Xếp ngẫu nhiên 10 học sinh gồm 2 học sinh lớp $12A$, 3 học sinh lớp $12B$ và 5 học sinh lớp $12C$ thành một hàng ngang. Xác suất để trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau bằng

A. $\frac{11}{630}$. **B.** $\frac{1}{126}$. **C.** $\frac{1}{105}$. **D.** $\frac{1}{42}$.

Lời giải

Chọn A

Số cách xếp 10 học sinh vào 10 vị trí: $n(\Omega)=10!$ cách.

Gọi A là biến cố: "Trong 10 học sinh trên không có 2 học sinh cùng lớp đứng cạnh nhau".
Sắp xếp 5 học sinh lớp 12C vào 5 vị trí, có $5!$ cách.
Ứng mỗi cách xếp 5 học sinh lớp 12C sẽ có 6 khoảng trống gồm 4 vị trí ở giữa và hai vị trí hai đầu để xếp các học sinh còn lại.

	C1		C2		C3		C4		C5	

- TH1: Xếp 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa (không xếp vào hai đầu), có A_4^3 cách.
  Ứng với mỗi cách xếp đó, chọn lấy 1 trong 2 học sinh lớp 12A xếp vào vị trí trống thứ 4 (để hai học sinh lớp 12C không được ngồi cạnh nhau), có 2 cách.
  Học sinh lớp 12A còn lại có 8 vị trí để xếp, có 8 cách.
  Theo quy tắc nhân, ta có $5!.A_4^3.2.8$ cách.
- TH2: Xếp 2 trong 3 học sinh lớp 12B vào 4 vị trí trống ở giữa và học sinh còn lại xếp vào hai đầu, có $C_3^1.2.A_4^2$ cách.
  Ứng với mỗi cách xếp đó sẽ còn 2 vị trí trống ở giữa, xếp 2 học sinh lớp 12A vào vị trí đó, có 2 cách.
  Theo quy tắc nhân, ta có $5!.C_3^1.2.A_4^2.2$ cách.

Do đó số cách xếp không có học sinh cùng lớp ngồi cạnh nhau là

$n\left(A\right)=5!.A_4^3.2.8+5!.C_3^1.2.A_4^2.2=63360$ cách.

Vậy $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{63360}{10!}=\dfrac{11}{630}$.

Câu 1: (THPT Triệu Sơn 1-lần 1 năm 2017-2018) Cho khai triển $\left(1+x+x^2\right)^n=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_{2n}x^{2n}$, với $n\geq 2$ và a_0, a_1, a_2, ..., a_{2n} là các hệ số. Biết rằng $\frac{a_3}{14}=\frac{a_4}{41}$, khi đó tổng $S=a_0+a_1+a_2+\ldots+a_{2n}$ bằng

A. $S=3^{10}$. **B.** $S=3^{11}$. **C.** $S=3^{12}$. **D.** $S=3^{13}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left(1+x+x^2\right)^n=\sum_{k=0}^{n}C_n^k\left(x+x^2\right)^k=\sum_{k=0}^{n}C_n^k\sum_{l=0}^{k}C_k^l x^{k-l}.x^{2l}$.

Hệ số của x^3 là $x^{k+l}=x^3\Rightarrow k+l=3\Rightarrow\left[\begin{array}{l}l=0;k=3\\l=1;k=2\end{array}\right.\Rightarrow a_3=C_n^3C_3^0+C_n^2C_2^1$.

Tương tự hệ số của x^4 là $x^{k+l}=x^4\Rightarrow k+l=4\Rightarrow\left[\begin{array}{l}l=0;k=4\\l=1;k=3\\l=2;k=2\end{array}\right.\Rightarrow a_4=C_n^4C_4^0+C_n^3C_3^1+C_n^2C_2^2$.

Theo giả thiết $14a_4=41a_3\Leftrightarrow 14\left(C_n^4C_4^0+C_n^3C_3^1+C_n^2C_2^2\right)=41\left(C_n^3C_3^0+C_n^2C_2^1\right)$

$$\Leftrightarrow 14\left(\frac{n!}{4!(n-4)!}+\frac{3.n!}{3!(n-3)!}+\frac{n!}{2!(n-2)!}\right)=41\left(\frac{n!}{3!(n-3)!}+\frac{2.n!}{2!(n-2)!}\right)$$

$$\Leftrightarrow 14\left(\frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{24}+\frac{n(n-1)(n-2)}{2}+\frac{n(n-1)}{2}\right)=41\left(\frac{n(n-1)(n-2)}{6}+n(n-1)\right)$$

$$\Leftrightarrow n(n-1)\left(\frac{14}{24}n^2-\frac{11}{4}n-\frac{185}{6}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n=1\\n=10\end{array}\right.\left(n\in\mathbb{N}^*\right)$$

Do $n\geq 2$ nên $n=10$.

Mặt khác thay $x=1$ vào hai vế của khai triển $\left(1+x+x^2\right)^{10}=a_0+a_1x+a_2x^2+\ldots+a_{20}x^{20}$ ta được $S=a_0+a_1+a_2+\ldots+a_{20}=3^{10}$.

----------HẾT----------

Câu 2: **(THPT Chuyên Vĩnh Phúc-lần 1 MĐ 904 năm 2017-2018)** Cho khai triển

$\left(1-3x+2x^2\right)^{2017}=a_0+a_1x+a_2x^2+...+a_{4034}x^{4034}$. Tìm a_2.

A. 18302258. **B.** 16269122. **C.** 8132544. **D.** 8136578.

Lời giải

Chọn A

Ta có

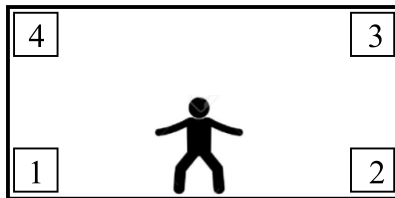
$$\left(1-3x+2x^2\right)^{2017}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k\left(1-3x\right)^k\left(2x^2\right)^{2017-k}=\sum_{k=0}^{2017}C_{2017}^k\sum_{i=0}^{k}C_k^i\left(-3x\right)^i\left(2x^2\right)^{2017-k}$$

$$=\sum_{k=0}^{2017}\sum_{i=0}^{k}C_{2017}^kC_k^i\left(-3\right)^i\left(2\right)^{2017-k}x^{4034-2k+i}$$

Số hạng chứa x^2 ứng với $\begin{cases}4034-2k+i=2\\ i,k\in\mathbb{N}\\ 0\le k\le 2017, 0\le i\le k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}i=2k-4032\ge 0\\ i,k\in\mathbb{N}\\ 0\le k\le 2017, 0\le i\le k\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}k=2016\\ i=0\end{cases}\\ \begin{cases}k=2017\\ i=2\end{cases}\end{array}\right.$

Vậy $a_2=C_{2017}^{2016}C_{2016}^0\left(-3\right)^0 2^1+C_{2017}^{2017}C_{2017}^2\left(-3\right)^2 2^0=18302258$.

Câu 3: **(THPT Chuyên Lương Văn Tụy-Ninh Bình lần 1 năm 2017-2018)** Trong trận đấu bóng đá giữa 2 đội Real madrid và Barcelona, trọng tài cho đội Barcelona được hưởng một quả Penalty. Cầu thủ sút phạt ngẫu nhiên vào 1 trong bốn vị trí 1, 2, 3, 4 và thủ môn bay người cản phá ngẫu nhiên đến 1 trong 4 vị trí 1, 2, 3, 4 với xác suất như nhau (thủ môn và cầu thủ sút phạt đều không đoán được ý định của đối phương). Biết nếu cầu thủ sút và thủ môn bay cùng vào vị trí 1 (hoặc 2) thì thủ môn cản phá được cú sút đó, nếu cùng vào vị trí 3 (hoặc 4) thì xác suất cản phá thành công là 50%. Tính xác suất của biến cố "cú sút đó không vào lưới"?



A. $\dfrac{5}{16}$. **B.** $\dfrac{3}{16}$. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1:

- Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=4.4=16$

  Gọi biến cố $A=$ "Cú sút đó không vào lưới"

  Khi đó biến cố $\overline{A}=$ "Cú sút đó vào lưới"

  Số phần tử của $n\left(\overline{A}\right)$ là

- Trường hợp 1: Cầu thủ sút vào vị trí 1 thủ môn bay vào 1 trong 3 vị trí còn lại

  Cầu thủ có 1 cách sút

  Thủ môn có 3 cách bay

  Do đó, có 3 khả năng xảy ra

- Trường hợp 2: Cầu thủ sút vào vị trí 2 thủ môn bay vào 1 trong 3 vị trí còn lại

  Cầu thủ có 1 cách sút

Thủ môn có 3 cách bay

Do đó, có 3 khả năng xảy ra

- Trường hợp 3: Cầu thủ sút vào vị trí 3 thủ môn bay vào 1 trong 3 vị trí còn lại
  Cầu thủ có 1 cách sút
  Thủ môn có 3 cách bay
  Do đó, có 3 khả năng xảy ra
- Trường hợp 4: Cầu thủ sút vào vị trí 4 thủ môn bay vào 1 trong 3 vị trí còn lại
  Cầu thủ có 1 cách sút
  Thủ môn có 3 cách bay
  Do đó, có 3 khả năng xảy ra
- Trường hợp 5: Cầu thủ sút vào vị trí 3 thủ môn bay vào vị trí 3
  Cầu thủ có 1 cách sút
  Thủ môn có 1 cách bay
  Do đó, có 1 khả năng xảy ra
- Trường hợp 6: Cầu thủ sút vào vị trí 4 thủ môn bay vào vị trí 4
  Cầu thủ có 1 cách sút
  Thủ môn có 1 cách bay
  Do đó, có 1 khả năng xảy ra

Khi đó $n\left(\overline{A}\right)=4.3+2.1=14$.

Xác suất xảy ra biến cố $\overline{A}$ là $p\left(\overline{A}\right)=\frac{4.3}{16}+\frac{2.1}{16}.\frac{1}{2}=\frac{13}{16}$ (Do 2 trường hợp 5, 6 thì xác suất xảy ra chỉ là 50%).

Vậy $p(A)=1-p\left(\overline{A}\right)=1-\frac{13}{16}=\frac{3}{16}$.

Cách 2:

Gọi A_i là biến cố "cầu thủ sút phạt vào vị trí i "

B_i là biến cố "thủ môn bay người cản phá vào vị trí thứ i "

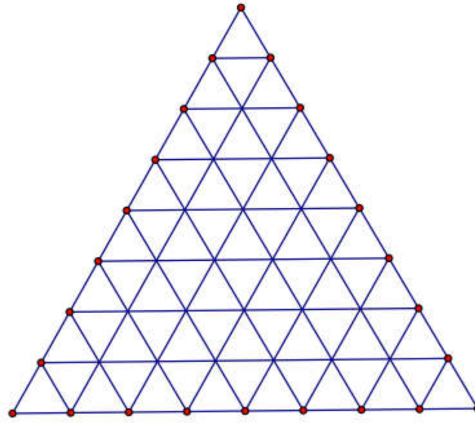
Và C là biến cố "Cú sút phạt không vào lưới"

Dễ thấy $P(A_i)=P(B_i)=\frac{1}{4}$.

Ta có $P(C)=P(A_1)P(B_1)+P(A_2)P(B_2)+\frac{1}{2}P(A_3)P(B_3)+\frac{1}{2}P(A_4)P(B_4)$

$$=\left(\frac{1}{4}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{4}\right)^2=\frac{3}{16}.$$

Câu 4: **(THPT Yên Lạc-Vĩnh Phúc-lần 3 năm 2017-2018)** Cho tam giác đều H có cạnh bằng 8. Chia tam giác này đều thành 64 tam giác đều có cạnh bằng 1 bởi các đường thẳng song song với các cạnh của tam giác đều đã cho. Gọi S là tập hợp các đỉnh của 64 tam giác đều có cạnh bằng 1. Chọn Ngẫu nhiên 4 đỉnh của tập S. Tính xác suất để 4 đỉnh chọn được là bốn đỉnh của một hình bình hành nằm trong miền trong tam giác đều H.



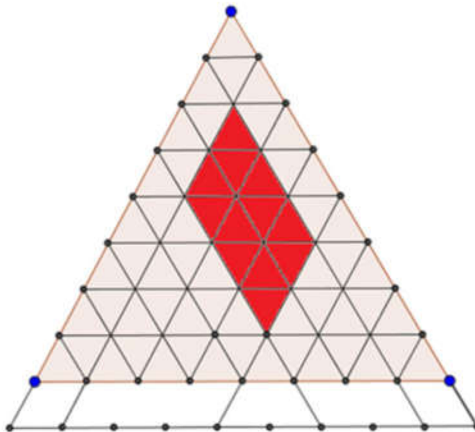
A. $\frac{2}{473}$.   **B.** $\frac{6}{935}$.   **C.** $\frac{2}{1419}$.   **D.** $\frac{2}{935}$.

Lời giải

Chọn A

Cách 1:

Ta thấy có 3 loại hình bình hành dựa vào cách chọn phương của hai cạnh của hình bình hành. Số hình bình hành của mỗi loại là bằng nhau nên chỉ cần tính một loại rồi nhân với 3.



Dựng thêm một đường thẳng song song với cạnh đáy và cách cạnh đáy một khoảng bằng khoảng cách giữa hai đường thẳng song song kề nhau, tạo thành một tam giác đều mở rộng như hình vẽ. Ta chia cạnh mới thành 9 phần bằng nhau bởi 8, cộng thêm 2 đầu mút nữa thành 10 điểm. Các điểm được đánh số từ trái sang phải từ 1 đến 10.

Khi đó, với 1 hình bình hành có hai cạnh song song với hai cạnh bên tương ứng với bốn số $1 \le a < b < c < d \le 10$ theo quy tắc sau: Nối dài các cạnh của hình bình hành, cắt các cạnh mới tại 4 điểm có số thứ tự là a, b, c, d. Ví dụ với hình bình hành màu đỏ trên ta có bộ $(2,5,7,9)$. Ngược lại nếu có một bộ số $1 \le a < b < c < d \le 10$ ta sẽ kẻ các đường thẳng từ điểm a, b song song với cạnh bên trái và từ c, d song song với cạnh bên phải giao nhau ra một hình bình hành.

Vậy số hình bình hành loại này là số cách lấy ra bốn số phân biệt $(a;b;c;d)$ từ 10 số tự nhiên $\{1,2,3,...,10\}$ và ta được $C_{10}^4 = 210$.

Vậy kết quả là $3.C_{10}^4 = 630$ hình bình hành.

Ta thấy có $1+2+3+...+9 = 45$ giao điểm giữa các đường thẳng nên số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{45}^4$.

Vậy xác suất cần tính là $P\left(A\right)=\dfrac{3C_{10}^{4}}{C_{45}^{4}}=\dfrac{2}{473}$.

Cách 2: Để chọn được một hình bình hành mà 4 đỉnh chọn được là bốn đỉnh của một hình bình hành nằm trong miền trong tam giác đều H ta làm như sau:

Chọn 2 trong 7 điểm trên một cạnh (trừ hai điểm đầu mút của cạnh), cùng với hai điểm trong 5 điểm nằm tương ứng trên một cạnh trong hai cạnh còn lại của tam giác (trừ mỗi đầu cạnh đi 2 điểm). Qua 4 điểm này có 4 đường thẳng tương ứng của đầu bài sẽ cắt nhau tạo thành một hình bình hành thỏa mãn bài toán.

Vì vài trò các cạnh như nhau nên số hình bình hành thu được là: $C_7^2.C_5^2.3=630$ (hình).

Ta thấy có $1+2+3+...+9=45$ giao điểm giữa các đường thẳng nên số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{45}^{4}$.

Vậy xác suất cần tính là $P\left(A\right)=\dfrac{3C_{10}^{4}}{C_{45}^{4}}=\dfrac{2}{473}$.

Câu 5: (THTT Số 4-487 tháng 1 năm 2017-2018) Hệ số có giá trị lớn nhất khi khai triển $P\left(x\right)=\left(1+2x^2\right)^{12}$ thành đa thức là

A. 162270. **B.** 162720. **C.** 126270. **D.** 126720.

Lời giải

Chọn D

Khai triển: $P\left(x\right)=\sum\limits_{k=0}^{12}C_{12}^{k}2^kx^{2k}=\sum\limits_{k=0}^{12}a_kx^{2k}$ với $a_k=C_{12}^{k}2^k$.

$a_{k+1}>a_k$ 90° $C_{12}^{k+1}2^{k+1}>C_{12}^{k}2^k$ 90° $\dfrac{2}{k+1}>\dfrac{1}{12-k}\Leftrightarrow k<\dfrac{23}{3}\Leftrightarrow k\le 7$.

Như vậy $a_0<a_1<a_2<...<a_8$.

$a_{k+1}<a_k$ 90° $C_{12}^{k+1}2^{k+1}<C_{12}^{k}2^k$ 90° $\dfrac{2}{k+1}<\dfrac{1}{12-k}\Leftrightarrow k>\dfrac{23}{3}\Leftrightarrow k\ge 8$.

Như vậy $a_8>a_9>a_{10}>...>a_{12}$.

Vậy hệ số có giá trị lớn nhất là $a_8=C_{12}^{8}2^8=126720$.

Câu 6: (THPT Mộ Đức-Quãng Ngãi-lần 1 năm 2017-2018) Gọi A là tập hợp tất cả các số tự nhiên có tám chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A, tính xác suất để số tự nhiên được chọn chia hết cho 45.

A. $\dfrac{2}{81}$. **B.** $\dfrac{53}{2268}$. **C.** $\dfrac{1}{36}$. **D.** $\dfrac{5}{162}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $n\left(\Omega\right)=A_{10}^{8}-A_9^7$.

Gọi A là tập hợp các số a có 8 chữ số khác nhau chia hết cho 45.

Khi đó a chia hết cho 5 và 9 (tổng các chữ số chia hết cho 9 và số hàng đơn vị bằng 0 hoặc 5).

Trường hợp 1: a có hàng đơn vị bằng 0; 7 chữ số còn lại có chữ số 9 và 3 trong 4 bộ số $\{1;8\}$, $\{2;7\}$, $\{3;6\}$, $\{4;5\}$, có $4.7!$ số.

Trường hợp 2: a có hàng đơn vị bằng 5; 7 chữ số còn lại có chữ số 4 và 3 trong 4 bộ số $\{0;9\}$, $\{1;8\}$, $\{2;7\}$, $\{3;6\}$.

* Không có bộ $\{0;9\}$, có $7!$ số.

* Có bộ $\{0;9\}$, có $C_3^2(7!-6!)$ số

$\Rightarrow n(A)=4.7!+C_3^2(7!-6!)$ số.

$$\Rightarrow P(A)=\frac{4.7!+C_3^2(7!-6!)}{A_{10}^8-A_9^7}=\frac{53}{2268}.$$

Câu 1: **(THPT Kinh Môn-Hải Dương lần 1 năm 2017-2018)** Cho tập $X=\{6;7;8;9\}$, gọi E là tập các số tự nhiên khác nhau có 2018 chữ số lập từ các số của tập X. Chọn ngẫu nhiên một số trong tập E, tính xác suất để chọn được số chia hết cho 3.

A. $\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2^{4035}}\right)$. **B.** $\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2^{2017}}\right)$. **C.** $\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2^{4036}}\right)$. **D.** $\frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{2^{2018}}\right)$.

Lời giải

Chọn A

Gọi A_n, B_n lần lượt là tập các số chia hết, không chia hết cho 3.

Với mỗi số thuộc A_n có hai cách thêm vào cuối một chữ số 6 hoặc một chữ số 9 để được A_{n+1} và hai cách thêm một chữ số 7 hoặc một chữ số 8 để được B_{n+1}.

Với mỗi số thuộc B_n có một cách thêm vào cuối một chữ số 7 hoặc một chữ số 8 để được A_{n+1} và có ba cách thêm một chữ số để được B_{n+1}.

Như vậy $\begin{cases}|A_{n+1}|=2|A_n|+|B_n|\\|B_{n+1}|=2|A_n|+3|B_n|\end{cases}\Rightarrow |B_{n+1}|=3|A_{n+1}|-4|B_n|\Rightarrow |A_{n+1}|=5|A_n|-4|A_{n-1}|$.

Hay $|A_n|=5|A_{n-1}|-4|A_{n-2}|$.

Xét dãy số $a_n=|A_n|$, ta có $a_1=2$, $a_2=6$, $a_n=5a_{n-1}-4a_{n-2}$; $n\ge 3$.

Nên $a_n=\alpha+\beta.4^n=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}\cdot 4^n$.

Suy ra có $\frac{4^{2018}+2}{3}$ số chia hết cho 3.

Mà $|E|=4^{2018}$.

Vậy $P=\frac{4^{2018}+2}{3.4^{2018}}=\frac{1}{3}\cdot\left(1+\frac{1}{2^{4035}}\right)$.

Câu 2: **(THPT Chuyên Lam Sơn-Thanh Hóa-lần 2 năm 2017-2018)** An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm 2018, ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi them đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có 8 mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.

A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{24}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là biến cố: "An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề".

Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2.8^2$.

Số khả năng Bình chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2.8^2$.

Do đó, số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_3^2.8^2.C_3^2.8^2$.

Bây giờ ta đếm số khả năng để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề:

Số khả năng An chọn 2 môn thi tự chọn và mã đề của 2 môn thi là $C_3^2.8^2$.

Sau khi An chọn thì Bình có 2 cách chọn 2 môn thi tự chọn để có đúng một môn thi tự chọn với An, để chung mã đề với An thì số cách chọn mã đề 2 môn thi của Bình là $1.8=8$ cách. Như vậy, số cách chọn môn thi và mã đề thi của Bình là 2.8.

Do đó: $n\left(A\right)=C_3^2.8^2.2.8$.

Bởi vậy: $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{C_3^2.8^2.2.8}{C_3^2.8^2.C_3^2.8^2}=\dfrac{1}{12}$.

Câu 3: (THPT Hồng Lĩnh-Hà Tĩnh-lần 1 năm 2017-2018) Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n>4$, $n\in\mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng. Tìm n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 201 mặt phẳng phân biệt.

Đề bài không chặt chẽ,yêu cầu bổ sung thêm :

Trong không gian cho $2n$ điểm phân biệt ($n>4$, $n\in\mathbb{N}$), trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng và trong $2n$ điểm đó có đúng n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng và không có 4 điểm nào ngoài 4 điểm trong n điểm này đồng phẳng. Tìm n sao cho từ $2n$ điểm đã cho tạo ra đúng 201 mặt phẳng phân biệt.

A. 8. **B.** 12. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Cách 1 :

Số cách chọn 3 điểm trong $2n$ điểm phân biệt đã cho là C_{2n}^3.

Số cách chọn 3 điểm trong n điểm cùng nằm trên một mặt phẳng là C_n^3.

Số mặt phẳng được tạo ra từ $2n$ điểm đã cho là $C_{2n}^3-C_n^3+1$.

Như vậy: $C_{2n}^3-C_n^3+1=201\Leftrightarrow\dfrac{2n\left(2n-1\right)\left(2n-2\right)}{6}-\dfrac{n\left(n-1\right)\left(n-2\right)}{6}=200$

$\Leftrightarrow\dfrac{2n\left(2n-1\right)\left(2n-2\right)}{6}-\dfrac{n\left(n-1\right)\left(n-2\right)}{6}=200$

$\Leftrightarrow 7n^3-9n^2+2n-1200=0\Leftrightarrow\left(n-6\right)\left(7n^2+33n+200\right)=0\Leftrightarrow n=6$

Vậy $n=6$.

Cách 2 :

Có các trường hợp sau :

TH1 : n điểm đồng phẳng tạo ra 1 mặt phẳng.

TH2 : n điểm không đồng phẳng tạo ra C_n^3 mặt phẳng.

TH3 : 2 điểm trong n điểm đồng phẳng kết hợp với 1 điểm trong n điểm không đồng phẳng tạo ra $C_n^2C_n^1=n.C_n^2$ mặt phẳng.

TH4 : 1 điểm trong n điểm đồng phẳng kết hợp với 2 điểm trong n điểm không đồng phẳng tạo ra $C_n^1C_n^2=n.C_n^2$ mặt phẳng.

Vậy có $1+C_n^3+2nC_n^2=201\Leftrightarrow n=6$.

Câu 4: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Tung một đồng xu không đồng chất 2020 lần. Biết rằng xác suất xuất hiện mặt sấp là $0,6$. Tính xác suất để mặt sấp xuất hiện đúng 1010 lần.

A. $\frac{1}{2}$.   **B.** $(0,24)^{1010}$.   **C.** $\frac{2}{3}$.   **D.** $C_{2020}^{1010}.(0,24)^{1010}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có C_{2020}^{1010} cách chọn 1010 vị trí trong 2020 lần tung đồng xu để mặt xấp xuất hiện, các lần tung còn lại không xuất hiện mặt sấp. Ứng với mỗi cách chọn cố định 1010 vị trí xuất hiện mặt xấp ta có xác suất của trường hợp đó tính như sau:

+) Tại những lần mặt xấp xuất hiện thì xác suất xảy ra là $0,6$.

+) Tại những lần mặt ngửa xuất hiện thì xác suất xảy ra là $1-0,6$.

Do có 1010 lần xuất hiện mặt sấp và 1010 xuất hiện mặt ngữa nên ứng với mỗi cách chọn cố định 1010 vị trí xuất hiện mặt xấp thì có xác xuất là $0,6^{1010}(1-0,6)^{1010}=(0,24)^{1010}$.

Vậy xác xuất cần tính là $C_{2020}^{1010}.(0,24)^{1010}$.

Câu 5: (THPT Lê Quý Đôn-Hải Phòng lần 1 năm 2017-2018) Cho 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6. Lập các số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số đã cho. Tính tổng của các số lập được.

A. 12321.   **B.** 21312.   **C.** 12312.   **D.** 21321.

Lời giải

Chọn B

Mỗi số số tự nhiên có 3 chữ số đôi một khác nhau từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 6 là một chỉnh hợp chập 3 của các chữ số này. Do đó, ta lập được $A_5^3=60$ số.

Do vai trò các số 1, 2, 3, 4, 6 như nhau, nên số lần xuất hiện của mỗi chữ số trong các chữ số này ở mỗi hàng (hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm) là như nhau và bằng $60:5=12$ lần.

Vậy, tổng các số lập được là

$S=12.(1+2+3+4+6)(100+10+1)=21312$.

Câu 6: (THPT Chuyên Hùng Vương-Phú Thọ-lần 2 năm 2017-2018) Cho tập hợp $A=\{1;2;3;4...;100\}$. Gọi S là tập hợp gồm tất cả các tập con của A, mỗi tập con này gồm 3 phần tử của A và có tổng bằng 91. Chọn ngẫu nhiên một phần tử của S. Xác suất chọn được phần tử có 3 số lập thành cấp số nhân bằng?

A. $\frac{4}{645}$.   **B.** $\frac{2}{645}$.   **C.** $\frac{3}{645}$.   **D.** $\frac{1}{645}$.

Lời giải

Chọn C

Giả sử tập con bất kì $\{a,b,c\}\in S\Rightarrow 1\le a,b,c\le 100$; a,b,c phân biệt.

$a+b+c=91$.

Đây là bài toán chia kẹo Euler nên số bộ a,b,c là C_{91-1}^{3-1}

Tuy nhiên trong các bộ trên vẫn chứa các bộ có 2 chữ số giống nhau, số bộ có 2 chữ số giống nhau là $3.45=135$ (bộ). Vậy $n(\Omega)=\left(C_{90}^{2}-3.45\right):3!=645$.

Gọi A là biến cố: "a,b,c lập thành cấp số nhân"

Gọi q là công bội của cấp số nhân theo bài ra ta có $q>0$

$a+aq+aq^2=91 \Leftrightarrow a\left(1+q+q^2\right)=1.91=13.7$

Trường hợp 1: $\begin{cases} a=1 \\ 1+q+q^2=91 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ q=9 \end{cases}$

Trường hợp 2: $\begin{cases} a=91 \\ 1+q+q^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=91 \\ q=0 \end{cases}$ (loại)

Trường hợp 3: $\begin{cases} a=13 \\ 1+q+q^2=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=13 \\ q=2 \end{cases}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 3: $\begin{cases} a=7 \\ 1+q+q^2=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=7 \\ q=3 \end{cases}$ (thỏa mãn).

Vậy $n(A)=3$.

$P(A)=\dfrac{3}{645}$.

Câu 7: (THPT Lục Ngạn-Bắc Giang-lần 1 năm 2017-2018) Với n là số nguyên dương thỏa mãn $C_n^1+C_n^2=55$, hệ số của x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^n$ bằng

A. 8064. **B.** 3360. **C.** 8440. **D.** 6840.

Lời giải

Chọn A

Ta có $C_n^1+C_n^2=55 \Leftrightarrow n+\dfrac{n(n-1)}{2}=55 \Leftrightarrow n^2+n-110=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} n=10 \\ n=-11 \end{array}\right. \Rightarrow n=10$.

Số hạng tổng quát trong khai triển $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^{10}$ là $T_{k+1}=C_{10}^k\left(x^3\right)^{10-k}.\left(\dfrac{2}{x^2}\right)^k=C_{10}^k.2^k.x^{30-5k}$.

Số hạng chứa x^5 ứng với $30-5k=5 \Leftrightarrow k=5$.

Vậy, hệ số của x^5 trong khai triển của biểu thức $\left(x^3+\dfrac{2}{x^2}\right)^{10}$ bằng $C_{10}^5.2^5=8064$.

Câu 8: ----------**HẾT**----------**(THPT Chuyên Hạ Long-Quãng Ninh lần 2 năm 2017-2018)** Một tòa nhà có n tầng, các tầng được đánh số từ 1 đến n theo thứ tự từ dưới lên. Có 4 thang máy đang ở tầng 1. Biết rằng mỗi thang máy có thể dừng ở đúng 3 tầng (không kể tầng 1) và 3 tầng này không là 3 số nguyên liên tiếp và với hai tầng bất kỳ (khác tầng 1) của tòa nhà luôn có một thang máy dừng được ở cả hang tầng này. Hỏi giá trị lớn nhất của n là bao nhiêu?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

Giả sử 4 thang máy đó là A,B,C,D.

Do khi bốc hai thang bất kỳ luôn có một thang máy dừng được nên:

+) Khi bốc hai tầng $2,3$ có một thang dừng được giả sử đó là thang A, nên tầng 4 không phải thang A dừng.

+) Khi bốc hai tầng $3,4$ có một thang dừng được giả sử đó là thang B, nên tầng 5 không phải thang B dừng.

+) Khi bốc hai tầng $4,5$ có một thang dừng được giả sử đó là thang C, nên tầng 6 không phải thang C dừng.

+) Khi bốc hai tầng $5,6$ có một thang dừng được giả sử đó là thang D.

+) Khi bốc hai tầng $6,7$ có một thang dừng được khi đó không thể là thang A,B,C vì sẽ dừng 4 (mâu thuẫn), thang D không thể ở tầng 7 do không thể ở ba tầng liên tiếp.

Vậy khách sạn có tối đa sáu tầng.

Câu 9: **----------HẾT----------(THPT Chuyên Trần Phú-Hải Phòng-lần 2 năm 2017-2018)** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \le a \le b \le c \le d \le 9$.

A. $0,014$. **B.** $0,0495$. **C.** $0,079$. **D.** $0,055$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Số tự nhiên có bốn chữ số có dạng $\overline{abcd}$

$a \in \{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ suy ra có 9 cách chọn

$\overline{bcd}$ có 10^3 cách chọn

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9.10^3 = 9000$.

Gọi A là biến cố ‘‘số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \le a \le b \le c \le d \le 9$’’

Số dạng $\overline{aaaa}$ có 9 số.

Số dạng $\overline{abcd}$ $(a < b < c < d)$ có C_9^4 số.

Số dạng $\overline{aaab}$ có C_9^2 số.

Số dạng $\overline{aabb}$ có C_9^2 số.

Số dạng $\overline{abbc}$ có C_9^3 số.

Số dạng $\overline{abbc}$ có C_9^3 số.

Số dạng $\overline{abcc}$ có C_9^3 số.

$n(A) = 9 + C_9^4 + 3.C_9^2 + 3.C_9^3 = 495$.

Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{495}{9000} = 0.55$.

Cách 2: Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 9.10^3 = 9000$.

Từ giả thiết $1 \le a \le b \le c \le d \le 9 \Rightarrow 1 \le a < b+1 < c+1 < d+1 \le 9+3 = 12$.

Số cách chọn a ,b ,c, d và sắp xếp chúng theo một thứ tự duy nhất là $C_{12}^4 = 495$.

Vậy $P(A) = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{495}{9000} = 0.55$.

Câu 10: **----------HẾT----------(PTNK-ĐHQG TP HCM-lần 1 năm 2017-2018)** Gọi S là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 7 chữ số và chia hết cho 9. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S, tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau.

A. $\dfrac{396}{625}$. **B.** $\dfrac{512}{3125}$. **C.** $\dfrac{369}{6250}$. **D.** $\dfrac{198}{3125}$.

Lời giải

Chọn C

Số chia hết cho 9 có dạng: $9m$, với $m \in \mathbb{Z}$.

Ta có $1000000 \le 9m \le 10000000 \Leftrightarrow 111111 < m \le 1111111$. Do đó có 1000000 số có 7 chữ số và chia hết cho 9.

Từ các chữ số $0;1;2;...;9$ ta có các bộ gồm 7 số có tổng chia hết cho 9 là

$(0;2;3;4;5;6;7)$; $(0;1;3;4;5;6;8)$; $(0;1;2;4;5;7;8)$; $(0;1;2;3;6;7;8)$; $(0;3;4;5;7;8;9)$;

$(0;2;4;6;7;8;9)$; $(0;1;5;6;7;8;9)$; $(0;1;2;3;4;8;9)$; $(0;1;2;3;5;7;9)$; $(2;3;4;5;6;7;9)$;

$(1;3;4;5;6;8;9)$; $(1;2;4;5;7;8;9)$; $(1;2;3;6;7;8;9)$.

Có 9 bộ số gồm 7 số có tổng chia hết cho 9 trong đó có số 0 nên từ các bộ số này lập được: $9 \times 6 \times 6! = 38880$ số có 7 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 9.

Có 4 bộ số gồm 7 số có tổng chia hết cho 9 tương tự như bộ số $(2;3;4;5;6;7;9)$, nên từ các bộ số này lập được $4 \times 7! = 20160$ số có 7 chữ số đôi một khác nhau và chia hết cho 9.

Vậy, xác suất chọn một số từ tập S để được một số có các chữ số của số đó đôi một khác nhau là $P = \dfrac{38880 + 20160}{1000000} = \dfrac{369}{6250}$.

Câu 11: (SGD Phú Thọ – lần 1 - năm 2017 – 2018) Cho số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} = 512$. Tính tổng $S = 2^2C_n^2 - 3^2C_n^3 + \cdots + (-1)^n.n^2.C_n^n$.

A. $S = 4$. **B.** $S = 5$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = 7$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $(1+x)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1.x + C_{2n}^2.x^2 + C_{2n}^3.x^3 + \cdots + C_{2n}^{2n-1}.x^{2n-1} + C_{2n}^{2n}.x^{2n}$ (1).

Thay $x = 1$ vào (1) ta có: $2^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n}$ (2).

Thay $x = -1$ vào (1) ta có: $0 = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + \cdots - C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n}$ (3).

Trừ từng vế của (2) và (3) ta có:

$2^{2n} = 2.\left(C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \cdots + C_{2n}^{2n-1}\right) \Leftrightarrow C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} = 2^{2n-1}$.

Nên $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} = 512 \Leftrightarrow 2^{2n-1} = 2^9 \Leftrightarrow 2n - 1 = 9 \Leftrightarrow n = 5$.

Bởi vậy $S = 2^2C_5^2 - 3^2C_5^3 + 4^2C_5^4 - 5^2.C_5^5$.

Từ $(1+x)^5 = C_5^0 + C_5^1.x + C_5^2.x^2 + C_5^3.x^3 + C_5^4.x^4 + C_5^5.x^5$, lấy đạo hàm hai vế ta được:

$5(1+x)^4 = C_5^1 + 2C_5^2.x + 3C_5^3.x^2 + 4C_5^4.x^3 + 5C_5^5.x^4$

$\Rightarrow 5x(1+x)^4 = C_5^1x + 2C_5^2.x^2 + 3C_5^3.x^3 + 4C_5^4.x^4 + 5C_5^5.x^5$ (4).

Lại lấy đạo hàm hai vế (4), ta có:

$5(1+x)^4 + 20x(1+x)^3 = C_5^1 + 2^2C_5^2.x + 3^2C_5^3.x^2 + 4^2C_5^4.x^3 + 5^2C_5^5.x^4$ (5).

Thay $x = -1$ vào (5) ta được:

$0 = C_5^1 - 2C_5^2 + 3^2C_5^3 - 4^2C_5^4 + 5^2C_5^5 \Leftrightarrow 2C_5^2 - 3^2C_5^3 + 4^2C_5^4 - 5^2C_5^5 = C_5^1$

Hay $S = 2^2C_5^2 - 3^2C_5^3 + 4^2C_5^4 - 5^2.C_5^5 = 5$.

Câu 12: (THPT Chuyên ĐH Vinh – lần 1 - năm 2017 – 2018) Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $OMNP$ với $M(0;10)$, $N(100;10)$, $P(100;0)$ Gọi S là tập hợp tất cả các điểm

$A\left(x;y\right)$ với x, $y\in\mathbb{Z}$ nằm bên trong kể cả trên cạnh của hình chữ nhật $OMNP$. Lấy ngẫu nhiên 1 điểm $A\left(x;y\right)\in S$. Tính xác suất để $x+y\le 90$.

A. $\frac{169}{200}$. **B.** $\frac{845}{1111}$. **C.** $\frac{86}{101}$. **D.** $\frac{473}{500}$.

Lời giải

Chọn C

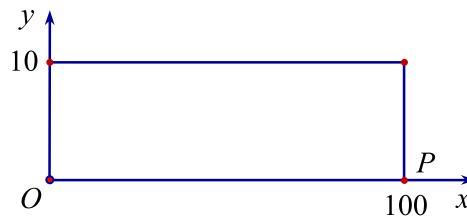
Cách 1: Tập hợp S gồm có $11.101=1111$ điểm.

Ta xét $S'=\left\{\left(x;y\right):x+y>90\right\}$ với $0\le x\le 100$ và $0\le y\le 10$

- Khi $y=0 \Rightarrow x>90 \Rightarrow x=\overline{91;100} \Rightarrow$ có 10 giá trị của x
- Khi $y=1 \Rightarrow x>89 \Rightarrow x=\overline{90;100} \Rightarrow$ có 11 giá trị của x
- ……
- Khi $y=10 \Rightarrow x>90 \Rightarrow x=\overline{91;100} \Rightarrow$ có 20 giá trị của x

Như vậy S' có 165 phần tử. Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1111-165}{1111}=\frac{86}{101}$.

Cách 2:

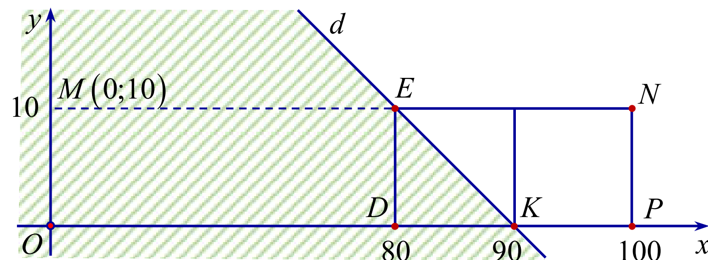


Nhận thấy các điểm cần tìm nằm trên các đường thẳng $y=m$, $m=\overline{0;10}$.

Dễ thấy trên các đường thẳng $y=0$, $y=1$, $y=2...$, $y=10$ có lần lượt 91, 90, $89...$, 81 điểm.

Vậy xác suất cần tìm là $p\left(A\right)=\frac{91+90+...+81}{11.101}=\frac{86}{101}$.

Cách 3:



$n\left(\Omega\right)=11.101=1111$.

Ta thấy $x+y\le 90$ có miền nghiệm là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d chứa điểm O. (Hình vẽ).

Số điểm thuôc hcn $ENPD$ là $21.11=231$.

Số điểm thuộc ΔEDK tính cả cạnh EK là $55+11=66$.

Suy ra $x+y>90$ có $231-66=165$ điểm và $x+y\le 90$ có $1111-165=946$

$P\left(A\right)=\frac{946}{1111}=\frac{86}{101}$.

Câu 13: (THPT Quảng Xương I – Thanh Hóa – năm 2017 – 2018) Có 12 người xếp thành một hàng dọc (vị trí của mỗi người trong hàng là cố định), Chọn ngẫu nhiên 3 người trong hàng. Tính xác suất để 3 người được chọn không có 2 người đứng nào cạnh nhau.

A. $\dfrac{21}{55}$. **B.** $\dfrac{6}{11}$. **C.** $\dfrac{55}{126}$. **D.** $\dfrac{7}{110}$.

Lời giải

Chọn B

- Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{12}^{3}=220$.

- Giả sử chọn ba người có số thứ tự trong hàng lần lượt là m, n, p.

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} m<n<p \\ n-m>1 \\ p-n>1 \\ m,n,p\in\{1;2;...;12\} \end{cases}$

- Đặt $\begin{cases} a=m \\ b=n-1 \\ c=p-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a<b<c \\ b-a\geq 1 \\ c-b\geq 1 \\ 1\leq a<b<c=p-2\leq 10 \end{cases}$

$\Rightarrow a$, b, c là ba số bất kì trong tập $\{1;2;3;...;10\} \Rightarrow$ có C_{10}^{3} cách chọn hay $n(A)=C_{10}^{3}=120$.

Vậy xác suất là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{120}{220}=\dfrac{6}{11}$.

Câu 14: (SGD Bắc Giang – năm 2017 – 2018) Có hai học sinh lớp A, ba học sinh lớp B và bốn học sinh lớp C xếp thành một hàng ngang sao cho giữa hai học sinh lớp A không có học sinh nào lớp B. Hỏi có bao nhiêu cách xếp hàng như vậy?

A. 80640. **B.** 108864. **C.** 145152. **D.** 217728.

Lời giải

Chọn C

Xét các trường hợp sau:

TH1: Hai học sinh lớp A đứng cạnh nhau có $2!.8!$ cách.

TH2: Giữa hai học sinh lớp A có một học sinh lớp C có $2!.A_4^1.7!$ cách.

TH3: Giữa hai học sinh lớp A có hai học sinh lớp C có $2!.A_4^2.6!$ cách.

TH4: Giữa hai học sinh lớp A có ba học sinh lớp C có $2!.A_4^3.5!$ cách.

TH5: Giữa hai học sinh lớp A có bốn học sinh lớp C có $2!.A_4^4.4!$ cách.

Vậy theo quy tắc cộng có $2!\left(8!+A_4^1 7!+A_4^2 6!+A_4^3 5!+A_4^4 4!\right)=145152$ cách.

Câu 15: . (Chuyên ĐB Sông Hồng –Lần 1 năm 2017 – 2018) Từ các số $\{0;1;2;3;4;5;6\}$ viết ngẫu nhiên một số tự nhiên gồm 6 chữ số khác nhau có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$. Tính xác suất để viết được số thoả mãn điều kiện $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6$.

A. $p=\dfrac{4}{85}$. **B.** $p=\dfrac{4}{135}$. **C.** $p=\dfrac{3}{20}$. **D.** $p=\dfrac{5}{158}$.

Lời giải

Chọn B

Ta dễ có số phần tử của không gian mẫu là $|\Omega|=6.A_6^5=4320$.

Gọi A là biến cố "chọn được số thoả mãn yêu cầu bài toán". Khi đó ta có 3 phương án để chọn số $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5a_6}$ như sau:

- Phương án 1: $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=5$. Khi đó

$\{(a_1,a_2);(a_3,a_4);(a_5,a_6)\}\subset\{(0,5);(1,4);(2,3)\}$.

- Phương án 1.1: $(a_1,a_2)=(0,5)\Rightarrow$ có $2.(2!)^2$ cách chọn;
- Phương án 1.2: $(a_1,a_2)\neq(0,5)\Rightarrow$ có $4.(2!)^3$ cách chọn.

  Vậy có $2.(2!)^2+4.(2!)^3=40$ cách chọn.

- Phương án 2: $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=6$. Khi đó $\{(a_1,a_2);(a_3,a_4);(a_5,a_6)\}\subset\{(0,6);(1,5);(2,4)\}$. Phương án này hoàn toàn tương tự phương án 1 do đó có $2.(2!)^2+4.(2!)^3=40$ cách chọn.
- Phương án 1: $a_1+a_2=a_3+a_4=a_5+a_6=7$. Khi đó $\{(a_1,a_2);(a_3,a_4);(a_5,a_6)\}\subset\{(1,6);(2,5);(3,4)\}$, suy ra có $3!.(2!)^3=48$ cách chọn.

Vậy số phần tử của A: $|A|=40.2+48=128$. Suy ra $p=\dfrac{|A|}{|\Omega|}=\dfrac{128}{4320}=\dfrac{4}{135}$.

Câu 16: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Cho một đa giác lồi (H) có 30 đỉnh. Chọn ngẫu nhiên 4 đỉnh của đa giác đó. Gọi P là xác suất sao cho 4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H). Hỏi P gần với số nào nhất trong các số sau?

A. $0,6792$. **B.** $0,5287$. **C.** $0,6294$. **D.** $0,4176$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{30}^4$.

Gọi A: "4 đỉnh được chọn tạo thành một tứ giác có bốn cạnh đều là đường chéo của (H)".

Để chọn ra một tứ giác thỏa mãn đề bài ta làm như sau:

Bước 1: Chọn đỉnh đầu tiên của tứ giác, có 30 cách.

Bước 2: Chọn 3 đỉnh còn lại sao cho hai đỉnh bất kỳ của tứ giác cách nhau ít nhất 1 đỉnh. Điều này tương đương với việc ta phải chia $m=30$ chiếc kẹo cho $n=4$ đứa trẻ sao cho mỗi đứa trẻ có ít nhất $k=2$ cái, có $C_{m-n(k-1)-1}^{n-1}=C_{25}^3$ cách, nhưng làm như thế mỗi tứ giác lặp lại 4 lần.

$\Rightarrow$ Số phần tử của biến cố A là $n(A)=\dfrac{30.C_{25}^3}{4}$.

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{\frac{30.C_{25}^3}{4}}{C_{30}^4}=\dfrac{1150}{1827}\approx 0,6294$.

Câu 17: (THPT Chuyên Vĩnh Phúc – Vĩnh Phúc - Lần 4 năm 2017 – 2018) Giả sử $(1+x+x^2+x^3+...+x^{10})^{11}=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+...+a_{110}x^{110}$ với a_0, a_1, a_2, ..., a_{110} là các hệ số. Giá trị của tổng $T=C_{11}^0a_{11}-C_{11}^1a_{10}+C_{11}^2a_9-C_{11}^3a_8+...+C_{11}^{10}a_1-C_{11}^{11}a_0$ bằng

A. $T=-11$. **B.** $T=11$. **C.** $T=0$. **D.** $T=1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $A=\left(1+x+x^2+x^3+...+x^{10}\right)^{11} \Leftrightarrow \left(1-x\right)^{11}A=\left(1-x^{11}\right)^{11}$

$\Leftrightarrow \underbrace{\sum_{k=0}^{11} C_{11}^k\left(-x\right)^k.\sum_{i=0}^{110} a_i x^i}_{P} = \underbrace{\sum_{m=0}^{11} C_{11}^m\left(-x^{11}\right)^m}_{Q}.$

Hệ số của x^{11} trong P là $C_{11}^0a_{11}-C_{11}^1a_{10}+C_{11}^2a_9-C_{11}^3a_8+...+C_{11}^{10}a_1-C_{11}^{11}a_0=T$

Hệ số của x^{11} trong Q là $-C_{11}^1$

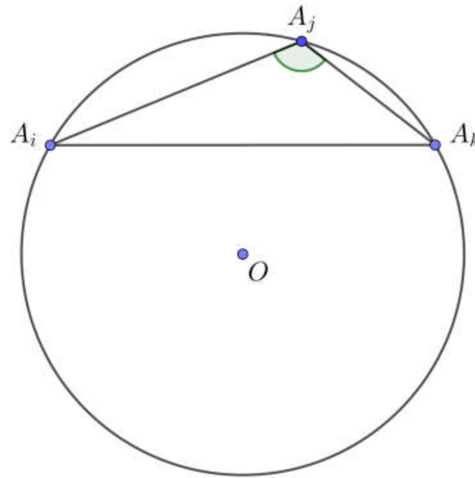
Vậy $T=-C_{11}^1=-11$.

Câu 18: **(THPT Chuyên Lương Thế Vinh – Đồng Nai – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Cho đa giác đều 2018 đỉnh. Hỏi có bao nhiêu tam giác có đỉnh là đỉnh của đa giác và có một góc lớn hơn $100°$?

A. $2018.C_{897}^3$. **B.** C_{1009}^3. **C.** $2018.C_{895}^3$. **D.** $2018.C_{896}^2$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $A_1, A_2, \ldots, A_{2018}$ là các đỉnh của đa giác đều 2018 đỉnh.

Gọi (O) là đường tròn ngoại tiếp đa giác đều $A_1A_2...A_{2018}$.

Các đỉnh của đa giác đều chia (O) thành 2018 cung tròn bằng nhau, mỗi cung tròn có số đo bằng $\dfrac{360°}{2018}$.

Vì tam giác cần đếm có đỉnh là đỉnh của đa giác nên các góc của tam giác là các góc nội tiếp của (O).

Suy ra góc lớn hơn $100°$ sẽ chắn cung có số đo lớn hơn $200°$.

Cố định một đỉnh A_i. Có 2018 cách chọn A_i.

Gọi A_i, A_j, A_k là các đỉnh sắp thứ tự theo chiều kim đồng hồ sao cho cung nhỏ $\overset{\frown}{A_iA_k}<160°$ thì cung lớn $\overset{\frown}{A_iA_k}>360-160°=200°$ $\Rightarrow \widehat{A_iA_jA_k}>100°$ và tam giác $A_iA_jA_k$ là tam giác cần đếm.

Khi đó $\overset{\frown}{A_iA_k}$ là hợp liên tiếp của nhiều nhất $\left[\dfrac{160}{\dfrac{360}{2018}}\right]=896$ cung tròn nói trên.

896 cung tròn này có 897 đỉnh. Trừ đi đỉnh A_i thì còn 896 đỉnh. Do đó có C_{896}^2 cách chọn hai đỉnh A_j, A_k.

Vậy có tất cả $2018.C_{896}^2$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

✍ **Chú ý:** Phân tích sai lầm khi giải bài tập này:

Giả sử $\widehat{A_mA_nA_p} > 100°$ thì cung $\overset{\frown}{A_mA_p}$ (không chứa điểm A_n) sẽ có số đo lớn hơn $200°$.

Tức là cung $\overset{\frown}{A_mA_p}$ (không chứa điểm A_n) sẽ là hợp liên tiếp của ít nhất $\left[\dfrac{200}{\dfrac{360}{2018}}\right]+1=1122$ cung tròn bằng nhau nói trên.

Từ đó ta có cách dựng tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán như sau:

+ Bước 1: Đánh dấu một cung tròn là hợp liên tiếp của 1122 cung tròn bằng nhau nói trên. Có 2018 cách đánh dấu.

+ Bước 2: Trong $2018-1121=897$ điểm không thuộc cung tròn ở bước 1 (bao gồm cả hai điểm đầu mút của cung), chọn ra 3 điểm bất kì, có C_{897}^3 cách chọn, 3 điểm này sẽ tạo thành tam giác có một góc lớn hơn $100°$.

Vậy có tất cả $2018.C_{897}^3$ tam giác thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Cách lập luận này là không chính xác, vì ta chưa trừ đi các trường hợp trùng nhau!

Câu 19: **(THPT Quỳnh Lưu 1 – Nghệ An – Lần 2 năm 2017 – 2018)** Có bao nhiêu số tự nhiên có 2018 chữ số sao cho trong mỗi số tổng các chữ số bằng 5?

A. $1+2A_{2018}^2+2\left(C_{2017}^2+A_{2017}^2\right)+\left(C_{2017}^3+A_{2017}^3\right)+C_{2017}^4$.

B. $1+2C_{2018}^2+2C_{2018}^3+C_{2018}^4+C_{2018}^5$.

C. $1+2A_{2018}^2+2A_{2018}^3+A_{2018}^4+C_{2017}^5$.

D. $1+4C_{2017}^1+2\left(C_{2017}^2+A_{2017}^2\right)+\left(C_{2017}^3+A_{2016}^2+C_{2016}^2\right)+C_{2017}^4$.

Lời giải

Chọn D

Vì $5=4+1=3+2=2+2+1=3+1+1=2+1+1+1=1+1+1+1+1$ nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Số tự nhiên có một chữ số 5 đứng đầu và 2017 số 0 đứng sau: Có 1 số.

Trường hợp 2: Số tự nhiên có một chữ số 4, một chữ số 1 và 2016 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 4 đứng đầu thì số 1 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì số 4 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

Trường hợp 3: Số tự nhiên có một chữ số 3, một chữ số 2 và 2016 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 3 đứng đầu thì số 2 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

- Khả năng 2: Nếu số 2 đứng đầu thì số 3 đứng ở một trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^1 số.

Trường hợp 4: Số tự nhiên có hai chữ số 2, một chữ số 1 và 2015 số 0

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì số 1 và số 2 còn lại đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có A_{2017}^{2} số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu thì hai chữ số 2 đứng ở hai trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{2} số.

Trường hợp 5: Số tự nhiên có 2 chữ số 1, một chữ số 3 thì tương tự như trường hợp 4 ta có $A_{2017}^{2}+C_{2017}^{2}$ số.

Trường hợp 6: Số tự nhiên có một chữ số 2, ba chữ số 1 và 2014 số 0.

- Khả năng 1: Nếu số 2 đứng đầu thì ba chữ số 1 đứng ở ba trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{3} số.

- Khả năng 2: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà không có số 1 nào khác đứng trước nó thì hai số 1 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có C_{2016}^{2} số.

- Khả năng 3: Nếu số 1 đứng đầu và số 2 đứng ở vị trí mà đứng trước nó có hai số 1 thì hai số 1 và 2 còn lại đứng ở trong 2016 vị trí còn lại nên ta có A_{2016}^{2} số.

Trường hợp 7: Số tự nhiên có năm chữ số 1 và 2013 số 0, vì chữ số 1 đứng đầu nên bốn chữ số 1 còn lại đứng ở bốn trong 2017 vị trí còn lại nên ta có C_{2017}^{4} số.

Áp dụng quy tắc cộng ta có $1+4C_{2017}^{1}+2\left(C_{2017}^{2}+A_{2017}^{2}\right)+\left(C_{2017}^{3}+A_{2016}^{2}+C_{2016}^{2}\right)+C_{2017}^{4}$ số cần tìm.

Câu 20: (THPT Trần Phú – Đà Nẵng - Lần 2 – năm 2017 – 2018) Với n là số tự nhiên lớn hơn 2, đặt $S_n=\frac{1}{C_3^3}+\frac{1}{C_4^3}+\frac{1}{C_5^4}+...+\frac{1}{C_n^3}$. Tính $\lim S_n$

A. 1. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $C_n^3=\frac{n!}{3!(n-3)!}=\frac{(n-3)!(n-2)(n-1)n}{(n-3)!\times 6}=\frac{n(n-1)(n-2)}{6}\Rightarrow\frac{1}{C_n^3}=\frac{6}{n(n-1)(n-2)}$

Vậy ta có $S_n=\frac{6}{1.2.3}+\frac{6}{2.3.4}+\frac{6}{3.4.5}+...+\frac{6}{n(n-1)(n-2)}$

Nhận xét $\frac{2}{1.2.3}=\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}$; $\frac{2}{2.3.4}=\frac{1}{2.3}-\frac{1}{3.4}$;…; $\frac{2}{(n-2)(n-1)n}=\frac{1}{(n-2)(n-1)}-\frac{1}{(n-1)n}$

$\Rightarrow S_n=3\left(\frac{1}{1.2}-\frac{1}{2.3}+\frac{1}{2.3}-\frac{1}{3.4}+...+\frac{1}{n-2}-\frac{1}{n-1}+\frac{1}{n-1}-\frac{1}{n}\right)=3\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{n}\right)=3\left(\frac{n-2}{2n}\right)=\frac{3n-6}{2n}$

Vậy $\lim S_n=\lim\left(\frac{3n-6}{2n}\right)=\lim\left(\frac{3-\frac{6}{n}}{2}\right)=\frac{3}{2}$.

Câu 1: Cho tập $A = \{1;2;3;...;2018\}$ và các số $a,b,c \in A$. Hỏi có bao nhiêu số tự nhiên có dạng abc sao cho $a < b < c$ và $a + b + c = 2016$.

A. 2027070. B. 2026086. C. 337681. D. 20270100.

Lời giải

Chọn C

Xét phương trình $a + b + c = 2016$.

Ta biết phương trình trên có C_{2015}^2 nghiệm nguyên dương.

- TH1: Xét các cặp nghiệm 3 số trùng nhau: $a = b = c = 672$.
- TH2: Xét các cặp nghiệm có $a = b$, $c \neq a \Rightarrow 2a + c = 2016$. Suy ra c là số chẵn thỏa $0 < c < 2016$ nên có 1007 giá trị c. Do đó có 1007 cặp, mà có cặp trừ cặp $(672,672,672)$ (loại). Do đó có 1006 cặp.
- Tương tự ta suy ra có 1006.3 cặp nghiệm có 2 trong 3 số trùng nhau.

Do số tập hợp gồm ba phần tử có tổng bằng 2016 là $\dfrac{C_{2015}^2 - 3.1006 - 1}{3!} = 337681$.

(Chia cho $3!$ là do $a < b < c$ nên không tính hoán vị của bộ ba (a,b,c))

Câu 2: Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\dfrac{36}{385}$. **B.** $\dfrac{18}{385}$. **C.** $\dfrac{72}{385}$. **D.** $\dfrac{144}{385}$.

Câu 3: Từ 12 học sinh gồm 5 học sinh giỏi, 4 học sinh khá, 3 học sinh trung bình, giáo viên muốn thành lập 4 nhóm làm 4 bài tập lớn khác nhau, mỗi nhóm 3 học sinh. Tính xác suất để nhóm nào cũng có học sinh giỏi và học sinh khá.

A. $\dfrac{36}{385}$. **B.** $\dfrac{18}{385}$. **C.** $\dfrac{72}{385}$. **D.** $\dfrac{144}{385}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có số phần tử không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{12}^3.C_9^3.C_6^3.C_3^3$.

Đánh số 4 nhóm là A, B, C, D

Bước 1: xếp vào mỗi nhóm một học sinh khá có $4!$ cách.

Bước 2: xếp 5 học sinh giỏi vào 4 nhóm thì có 1 nhóm có 2 học sinh giỏi. Chọn nhóm có 2 học sinh giỏi có 4 cách, chọn 2 học sinh giỏi có C_5^2 cách, xếp 3 học sinh giỏi còn lại có $3!$ cách.

Bước 3: Xếp 3 học sinh trung bình có $3!$cách.

Đáp số: $\dfrac{4!.4.C_5^2.3!.3!}{C_{12}^3 C_9^3 C_6^3 C_3^3} = \dfrac{36}{385}$.

Câu 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = CA = CB = AB = a$, $SC = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, G là trọng tâm tam giác ABC, (α) là mặt phẳng đi qua G, song song với các đường thẳng AB và SB. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của (α) và các đường thẳng BC, AC, SC. Góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (ABC) bằng

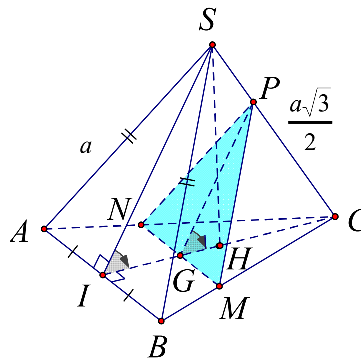
A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = CA = CB = AB = a$, $SC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, G là trọng tâm tam giác ABC, (α) là mặt phẳng đi qua G, song song với các đường thẳng AB và SB. Gọi M, N, P lần lượt là giao điểm của (α) và các đường thẳng BC, AC, SC. Góc giữa hai mặt phẳng (MNP) và (ABC) bằng

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi I là trung điểm của AB, H là hình chiếu của S lên IC, ta có

$AB \perp (SIC)$ và $SH \perp (ABC)$.

Mặt khác, theo giả thiết ta có $SI = SC = CI = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ nên ΔSIC đều và H là trung điểm của IC.

Mà $MN // AB$ nên $MN \perp (SIC)$, suy ra góc giữa hai mặt phẳng $((MNP);(ABCD))$ là $\widehat{PGC}$.

Ta có $\widehat{PGC} = \widehat{SIC} = 60^\circ$. Vậy $((MNP);(ABCD)) = 60^\circ$.

Câu 6: Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình "Hãy chọn giá đúng" của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: 5, 10, 15,..., 100 với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau. Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau:

- Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được.
- Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được.
- Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100.

Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác.

An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

A. $P=\frac{1}{4}$. **B.** $P=\frac{7}{16}$. **C.** $P=\frac{19}{40}$. **D.** $P=\frac{3}{16}$.

Câu 7: Trò chơi quay bánh xe số trong chương trình truyền hình "Hãy chọn giá đúng" của kênh VTV3 Đài truyền hình Việt Nam, bánh xe số có 20 nấc điểm: 5, 10, 15,..., 100 với vạch chia đều nhau và giả sử rằng khả năng chuyển từ nấc điểm đã có tới các nấc điểm còn lại là như nhau. Trong mỗi lượt chơi có 2 người tham gia, mỗi người được quyền chọn quay 1 hoặc 2 lần, và điểm số của người chơi được tính như sau:

- Nếu người chơi chọn quay 1 lần thì điểm của người chơi là điểm quay được.
- Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được không lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được.
- Nếu người chơi chọn quay 2 lần và tổng điểm quay được lớn hơn 100 thì điểm của người chơi là tổng điểm quay được trừ đi 100.

Luật chơi quy định, trong mỗi lượt chơi người nào có điểm số cao hơn sẽ thắng cuộc, hòa nhau sẽ chơi lại lượt khác.

An và Bình cùng tham gia một lượt chơi, An chơi trước và có điểm số là 75. Tính xác suất để Bình thắng cuộc ngay ở lượt chơi này.

A. $P=\frac{1}{4}$. **B.** $P=\frac{7}{16}$. **C.** $P=\frac{19}{40}$. **D.** $P=\frac{3}{16}$.

Lời giải

Chọn B

Cách 1: Ta có $n(\Omega)=\frac{100-5}{5}+1=20$.

Để Bình thắng ta có ba trường hợp.

Trường hợp 1. Bình quay một lần ra điểm số lớn hơn 75, ta có 5 khả năng thuộc tập hợp $\{80;85;90;95;100\}$. Do đó xác suất là $P_1=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$.

Trường hợp 2. Bình quay lần đầu ra điểm số là $a\le 75$, ta có 15 khả năng.

Do đó xác suất là $P_2=\frac{15}{20}=\frac{3}{4}$.

Khi đó để thắng Bình cần phải có tổng hai lần quay lớn hơn 75, ta có 5 khả năng thuộc tập hợp $\{80-a;85-a;90-a;95-a;100-a\}$. Do đó xác suất là $P_3=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$.

Vậy xác suất để Bình thắng ngay trong lượt là $P=P_1+P_2.P_3=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}.\frac{1}{4}=\frac{7}{16}$.

Cách 2:

TH1: Bình quay một lần và thắng luôn.

Vì An quay ở vị trí 75 nên Bình chỉ có thể quay vào 5 trong số 20 vị trí để có thể thắng.

Do đó $P(A_1)=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$.

TH2: Bình quay hai lần mới thắng.

Nghĩa là lần một Bình quay được kết quả nhỏ hơn hoặc bằng 75 và quay tiếp để tổng hai lần quay lớn hơn 75 đồng thời nhỏ hơn hoặc bằng 100.

Giả sử lần 1 Bình quay được a điểm, lần 2 quay được b điểm. Cần có: $\begin{cases} a \le 75 \\ a+b \in \{80,85,90,95,100\} \end{cases}$. Khi đó: Chọn a có 15 cách, chọn b có 5 cách.

Suy ra chọn cặp $\{a,b\}$ có $15.5 = 75$ cách.

Không gian mẫu cho TH2 có 20.20 cách. Do đó $P(A_2) = \dfrac{75}{20.20} = \dfrac{3}{16}$.

Kết luận: $P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \dfrac{1}{4} + \dfrac{3}{16} = \dfrac{7}{16}$.

Câu 8: Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\dfrac{47}{256}$. **B.** $\dfrac{47}{256}$. **C.** $\dfrac{47}{256}$. **D.** $\dfrac{47}{256}$.

Câu 9: Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu như nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là

A. $\dfrac{47}{256}$. **B.** $\dfrac{47}{256}$. **C.** $\dfrac{47}{256}$. **D.** $\dfrac{47}{256}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi A là biến cố không có hai người liền kề cùng đứng.

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 2^8 = 256$.

Rõ ràng nếu nhiều hơn 4 đồng xu ngửa thì biến cố A không xảy ra.

Để biến cố A xảy ra có các trường hợp sau:

TH1: Có nhiều nhất 1 đồng xu ngửa. Kết quả của trường hợp này là $1+8=9$.

TH2: Có 2 đồng xu ngửa.

Hai đồng xu ngửa kề nhau: có 8 khả năng.

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^2 - 8 = 20$.

TH3: Có 3 đồng xu ngửa.

Cả 3 đồng xu ngửa kề nhau: có 8 kết quả.

Trong 3 đồng xu ngửa, có đúng một cặp kề nhau: có $8.4 = 32$ kết quả.

Suy ra số kết quả của trường hợp này là $C_8^3 - 8 - 32 = 16$.

TH4: Có 4 đồng xu ngửa.

Trường hợp này có 2 kết quả thỏa mãn biến cố A xảy ra.

Như vậy $n(A) = 9 + 20 + 16 + 2 = 47$.

Xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng là $P = \dfrac{n(A)}{n(\Omega)} = \dfrac{47}{256}$.

Câu 10: Từ các chữ số thuộc tập hợp $S = \{1;2;3;...;8;9\}$ có bao nhiêu số có chín chữ số khác nhau sao cho chữ số 1 đứng trước chữ số 2, chữ số 3 đứng trước chữ số 4 và chữ số 5 đứng trước chữ số 6?

A. 36288. **B.** 72576. **C.** 45360. **D.** 22680.

Câu 11: Từ các chữ số thuộc tập hợp $S=\{1;2;3;...;8;9\}$ có bao nhiêu số có chín chữ số khác nhau sao cho chữ số 1 đứng trước chữ số 2, chữ số 3 đứng trước chữ số 4 và chữ số 5 đứng trước chữ số 6?

A. 36288. **B.** 72576. **C.** 45360. **D.** 22680.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Chọn 2 vị trí để xếp 2 chữ số 1, 2 (số 1 đứng trước 2): có C_9^2 cách.

Chọn 2 vị trí để xếp 2 chữ số 3, 4 (số 3 đứng trước 4): có C_7^2 cách.

Chọn 2 vị trí để xếp 2 chữ số 5, 6 (số 5 đứng trước 6): có C_5^2 cách.

3 chữ số còn lại có $3!$ cách.

Vậy có $3!.C_9^2.C_7^2.C_5^2=45360$ số.

Câu 12: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tại đỉnh A có một con sâu, mỗi lần di chuyển , nó bò theo cạnh của hình hộp chữ nhật và đi đến đỉnh kề với đỉnh nó đang đứng. Tính xác suất sao cho sau 9 lần di chuyển, nó dừng tại đỉnh C'.

A. $\dfrac{1862}{6561}$. **B.** $\dfrac{453}{2187}$. **C.** $\dfrac{435}{2187}$. **D.** $\dfrac{1640}{6561}$.

----------**HẾT**----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	A	A	C	A	C	C	C	B	D	D	D	A	B	B	D	B	D	A	C	D	D	B	C	C

26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
D	C	A	D	A	B	C	B	B	C	D	A	B	B	D	C	A	C	D	D	A	B	C	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 13: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Tại đỉnh A có một con sâu, mỗi lần di chuyển , nó bò theo cạnh của hình hộp chữ nhật và đi đến đỉnh kề với đỉnh nó đang đứng. Tính xác suất sao cho sau 9 lần di chuyển, nó dừng tại đỉnh C'.

A. $\frac{1862}{6561}$. **B.** $\frac{453}{2187}$. **C.** $\frac{435}{2187}$. **D.** $\frac{1640}{6561}$.

Lời giải

Chọn D

Không mất tổng quát giả sử tọa độ đỉnh $A(0;0;0)$ và $C'(1;1;1)$.

Ta thấy: mỗi lần sâu di chuyển là cộng thêm 1 tại 1 trong 3 vị trí hoành độ, tung độ và cao độ từ vị trí sâu đang đứng. Do đó số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=3^9=19683$. Sau 9 lần di chuyển sau đứng tại vị trí $(1;1;1)$ khi và chỉ khi sâu di chuyển số lần tại các tọa độ thành phần hoành độ ; tung độ, cao độ là : $(3;3;3)$; các hoán vị của bộ $(1;3;5)$; các hoán vị của bộ $(7;1;1)$.

Do đó số trường hợp thuận lợi của biến cố A : sâu ở C' sau 9 bước di chuyển là

$n(A)=C_9^3.C_6^3.C_3^3+6.C_9^5.C_4^3.C_1^1+3.C_9^7.C_2^1.C_1^1=4920$

Câu 14: Vậy xác suất cần tìm $P(A)=\frac{4920}{19683}=\frac{1640}{6561}$.Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1\le a_2+1\le a_3-3<a_4\le a_5+2$ bằng

A. $\frac{1148}{90000}$. **B.** $\frac{77}{1500}$. **C.** $\frac{7}{5000}$. **D.** $\frac{1001}{30000}$.

Câu 15: Lấy ngẫu nhiên một số tự nhiên có 5 chữ số. Xác suất để chọn được số tự nhiên có dạng $\overline{a_1a_2a_3a_4a_5}$ mà $a_1\le a_2+1\le a_3-3<a_4\le a_5+2$ bằng

A. $\frac{1148}{90000}$. **B.** $\frac{77}{1500}$. **C.** $\frac{7}{5000}$. **D.** $\frac{1001}{30000}$.

Lời giải

Chọn.

Vì $a_2+1\le a_3-3\Rightarrow\begin{cases}a_2\le 5\\ a_3\ge 4\end{cases}$.

Số có dạng $\overline{1042a_5}$ có 10 cách chọn a_5.

Số có dạng $\overline{1043a_5}$ có 9 cách chọn a_5.

…………………………………………..

Số có dạng $\overline{1049a_5}$ có 3 cách chọn a_5.

- Vậy những số có dạng $\overline{104a_4a_5}$ có $3+4+...+10=52$ số.

Số có dạng $\overline{1053a_5}$ có 9 cách chọn a_5.

Số có dạng $\overline{1054a_5}$ có 8 cách chọn a_5.

………………………………………..

Số có dạng $\overline{1059a_5}$ có 3 cách chọn a_5.

- Vậy những số có dạng $\overline{105a_4a_5}$ có $52-10=42$ số.
- Vậy những số có dạng $\overline{106a_4a_5}$ có $42-9=33$ số.
- Vậy những số có dạng $\overline{107a_4a_5}$ có $33-8=25$ số.
- Vậy những số có dạng $\overline{108a_4a_5}$ có $25-7=18$ số.
- Vậy những số có dạng $\overline{109a_4a_5}$ có $18-6=12$ số.

Kết luận: Những số có dạng $\overline{10a_3a_4a_5}$ có $12+18+25+33+42+52=182$ số.

Những số có dạng $\overline{11a_3a_4a_5}\left(a_3 \geq 5\right)$ có $12+18+25+33+42=130$ số.

Những số có dạng $\overline{12a_3a_4a_5}\left(a_3 \geq 6\right)$ có $12+18+25+33=88$ số.

Những số có dạng $\overline{13a_3a_4a_5}\left(a_3 \geq 7\right)$ có $12+18+25=55$ số.

Những số có dạng $\overline{14a_3a_4a_5}\left(a_3 \geq 8\right)$ có $12+18=30$ số.

Những số có dạng $\overline{15a_3a_4a_5}\left(a_3 \geq 9\right)$ có 12 số.

Kết luận: Những số có dạng $\overline{1a_2a_3a_4a_5}$ có $12+30+55+88+130+182=497$ số.

Từ đó ta lập luận như sau:

Những số có dạng $\overline{2a_2a_3a_4a_5}\left(a_2 \geq 1\right)$ có $12+30+55+88+130=315$ số.

Những số có dạng $\overline{3a_2a_3a_4a_5}\left(a_2 \geq 2\right)$ có $12+30+55+88=185$ số.

Những số có dạng $\overline{4a_2a_3a_4a_5}\left(a_2 \geq 3\right)$ có $12+30+55=97$ số.

Những số có dạng $\overline{5a_2a_3a_4a_5}\left(a_2 \geq 4\right)$ có $12+30=42$ số.

Những số có dạng $\overline{6a_2a_3a_4a_5}\left(a_2 \geq 5\right)$ có 12 số.

Vậy những số thỏa yêu cầu bài toán là $12+42+97+185+315+497=1148$.

Vậy xác suất cần tìm là $\frac{1148}{90000}$.

Bài này chỉnh lại đáp án là : $\frac{1148}{90000}$.

Câu 16: Cho một đa giác đều n đỉnh (n lẻ, $n \geq 3$). Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P = \dfrac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 17: Cho một đa giác đều n đỉnh (n lẻ, $n \geq 3$). Chọn ngẫu nhiên 3 đỉnh của đa giác đều đó. Gọi P là xác suất sao cho 3 đỉnh đó tạo thành một tam giác tù. Biết $P = \dfrac{45}{62}$. Số các ước nguyên dương của n là

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Chọn ngẫu nhiên ra 3 đỉnh có $n(\Omega) = C_n^3$ cách.

Giả sử chọn được một tam giác tù ABC với góc A nhọn, B tù và C nhọn.

Chọn một đỉnh bất kì lấy làm đỉnh A có n cách. Kẻ đường kính qua đỉnh vừa chọn, chia đường tròn thành hai phần (trái và phải chẳng hạn).

Để tạo thành tam giác tù thì hai đỉnh còn lại được chọn sẽ hoặc cùng nằm bên trái hoặc cùng nằm bên phải.

- Hai đỉnh còn lại cùng nằm bên trái có $C_{\frac{n-1}{2}}^2$ cách.

- Hai đỉnh còn lại cùng nằm bên phải có $C_{\frac{n-1}{2}}^2$ cách.

Vậy có thể có tất cả $n\left(C_{\frac{n-1}{2}}^2 + C_{\frac{n-1}{2}}^2\right)$ tam giác tù, tuy nhiên ứng với mỗi tam giác vai trò góc nhọn của A và C như nhau nên số tam giác được tính lặp 2 lần. Do đó số tam giác tù tạo thành là $\dfrac{n\left(C_{\frac{n-1}{2}}^2 + C_{\frac{n-1}{2}}^2\right)}{2} = nC_{\frac{n-1}{2}}^2$.

Mà xác suất $P = \dfrac{nC_{\frac{n-1}{2}}^2}{C_n^3} = \dfrac{45}{62}$ (1).

Do n lẻ nên đặt $n = 2k+1$ $(k \geq 1) \Rightarrow k = \dfrac{n-1}{2}$.

$(1) \Leftrightarrow 62(2k+1)C_k^2 = 45C_{2k+1}^3$

$\Leftrightarrow 62(2k+1)\dfrac{k!}{2!(k-2)!} = 45\dfrac{(2k+1)!}{3!(2k-2)!}$

$\Leftrightarrow 31(k-1) = 15(2k-1)$

$\Leftrightarrow k = 16$ (nhận).

Vậy $n = 2k+1 = 33$. Do đó số các ước nguyên dương của n là 4.

Câu 18: Biển số xe máy tỉnh K gồm hai dòng

- Dòng thứ nhất là $68XY$, trong đó X là một trong 24 chữ cái, Y là một trong 10 chữ số;
- Dòng thứ hai là $abc.de$, trong đó a, b, c, d, e là các chữ số.

Biển số xe được cho là "đẹp" khi dòng thứ hai có tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 8 và có đúng 4 chữ số giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 biển số trong các biển số "đẹp" để đem bán đấu giá?

A. 12000. **B.** 143988000. **C.** 4663440. **D.** 71994000.

----------**HẾT**----------

BẢNG ĐÁP ÁN THAM KHẢO ĐỀ 197

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	A	C	B	B	D	D	A	D	C	D	A	A	D	D	C	A	A	D	A	D	D	B	D	D
26	**27**	**28**	**29**	**30**	**31**	**32**	**33**	**34**	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**40**	**41**	**42**	**43**	**44**	**45**	**46**	**47**	**48**	**49**	**50**
C	A	B	D	A	A	B	C	A	A	B	C	D	A	A	C	A	B	B	D	A	D	A	C	D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 19: Biển số xe máy tỉnh K gồm hai dòng

- Dòng thứ nhất là $68XY$, trong đó X là một trong 24 chữ cái, Y là một trong 10 chữ số;
- Dòng thứ hai là $abc.de$, trong đó a, b, c, d, e là các chữ số.

Biển số xe được cho là "đẹp" khi dòng thứ hai có tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 8 và có đúng 4 chữ số giống nhau. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 biển số trong các biển số "đẹp" để đem bán đấu giá?

A. 12000. **B.** 143988000. **C.** 4663440. **D.** 71994000.

Lời giải

Chọn D

Chọn X từ 24 chữ cái và chọn Y từ 10 chữ số, ta có $24.10=240$ (cách chọn).

Chọn 4 chữ số giống nhau từ các chữ số ta có 10 cách chọn;

Mỗi bộ gồm 4 chữ số giống nhau, ta có một cách chọn duy nhất 1 chữ số còn lại để tổng các số là số có chữ số tận cùng bằng 8, chẳng hạn: 4 chữ số 0, chữ số còn lại sẽ là 8; 4 chữ số 1, chữ số còn lại sẽ là 4;…; 4 chữ số 9, chữ số còn lại sẽ là 2).

Sắp xếp 5 chữ số vừa chọn có 5 cách xếp.

Do đó, có tất cả $10.5=50$ (cách chọn số ở dòng thứ hai).

Suy ra có tất cả $240.50=12000$ (biển số đẹp).

Chọn 2 biển số trong các biển số "đẹp" ta có $C_{12000}^{2}=71994000$ (cách).

Câu 20: ----------HẾT----------Có 8 bì thư được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và 8 tem thư cũng được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Dán 8 tem thư lên 8 bì thư (mỗi bì thư chỉ dán 1 tem thư). Hỏi có thể có bao nhiêu cách dán tem thư lên bì thư sao cho có ít nhất một bì thư được dán tem thư có số trùng với số của bì thư đó.

A. 25489. **B.** 25487. **C.** 25490. **D.** 25488.

Câu 21: Có 8 bì thư được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 và 8 tem thư cũng được đánh số 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Dán 8 tem thư lên 8 bì thư (mỗi bì thư chỉ dán 1 tem thư). Hỏi có thể có bao nhiêu cách dán tem thư lên bì thư sao cho có ít nhất một bì thư được dán tem thư có số trùng với số của bì thư đó.

A. 25489. **B.** 25487. **C.** 25490. **D.** 25488.

Lời giải

Chọn B

Ta xét bài toán tổng quát n tem thư được dán vào n bì thư sao cho có ít nhất một bì thư được dán vào tem thư có số trùng với số của bì thư đó.

Đánh số các tem thư là T_1, T_2,..., T_n và các bì thư là B_1, B_2,..., B_n. Bài toán được giải quyết bằng nguyên lý phần bù: Lấy hoán vị n phần tử trừ đi trường hợp xếp mà không có tem thư nào được dán cùng số với bì thư.

++ Để giải quyết bài toán không có tem thư nào được dán cùng số với bì thư. Ta xây dựng dãy số $f\left(n\right)$ như sau:

Công việc dán n tem thư vào n bì thư sao cho không có bì thư nào được dán vào tem thư có số trùng với số của bì thư đó. Công việc này gồm có hai bước sau:

- Bước 1: Dán tem T_1 lên một bì thư B_j khác B_1, có $n-1$ cách.

- Bước 2: Dán tem thư T_j vào bì thư nào đó, có hai trường hợp xảy ra như sau:

+ TH1: tem thư T_j được dán vào bì thư B_1. Khi đó còn lại $n-2$ tem (khác T_1 và T_j) là $T_2,...,T_{j-1},T_{j+1},...,T_n$ phải dán vào $n-2$ bì thư (khác B_1 và B_j). Quy trình được lập lại giống như trên. Nên TH này có số cách dán bằng $f(n-2)$.

+ TH2: tem thư T_j không được dán vào bì thư B_1.

Khi đó các tem là $T_2,...,T_{j-1},T_j,T_{j+1},...,T_n$ sẽ được đem dán vào các bì B_1, $B_2,...,B_{j-1},B_{j+1},...,B_n$ (mà tem thư T_j không được dán vào bì thư B_1). Thì T_j lúc này bản chất giống T_1, ta đánh số lại $T_j \equiv T_1$. Nghĩa là $n-1$ tem $T_2,...,T_{j-1},T_1,T_{j+1},...,T_n$ sẽ được đem dán vào $n-1$ bì B_1, $B_2,...,B_{j-1},B_{j+1},...,B_n$ với việc đánh số giống nhau. Công việc này lại được lập lại như từ ban đầu.

Nên TH này có số cách dán bằng $f(n-1)$.

++ Ta xét dãy $u_n = f(n)$ như sau: $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_2 = 1 \\ u_n = (n-1)(u_{n-1}+u_{n-2}) \end{cases}$.

Như vậy kết quả của bài toán: n tem thư được dán vào n bì thư sao cho có ít nhất một bì thư được dán vào tem thư có số trùng với số của bì thư đó sẽ là $P_n - u_n$.

Áp dụng với $n=8$, ta được kết quả là $8!-14833=25487$.

Câu 22: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số dạng $\overline{abc}$ thỏa a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác cân (kể cả tam giác đều)?

A. 45. **B.** 81. **C.** 165. **D.** 216.

Câu 23: Gọi A là tập các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 45.

A. $\frac{5}{162}$. **B.** $\frac{2}{81}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{53}{2268}$.

Câu 24: Có bao nhiêu số tự nhiên có 3 chữ số dạng $\overline{abc}$ thỏa a, b, c là độ dài 3 cạnh của một tam giác cân (kể cả tam giác đều)?

A. 45. **B.** 81. **C.** 165. **D.** 216.

Lời giải

Chọn C

Gọi độ dài cạnh bên và cạnh đáy của tam giác cân là $x, y \Rightarrow \begin{cases} 0 < y < 2x \\ 0 < y \le 9 \\ 0 < x \le 9 \end{cases}$

Th1: $\begin{cases} 0 < y \le 9 \\ 5 \le x \le 9 \end{cases}$ suy ra có $9.5 = 45$ cặp số.

Th2: $\begin{cases} x = i \\ 1 \le y \le 2i-1 \end{cases}$ với $1 \le x \le 4$. Với mỗi giá trị của i, có $2i-1$ số.

Do đó, trường hợp này có: $(2.1-1)+(2.2-1)+(2.3-1)+(2.4-1)=16$ cặp số

Suy ra có 61 cặp số $(x;y)$. Với mỗi cặp $(x;y)$ ta viết số có 3 chữ số trong đó có 2 chữ số x, một chữ số y.

Trong 61 cặp có:

+ 9 cặp $x=y$, viết được 9 số.

+ 52 cặp $x=y$, mỗi cặp viết được 3 số nên có $3.52=156$ số.

Vậy tất cả có 165 số.

Câu 25: Gọi A là tập các số tự nhiên có 8 chữ số đôi một khác nhau. Chọn ngẫu nhiên một số thuộc A. Tính xác suất để số được chọn chia hết cho 45.

A. $\frac{5}{162}$. **B.** $\frac{2}{81}$. **C.** $\frac{1}{36}$. **D.** $\frac{53}{2268}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcdefgh}$

a có 9 cách chọn

Các chữ số còn lại có A_9^7

Nên số phần tử của không gian mẫu: $9.A_9^7=1632960$

Gọi $B=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$

Ta có: $0+1+2+3+4+5+6+7+8+9=45⋮9$

Ta có các bộ số mà tổng chia hết cho 9: $B\backslash\{0,9\}, B\backslash\{1,8\}$, $B\backslash\{2,7\}, B\backslash\{3,6\}, B\backslash\{4,5\}$.

Xét $B\backslash\{0,9\}=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcdefgh}$

Chọn h có một cách.

Chọn 7 chữ số còn lại xếp vào 7 vị trí có: $7!$.

Nên trường hợp này có $7!$ cách.

Xét $B\backslash\{1,8\}=\{0,2,3,4,5,6,7,9\}$

+ Tận cùng là chữ số 0: có $7!$ cách

+ Tận cùng là chữ số 5: a có 6 cách; các chữ số còn lại có: $6!$ cách

Suy ra: $7!+6.6!=9360$

Các trường hợp $B\backslash\{2,7\}, B\backslash\{3,6\}$ tương tự như $B\backslash\{1,8\}$.

Xét $B\backslash\{4,5\}=\{0,1,2,3,6,7,8,9\}$

Gọi số cần tìm có dạng: $\overline{abcdefgh}$

Chọn h có một cách.

Chọn 7 chữ số còn lại xếp vào 7 vị trí có: $7!$.

Nên trường hợp này có $7!$ cách.

Suy ra số phần tử của biến cố A là: $7!.2+9360.3=38160$.

Vậy xác suất của biến cố A là: $\frac{38160}{1632960}=\frac{53}{2268}$